國立政治大學社會科學院經濟學系

碩士論文

Department of Economics

College of Social Science

National Chengchi University

Master Thesis

最適財政政策:銀行與股票金融體系之比較

Optimal fiscal policy: a comparison between bank- and market-based financial markets

鐘玉琳

Yu-Lin,Chung

指導教授：洪福聲 教授

Advisor: Fu-Sheng Hung, Ph.D.

中華民國 102 年 1 月

January, 2013

誌謝

細數在政大的日子，轉眼間已過了兩年半，回首碩士的生涯，感到既充實又忙碌，也終於順利完成經濟系研究所的課程與論文。此篇論文諸多的修正與完成，首要感謝洪福聲老師在繁忙的公務當中仍不厭其煩的指導著我，在寫論文的同時，又因忙於準備國家考試及打工以維持基本生活，因而將論文疏忽掉了，但由衷的感謝洪老師的包容，促使我的論文得以順利完成。再者，要感謝的人，是花了許久時間與心力審視我的論文的口試委員，毛維凌教授與洪小文副教授，對於論文提供寶貴的意見及提醒我未注意到的細節與問題，使得論文可以更加完備。

最後，要感謝我的父母對我的鼓勵，及諸多好友們在求學過程中的協助、相互支持與打氣，使自己能從中得到更多的收獲與成長及完成碩士學位的動力。

鐘玉琳　　謹誌於

政治大學經濟學研究所

中華民國一百零二年一月

中文摘要

金融體系大致上以銀行導向(金融中介)與市場導向(金融市場)為主,民眾可利用不同的金融體系進行長期投資,進一步促使資本累積亦可促進經濟成長。本文首先建構一個無窮交替的兩期跨代模型,說明生產中間財貨的年輕人口,在政府向中間財課稅後,將實際獲得的稅後工資所得利用銀行或股票市場進行長期投資時,比較在不同的金融體制下,經濟成長率與社會福利的差異。目前文獻上指出銀行導向與市場導向對經濟成長的貢獻沒有一定的優劣,皆是在沒有考慮經濟個體的風險趨避程度下加以探討,而本文主要發現在加入政府角色並多考慮經濟個體的風險趨避程度後,在不同的政府支出下,利用銀行或股票市場進行長期投資所促進的經濟成長率將可辨別優劣。而社會福利分析部分主要發現不同導向的金融體制對於所促成的社會福利並無法區分大小。

關鍵字:銀行導向、市場導向、風險趨避、社會福利

目錄

圖目錄

第一章 緒論

第一節 研究動機與目的

早期新古典經濟成長理論的模型中，長期均衡狀態的決定往往取決於外生參數。直至以 Romer (1986)為主的內生成長模型出現後才有所改變，最初著重於研究發展(R&D)、人力資本和技術進步等相關議題的探討，亦有經濟學家探討政府支出和經濟成長的關聯性，像是 Barro (1990)及 Barro and Sala-i-Martin (1992)等經濟學家，從政府角色討論政府支出與經濟成長的關係，而實證方面，大致而言都顯示政府生產性支出對經濟成長具有正向貢獻。

除了研究政府支出和經濟成長的關聯性外，有許多學者進一步將金融體系引入內生成長模型中加以研究，探討金融體系和經濟成長的關係。在現代資本主義社會中，一國的金融體系是促成資本形成與累積的重要管道之一，目前世界各國的金融體系大多由資本市場(債券、股票市場)、銀行及非銀行金融機構等體系所組成。其中，Zysman (1983)進一步將一國的金融體系區分為銀行導向(bank-based)和市場導向(market-based)兩大類型，若一國屬於銀行導向的金融體制，則表示銀行體系在該國具有相對的重要性，但若一國屬於市場導向的金融體制，則表示該國的金融體制是以股票市場為主。目前探討金融體系與經濟成長的文獻指出，不同導向的金融體制皆能促進經濟成長，但何種金融體制的發展對經濟成長的貢獻度較大則無法確定。

在研究金融發展與經濟成長的過程中，常忽略政府的角色，然而政府的支出

政策亦會影響經濟個體的長期投資決策，進而影響經濟成長的表現，因此就有學者將政府支出政策納入金融體系與內生成長的模型中加以研究，像是 Hung and Liao (2007)則將 Barro (1990)的政府支出政策一併納入研究，他們利用金融市場存在的資訊不對稱，透過借貸契約的設計，分析政府將租稅收入全部用於生產性支出時，在不同發展程度國家的金融部門中，最適稅率的差異。但目前文獻上在探討不同導向的金融體制對經濟成長的影響時，皆未考慮到政府的角色。因此本文將政府角色納入金融中介的內生成長模型中，並多考慮經濟個體擁有不同的風險趨避程度時，是否會使不同的金融體制所促成的經濟成長率產生差異，並分析銀行和股票市場所促成的社會福利差異。

第二節 研究方法與架構

本文主要以 Greenwood and Smith (1997)的模型為基本架構，並在模型中加入了政府生產性型態的生產函數。模型中闡述本期年輕的經濟個體生產中間財並在政府對中間財課稅後，將實際獲得的稅後工資所得利用銀行或股票市場進行資產配置。而政府在獲得租稅收入後，會將此筆款項用於下一期中間財貨的生產性支出，並且利用數值模擬比較不同金融體系下，政府的支出政策對投資比例、經濟成長率與社會福利所造成的差異。

本文第一章為緒論，說明了本文的研究動機與目的，並略述本文的研究方法。第二章為文獻回顧，首先將介紹經濟成長的發展過程與金融體系和經濟成長的相

關研究，接著說明政府支出政策和經濟成長理論與實證的文獻。第三章為主要的模型架構，闡述經濟模型環境的設定，比較不同金融體系下，政府的支出政策和對經濟個體資產配置的影響及對經濟成長和社會福利所造成的差異。第四章則是利用數值分析比較在不同的稅率下，銀行與股票市場中所形成的投資比例與經濟成長和社會福利的差異。第五章為結論，並將本研究的結果予以摘錄說明。

第二章 文獻回顧

第一節 經濟成長理論演進

近代研究經濟成長理論起源於 1940 年代中的兩位學者 Harrod (1939)與 Domer (1947)，以凱因斯理論為架構，認為投資是創造有效需求的重要因素，利用加速原理促使資本不斷累積，因此促進經濟成長。其主要將生產函數設定為里昂鐵夫(Leontief)型式，亦即生產過程中生產要素的投入呈現固定比例且無法替代，本理論的缺陷為經濟體系的均衡是不穩定的，也就是當經濟體系脫離原均衡時，無法再自行回到新的均衡狀態，因此又稱為剃刀邊緣(knife-edge)理論。Harrod＆Domer 的模型雖然沒有被廣泛應用，但卻開啟了經濟成長的研究大門。

因 Harrod＆Domer 的模型存在缺失，使得許多經濟學家嘗試修改 Harrod＆Domer 的模型，其中最著名的為 Solow (1956)。Solow 將生產函數修改為勞動與資本可相互替代的一階齊次函數，亦即固定規模(Constant Return to Scale，CRTS)的生產函數，強調有形實質資本(Physcial Capital)對經濟成長的重要性，此模型主要發現經濟體系於長期時將收斂至一穩定的均衡，但此均衡時的經濟成長率仍由外生參數所決定。

在 1960 年代中，Cass (1965)及 Koopmans (1965)依據 Ramsey (1928)所提出的最適消費與儲蓄的概念修正 Solow 的模型，使儲蓄率在經濟成長模型中變為消費者最適化選擇的結果，但仍並未改變由外生參數決定經濟成長率的結果。

早期的的經濟成長模型皆得出由外生參數決定經濟成長率的結論，直至

1980 年代時期，由 Romer (1986)首先提出內生成長模型(Model of Endogenous Growth)。Romer 認為在經濟體系中，個別產業的投資增加將會帶動其他產業的產出及投資的增加，產業間會產生正面的外溢效果，因此 Romer 將其它廠商的平均投入納入生產函數中作為生產財貨時的考量因素之一，由模型中得出的每人所得、每人消費及每人資本皆由內生參數決定並且持續穩定的成長，Romer 所提出的模型解決了早期的經濟成長率由外生參數所決定的困境。

在 Romer 的模型提出不久後，Lucas (1988)修改了 Romer 的模型，強調除了實質資本外，另外亦將人力資本(Human Capital)納入考量，透過人力資源的培訓用以影響產出及人力資本的累積，進而使經濟體系能持續的成長。自 Romer 提出內生成長模型後，使經濟成長的研究更顯得多元，例如將研究發展(R&D)、國際金融及貿易、金融中介與信用分配及政府經濟活動等經濟環境應用於內生成長模型中用於解釋促進經濟成長的各種因素。

第二節 金融體系與經濟成長

金融發展與經濟成長的關係在早期即由 Bagehot (1873)、Schumpeter (1936)及 Gurley and Shaw (1955)指出金融的發展有助於經濟的成長。早期多以金融中介(主要為銀行)為研究對象，研究內容主要為政府壓抑金融(repress financial markets)或壓低存放款利率(setting deposit and loan interest rates floor and ceiling)與經濟成長的關聯性。Mckinnon (1973)即指出壓低利率上限與信用管制等措施，將扭曲自由市場的機能，阻礙經濟的成長。

然而自 1980 年代內生成長的模型出現後，許多學者進一步將金融中介引入內生成長模型中，經過幾十年的發展，金融中介促進經濟成長的管道被歸納如下:

(一)降低流動性風險

報酬率較高的投資常需較長的時間才能獲利，但一般的儲蓄者皆不太有意願將資金長時間貸予投資者，因大部分的儲蓄者皆會擔心未來的突發事件導致發生流動性不足的風險。而若有金融機構的存在，儲蓄者可將大部分的資金存入金融機構，且每位儲蓄者需要資金的時間點大多不相同，因此金融機構只須保留一部分具有流動性的資金即可，如此一來可將資金導入報酬率較高的投資計畫中，亦可降低流動性風險，而報酬率較高的投資其資本累積亦較快，可促進經濟成長。此部分以 Bencivenga and Smith (1991)為代表，其模型主要架構為存在金融中介後，只須保留一部分的資金應付流動性偏好較強的儲蓄者即可，可將剩餘資金貸給長期投資者，透過資本累積促進經濟成長。

(二)有效集資，以利資本累積及技術創新

社會上常存在規模經濟的生產方式或需研發新技術創新產品等，此大多需要投入大量的成本，因此投資者需要有大量的資金投入才可能達成，而一般儲蓄者大部分擁有的資金有限，投資者不易透過市場籌得足額資金。若有金融機構的存在將可吸收眾多存款，具有集資(funds-pooling)的功能，再把大量的資金借給投資者，使投資計畫可順利進行進而促進經濟成長。而 Greenwood and Jovanovic (1990)即將金融中介具有集資的功能模型化，探討金融機構的集資功能如何使資

本累積和技術創新，促進經濟成長。

(三)利用資產組合分散風險

一般的儲蓄者皆屬於風險趨避者，高報酬的投資亦伴隨較大的風險性，因此大部分的人不喜歡將資金借給高風險的投資者，因而使得許多投資計畫無法順利運作。而當金融機構存在時，在獲得大眾所存入的存款後，可將資金貸給不同風險的投資者，具分散風險的功能，因此金融機構較個別儲蓄者所面臨的風險較小，亦可使許多投資可順利推動，而使經濟成長產生正面效益。

(四)透過借貸契約的設計減少逆選擇問題，降低監督成本

個別儲蓄者將資金貸給投資者後，將需花費許多時間與成本進行監督，亦常需擔心投資者在取得資金後是否會轉向風險較大的投資，因此 Bencivenga and Smith (1993)提出經濟模型解決此問題。其認為金融機構可設計合理的貸款契約自動區分投資者不同的風險趨避程度，進而降低監督成本，且在有大量的投資者必須監督下亦可進一步達到規模經濟的效果，大量的降低監督成本，因此有更多的資金可提供給投資者進行投資促進經濟。

(五)提高徵信能力，減少訊息成本

借貸契約的設計並不是唯一區分投資者風險程度的方法，Bose and Cothren (1996)認為提高銀行的徵信能力，使用過濾方法亦可過濾出品質好壞的投資者，降低逆選擇問題發生。個別儲蓄者常需蒐集關於投資者財務狀況且通常無法獲得足夠的資訊，而金融機構可代為對投資者進行徵信且徵信能力與品質亦較專業，

在大量的投資者必須徵信下，銀行所面臨的成本將比個別儲蓄者來得少，因此有更多的資金可貸給投資者，促進經濟成長。

金融中介雖可利用許多傳遞管道促進經濟成長，但 Diamond and Dybvig (1983)的模型中指出在有傳聞銀行流動性不足時，對長期存款者而言，若無法即時透過其它金融市場拋售存單時，將產生大量的銀行擠兌，致使銀行營運更加困難，阻礙經濟發展。因金融中介存在此問題，許多學者亦開始嘗試將股票市場納入內生成長模型中加以研究，例如 Levine (1991)及 Greenwood and Smith (1997)等學者主要研究在引進股票市場後，使長期存款者在面臨暫時流動性不足時，可透過股票市場進行資產的交易，解決流動性不足的問題。

此時許多學者亦進行實證研究，例如 Atje and Javanovic (1993)及 Levine and Zerros (1996)利用不同國家的資料進行分析後，發現股票市場與經濟成長為高度正相關，Levine and Zerros (1998)利用資料驗證股票市場的流動性對經濟成長有貢獻。因此股票市場的發展對經濟成長的影響隨之受到廣泛的討論。

許多學者利用不同的傳遞管道研究股票市場對經濟成長的影響，因此股票市場影響經濟成長的管道被歸納為：創造流動性(Levine, 1991；Greenwood and Smith, 1997)、資訊收集(Miwa and Ramseyer, 2003)及控管公司(Demirguc-kunt and Levine, 1999)等。

雖然早期金融發展與經濟成長的文獻中，大多以金融中介為研究對象，之後股票市場才漸漸被討論，但 Zysman (1983)即把金融體制分成銀行導向(bank

-based)和市場導向(market-based)兩大類型，到目前為止，區別銀行導向與市場導向較簡單的定義為一國銀行的總資產占該國股市資本總額的比重判定[1]。

銀行導向(金融中介)和市場導向(股票市場)各有不同的傳遞管道能促進經濟成長，但何種金融體制對經濟成長較具貢獻，亦引起學者各具不同的主張，因此有學者將兩種不同的金融體制同時納入研究，如 Chakraborty and Ray (2006) 即指出銀行導向與市場導向對經濟成長的影響並沒有明確的優劣，Levine (2002) 亦利用跨國資料進行分析，指出不同的金融體制並不會影響經濟成長的表現。因此銀行導向或市場導向何者對經濟成長較具貢獻，於目前文獻上尚未明確的分辨優劣。

第三節 政府支出與經濟成長

自 1980 年代時期由 Romer 首先提出內生成長模型後，許多學者亦致力於將人力資本、研究發展(R&D)及金融中介等議題引進內生成長模型中，而政府支出在經濟成長理論中，始終佔有舉足輕重的地位，因此政府支出亦是受到廣泛討論的議題之一。首先將政府的經濟活動與內生成長模型結合的經濟學家是 Barro (1990)，探討政府支出型態對經濟成長的影響，邇後越來越多的學者像是 Rebelo (1991)、Barro and Sala-i-Martin (1992)及 Glomm and Ravikumar (1994)等學者亦嘗試將政府支出納入內生成長模型中，藉此分析政府支出對經濟成長的影響。

Turnovsky and Fisher (1995)對政府支出型態做出明確的定義，他們將政府

[1] 此定義參見 Allen and Gale(2000)。

支出分成兩種形式，一種是政府提供的公共設施可使家計單位進行消費與休閒進而獲得效用，如公園或國家圖書館等，此類的公共設施支出稱之為政府消費性支出，因此類支出可使家計單位獲得效用，所以在分析此類的政府支出時，文獻上大多直接將政府消費性支出放入於家計單位的效用函數中（utility-type government expenditure）。另一種政府支出是指可當作私人生產過程的投入要素，稱之為政府基礎建設支出（以下稱為政府生產性支出），此類的政府建設如國防及高速公路等設施，因此類的政府支出可被當作私人生產過程中的投入要素，所以文獻上直接將政府生產性支出放入於廠商的生產函數中（productive-type government expenditure）。

在實證研究上，莊希豐（1998）、Barro (1991)及 Kneller，Bleaney and Gemmell (1999)等學者，利用資料分析後亦指出政府投資性支出越多對經濟成長越有利但消費性支出會降低經濟成長率。雖然理論與實證大多顯示政府投資性支出有利於經濟成長，但並不表示政府可任意的透過增加對民眾的課稅擴充政府投資性支出，因若任意的增加課稅將導致租稅扭曲而不利經濟成長。

第三章 模型設定

第一節 總體經濟敘述

經濟體系由無窮交替的青年及老年兩期跨代模型組成，假設每一期$(t=0，1，2 \ldots.)$均有人口出生，假設其中一人為i，並將每一期的人口總數簡化為 1 單位，因此$i \in [0，1]$，且為了簡化分析，假設每一期皆沒有人口成長的問題。每一期皆由所有的年輕人口組成一間公司生產唯一一種最終消費財，消費財的生產過程中必須投入中間財。而中間財的主要生產要素為資本和勞動及政府的生產性支出。在此假設不論是消費財或中間財，在每一期的生產技術皆相同。

壹、 基本模型環境

假設每一期的人口i只會在年輕時期工作，因此每一期$(t=0，1，2 \ldots.)$將由年輕人i生產中間財$X_t(i)$。第 t 期，年輕的經濟個體i在生產中間財時，除了使用自身的勞動$l_t(i)$和資本$K_t(i)$外，並有政府生產性支出G_t。給定中間財的生產技術為:

$$X_t(i) = AG_t^{1-\alpha}K_t^{\alpha}(i)l_t^{1-\delta}(i) \quad ；0<\alpha<1，\mathrm{A}>0 \tag{1}$$

其中A為技術。在此假設勞動為非貿易的生產要素，因此每位年輕的經濟個體i只能使用本身 1 單位的勞動稟賦生產中間財，而資本只能使用一期，到了下一期便會完全折舊並且假設這個社會一開始時，每個年輕經濟個體即擁有k_0的資本。

假設最終財之生產分配於消費(C_t)和 t+1 期的資本(K_{t+1})，且生產過程中使用中間財作為生產要素，其生產技術為:

$$C_t + \frac{K_{t+1}}{R} = y_t \tag{2}$$

其中$y_t = \left(\int_0^1 X_t^{\theta}(i)di\right)^{\frac{1}{\theta}}$ ；$\theta < 1$ 。

(2)式中說明 1 單位當期的消費可在未來轉換成R單位的資本，因此 t+1 期的資本K_{t+1}必須除以R後才可得知第 t 期實際的消費單位。為了簡化分析，在此假設中間財可無限分割，故以積分的方式將第 t 期年輕經濟個體i所生產的中間財予以加總。

假設第 t 期所有年輕的經濟個體擁有相同的效用函數，C_{jt}是代表第 t 期的年輕經濟個體於年齡j時的消費，$j = 1(2)$表示經濟個體於年輕(年老)時期消費，給定代表性年輕人的效用函數如下:

$$U(C_{1t}, C_{2t}, \phi) = \frac{-[(1-\phi)C_{1t} + \phi C_{2t}]^{-\gamma}}{\gamma} \quad ;\gamma > -1 \tag{3}$$

其中γ為相對風險趨避係數，當$\gamma \to -1$，表示經濟個體屬於風險中立者，但一般情況下，大部份的經濟個體皆為風險趨避者，因此本文只分析經濟個體為風險趨避($\gamma > -1$)的情況，當γ越接近-1，表示經濟個體的風險趨避程度越小。如同 Diamond and Dybvig (1983)的假設，ϕ為流動性偏好衝擊，對每位經濟個體而言，彼此獨立不互相影響，其表示方式如下:

$$\phi = \begin{cases} 0， & 1-\pi\text{的發生機率} \\ 1， & \pi\text{的發生機率} \end{cases}$$

假設年輕經濟個體在進行資產配置前並不知道自己屬於何種ϕ值。在經濟體系中存在兩種資產。一種是資本，第 t 期，1 單位的消費轉成長期投資可在 t+1 期獲

得R單位的資本，但若投資計劃中途解約，則無法拿回任何的資本及消費。另一種資產是儲蓄，第 t 期，若將 1 單位的消費轉成儲蓄將可在第 t 期或 t+1 期獲得 n 單位的報酬。

假設政府在第 t 期會向中間財課稅並將租稅收入用於第 t+1 期的中間財生產性支出，亦即將政府支出納入年輕經濟個體所生產的中間財中，因此在第 t+1 期，政府為了融通其支出，將向第 t 期年輕經濟個體所生產的中間財課稅，據此得到第 t+1 期總稅收為：

$$G_{t+1} = \tau y_t \tag{4}$$

其中τ為稅率，其值介於 0 至 1 之間。並假設這個社會在一開始時，政府即擁有G_0的生產性支出。

貳、 中間財的生產過程

第 t 期，最終消費財的生產過程必須投入中間財，因此最終消費財廠商須向年輕的經濟個體i購買中間財$X_t(i)$。假設中間財市場為不完全競爭市場，且年輕經濟個體i是中間財$X_t(i)$唯一的生產者，故具有訂價能力，因此年輕經濟個體i將自己所生產的中間財價格訂為$P_t(i)$。假設最終消費財廠商視中間財貨的投入價格$P_t(i)$為固定，在基於追求利潤極大化的情況下，最終消費財廠商須面對的問題為：

$$max\left(\int_0^1 X_t^{\theta}(i)di\right)^{\frac{1}{\theta}} - \int_0^1 P_t(i)X_t(i)di \tag{5}$$

令$\mathrm{y_t} = \left(\int_0^1 X_t^{\theta}(i)di\right)^{\frac{1}{\theta}}$。將(5)式對中間財$X_t(i)$作一階微分，將可得到：

$$P_t(i) = y_t^{1-\theta}X_t^{\theta-1}(i) \tag{6}$$

(6)式表示最終消費財廠商對中間財貨的需求函數。

第 t 期，生產中間財的年輕經濟個體i在完全競爭的資本市場中支付ρ_t取得資本$K_t(i)$作為生產要素，此時年輕經濟體個體i將面臨選擇如何可使自己獲得最大利潤的中間財生產量及資本使用量的問題，所面對的問題如下:

$$max[P_t(i)X_t(i) - \rho_t K_t(i)] \tag{7}$$

將(1)(6)式及$l_t(i) = 1$代入(7)式中，可將(7)式改寫為:

$$max\ y_t^{1-\theta}[AG_t^{1-\alpha}K_t^{\alpha}(i)]^{\theta} - \rho_t K_t(i) \tag{8}$$

此時生產中間財的年輕經濟個體i只需選擇可使自己獲得最大利潤的資本使用量即可，亦即對(8)式中的$K_t(i)$作一階微分，可得到:

$$\rho_t = \theta\alpha A\left(\frac{G_t}{K_t(i)}\right)^{1-\alpha} y_t^{1-\theta} X_t(i)^{\theta-1} \tag{9}$$

為便於分析，在此假定生產中間財貨的年輕經濟個體i之間有對稱關係，亦即所有代表性年輕人i均相同，故可知$X_t(i) = X_t$，$K_t(i) = K_t$，而從$y_t = \left(\int_0^1 X_t^{\theta}(i)di\right)^{\frac{1}{\theta}}$亦可知$y_t = X_t$，則(9)式可改寫成:

$$\rho_t = \theta\alpha A\left(\frac{G_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} \tag{10}$$

年輕經濟個體i是中間財$X_t(i)$唯一的生產者，因此可知年輕經濟個體i在生產中間財貨後，將獲得的總收入扣除資本使用成本後，剩餘部分即為年輕經濟個體i的工資所得$W_t(i)$。將(9)式代入(8)式中即可求得年輕經濟個體i的工資所得為:

$$W_t(i) = (1-\theta\alpha)y_t^{1-\theta}[AG_t^{1-\alpha}K_t^{\alpha}(i)]^{\theta} \tag{11}$$

其中$K_t(i) = K_t$，$y_t = X_t$且所有年輕經濟個體i為對稱均衡，因此可將(11)式改寫

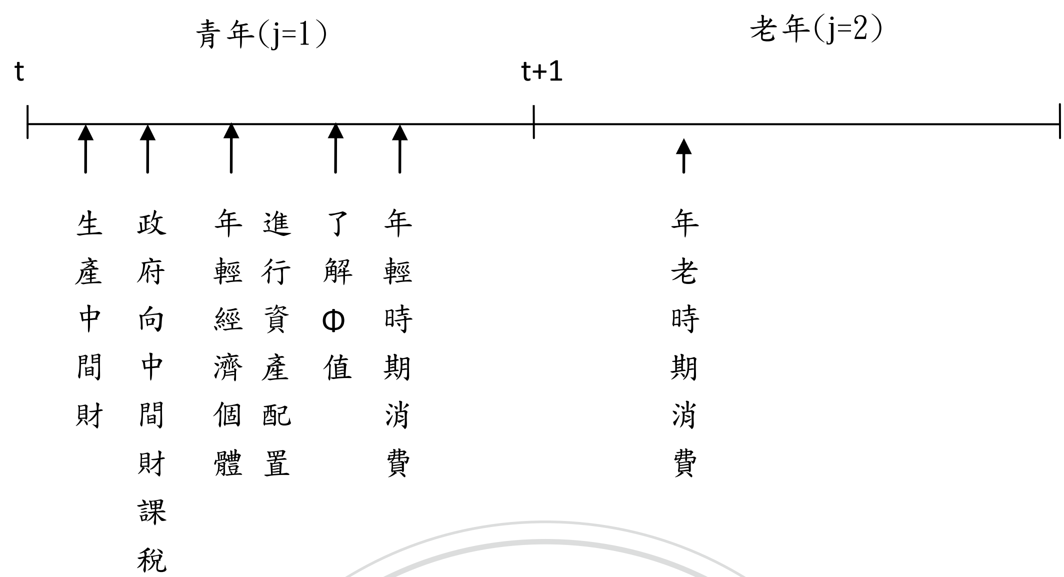
為:

$$W_t(i) = W_t = (1 - \theta\alpha)X_t \tag{12}$$

參、 資產配置過程

經濟體系中存在銀行與股票市場兩種不同的金融體系可供生產中間財貨的年輕經濟個體進行資產配置,假設每一期的金融體系結構及營運方式皆相同且為外生給定的。

在第 t 期期初,年輕的經濟個體可透過生產中間財貨賺取工資所得,此時政府亦將對中間財課稅,因此對年輕經濟個體而言,實際獲得的工資所得為$(1-\tau)W_t$。在取得稅後工資所得後,他們將利用銀行或股票市場進行資產配置,如同前述的假設,年輕經濟個體在進行資產配置前並不知道自己的ϕ值為何。此也隱含對生產中間財的年輕經濟個體而言,在進行資產配置前並不會有任何的消費行為發生,因為此時對任何一位年輕經濟個體而言,並未發現消費可為他們獲得效用。在進行資產配置後,年輕的經濟個體將會了解自己的偏好,當$\phi = 0$時,表示經濟個體喜歡於年輕時期(j=1)消費,而$\phi = 1$時,代表經濟個體偏好於年老時期(j=2)消費。年輕經濟個體進行資產配置的時間圖如圖一。



圖一 年輕經濟個體資產配置時間圖

年輕經濟個體在獲得稅後工資所得後，將利用銀行或股票市場進行資產配置，以下將分別說明經濟個體如何運用不同的金融體系進行資產配置。

一、銀行

本小節將討論生產中間財貨的年輕經濟個體在獲得稅後工資所得後如何利用銀行進行資產配置及銀行的運作模式。如同前述的假設，每一期的金融體系結構及營運方式皆相同且為外生給定，並假設銀行是屬於完全競爭市場體系且為便於比較亦假設經濟體系此時只存在銀行此種金融體系。

在此假設生產中間財的年輕經濟個體會將稅後工資所得全數存入銀行，此後他將發現自己屬於何種ϕ值。若他屬於$\phi = 0$時，表示他喜歡於年輕時期消費，因此他將提前到銀行提領存款，故從銀行的觀點裡，銀行必須保留一部分具有流動性的資金預防經濟個體提前提領存款，因若當經濟個體提前提領存款時，銀行若於此時才進行提存資金的動作將會使營運產生問題，此也隱含只有喜歡於年輕

時期消費的經濟個體才會提前提領存款。因此銀行為了順利營運，他將會把經濟個體所存入的稅後工資所得適當的分配於短期儲蓄S_t^b和長期投資K_{t+1}^b兩部分，同時亦承諾給付經濟個體每單位存款一定的本利和。

若經濟個體偏好於年輕時期消費$(\phi = 0)$，表示他會提前提領存款，在銀行的立場，此筆款項被視為短期存款利用率較低，因此於提領時，銀行將給付經濟個體每單位存款較低的本利和(r_{1t})。但若經濟個體喜歡待年老時期$(\phi = 1)$才消費，表示銀行有較多的時間使用此筆存款進行報酬率較高的長期投資，則銀行將給付給經濟個體每單位存款較高的本利和(r_{2t})。

生產中間財的年輕經濟個體將稅後工資所得$(1-\tau)W_t$全數存入銀行後，銀行會將此筆款項分配於短期儲蓄S_t^b和長期投資K_{t+1}^b兩部分，且亦承諾在往後將給付經濟個體每單位存款一定的本利和，因此在假設銀行的市場結構為完全競爭體系且不必耗費任何成本的情況下，由於完全競爭市場隱含零利潤的條件，此時銀行將面臨如下的預算限制式:

$$S_t^b + K_{t+1}^b \leq (1-\tau)W_t \tag{13}$$

$$(1-\pi)(1-\tau)W_t r_{1t} \leq nS_t^b \tag{14}$$

$$\pi(1-\tau)W_t r_{2t} \leq (1-\tau)\rho_{t+1}^b R K_{t+1}^b \tag{15}$$

(14)(15)式說明所有生產中間財的年輕經濟個體中，在他們將稅後工資所得全數存入銀行後，有$1-\pi(\pi)$的機率，他們喜歡於年輕(年老)時期消費。

由於銀行處於完全競爭市場的結構中，彼此間會互相爭取年輕經濟個體的存

款作為投資資金來源，在這樣的競爭過程中，將使銀行必須以經濟個體的效用作為考量，選擇能使經濟個體獲得最大效用的r_{1t}、r_{2t}、S_t^b及K_{t+1}^b。由前述可知，有$(1-\pi)$機率的經濟個體屬於$\phi=0$，表示其年輕時期的消費額度(C_{1t})為$(1-\tau)W_t r_{1t}$，π機率的經濟個體屬於$\phi=1$，表示其年老時期的消費額度(C_{2t})為$(1-\tau)W_t r_{2t}$。將此結果代入(3)式中，此時銀行所面對的問題為:

$$max \quad U = \frac{-(1-\pi)[(1-\tau)W_t r_{1t}]^{-\gamma} - \pi[(1-\tau)W_t r_{2t}]^{-\gamma}}{\gamma} \tag{16}$$

假設$q_t^b = \frac{K_{t+1}^b}{(1-\tau)W_t}$是銀行進行長期投資時,此部分占稅後工資的比例,則(14)(15)式可改寫為:

$$r_{1t} \leq \frac{n(1-q_t^b)}{(1-\pi)} \tag{17}$$

$$r_{2t} \leq \frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b R q_t^b}{\pi} \tag{18}$$

將(17)(18)式代入(16)式中，將可得到下列式子:

$$max\, U = \frac{-(1-\pi)\left[(1-\tau)W_t \frac{n\left(1-q_t^b\right)}{(1-\pi)}\right]^{-\gamma} - \pi\left[(1-\tau)W_t \frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b R q_t^b}{\pi}\right]^{-\gamma}}{\gamma} \tag{19}$$

此時銀行只需選擇可使經濟個體獲得最大效用的投資比例即可,亦即對(19)式中的q_t^b作一階微分後，可得到投資比例q_t^b為[2]:

$$q_t^b = \frac{\frac{\pi}{1-\pi}}{\frac{\pi}{1-\pi} + \left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b R}{n}\right]^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}} \tag{20}$$

其中由於每一期生產中間財的技術皆相同，因此$\rho_{t+1}^b = \theta\alpha A\left(\frac{G_{t+1}}{K_{t+1}^b}\right)^{1-\alpha}$。

[2] 銀行投資比例q_t^b的推導過程詳見附錄一。

二、股票市場

此小節將討論生產中間財的年輕經濟個體如何將稅後工資所得利用股票市場進行資產配置，為便於比較，假設經濟體系此時只存在股票市場。

假設生產中間財的年輕經濟個體將全數稅後工資所得分成短期儲蓄(S_t^e)和要利用股票市場進行長期投資(K_{t+1}^e)兩部分。同於前述的假設，經濟個體在選擇資產配置前並不知道自己的偏好，在進行資產配置後，若經濟個體發現自己偏好於年輕時期$(\phi = 0)$消費，他將會利用股票市場拋售自己長期投資部份的資產以換取資金進行消費，而若經濟個體偏好於年老時期$(\phi = 1)$才消費，則會利用自己短期儲蓄的部分在股票市場中買進長期投資的資產。在此假設拋售 1 單位的長期投資可換得Z_t單位的短期儲蓄資金，因此年輕的經濟個體將有下列的預算限制式：

$$S_t^e + K_{t+1}^e \leq (1-\tau)W_t \tag{21}$$

$$C_{1t} \leq nS_t^e + nZ_tK_{t+1}^e \tag{22}$$

$$C_{2t} \leq (1-\tau)\rho_{t+1}^e R\left[K_{t+1}^e + \frac{S_t^e}{Z_t}\right] \tag{23}$$

(22)式表示若經濟個體偏好於年輕時期消費，則他會將長期投資資產拋售以換取短期儲蓄資金，而 1 單位的儲蓄又可獲得n單位的報酬，因此年輕時期消費總額度(C_{1t})為$nS_t^e + nZ_tK_{t+1}^e$。(23)式說明若經濟個體喜歡待老年才消費，則其將利用短期儲蓄部分的資金買進長期投資資產，然而因 1 單位的長期投資可換取Z_t單位的短期儲蓄，因此經濟個體若利用短期儲蓄S_t^e的資金買進長期投資資產時，將

可買進$\frac{S_t^e}{Z_t}$單位的長期投資資產，而 1 單位的投資在未來又可獲得R單位的資本，因此年老時期的消費額度(C_{2t})為$(1-\tau)\rho_{t+1}R\left[K_{t+1}^e+\frac{S_t^e}{Z_t}\right]$。

假設$q_t^e=\frac{K_{t+1}^e}{(1-\tau)W_t}$是生產中間財的年輕經濟個體進行長期投資時，此部分占稅後工資的比例，為了滿足$q_t^e\in[0,1]$則必須假設$Z_t=1$。若$Z_t>1$，則經濟個體於一開始選擇資產配置時，將會把所有稅後工資所得全數投入於長期投資$(q_t^e=1)$以利將來可獲得更多的短期儲蓄資金，亦即將存在套利空間。而若$Z_t<1$，則經濟個體在一開始進行資產配置時，會將全數稅後工資所得投入於短期儲蓄$(q_t^e=0)$，避免往後進行長短期資產交易時遭受損失。且若當$q_t^e=1(q_t^e=0)$時，則表示經濟個體會將稅後工資所得全數投入於長期投資(短期儲蓄)，然而當經濟個體發現自己偏好於年輕(年老)時期消費，將會拋售長期投資資產換取短期儲蓄資金(利用短期儲蓄資金買進長期投資資產)，但在一開始資產配置時，即把全數稅後工資所得投入於長期投資(短期儲蓄)資產中，此時將無短期儲蓄資金(長期投資資產)與之交易，亦即股票市場將無法提供長短期資產交易的功能。然而對經濟個體而言，若股票市場無法提供長短期交易，將使他們無法藉由股票市場拋售資產取得資金(買進長期投資資產獲利)，此時他們將不再利用股票市場進行資產配置，因此股票市場將瓦解。因此只有當$Z_t=1$時，經濟個體的投資比例q_t^e才會介於 0 至 1 之間。

由前述可知，有$(1-\pi)$機率的經濟個體偏好於年輕時期消費，他將把長期投資資產賣出，而有π機率的人偏好於年老消費，因此將會利用自己短期儲蓄部

分的資金買進長期投資資產，在供需均衡時可得到下列式子:

$$(1-\pi)K_{t+1}^{e} = \pi\frac{S_t^e}{Z_t} \tag{24}$$

將(24)式兩邊同除以稅後工資所得$(1-\tau)W_t$及將$Z_t = 1$代入後，此式可改寫為:

$$(1-\pi)q_t^e = \pi\left(1-q_t^e\right) \tag{25}$$

由(25)式中可知，不論年輕經濟個體的風險趨避程度為何，在股票市場中的長期投資比例$q_t^e = \pi$。

肆、 一般均衡

不論理論或實證的文獻皆都指出金融體系的發展可促進經濟成長，本文中加入了政府生產性支出型態並多考慮經濟個體的風險趨避程度，探討在不同金融體系下，政府支出對經濟成長的所造成的影響，以下將分別說明銀行與股票市場經濟成長的差異。

一、銀行

生產中間財的年輕經濟個體將稅後工資所得全數存入銀行後，再由銀行選擇使經濟個體獲得最大效用的長期投資$\left(q_t^b\right)$的比例，而第 t 期的長期投資將可促使資本累積至下一期促進經濟成長，且每單位的長期投資在未來又可獲得R單位的資本，因此可得到下一期的資本為:

$$K_{t+1}^{b} = q_t^b(1-\tau)W_tR \tag{26}$$

進行長期投資將可促進資本累積進而促使經濟成長且每一期中間財貨的生產技術皆相同，因此將(26)式，及$G_{t+1} = \tau X_t$和$l_{t+1} = 1$代入下一期中間財貨的生產

函數中將可得到:

$$X_{t+1} = A\tau^{1-\alpha}\left[q_t^b R(1-\tau)(1-\theta\alpha)\right]^{\alpha} X_t \tag{27}$$

由(27)式中可知，銀行進行投資後所獲得的經濟成長率為:

$$g^b = \frac{X_{t+1}}{X_t} = A\tau^{1-\alpha}\left[q_t^b R(1-\tau)(1-\theta\alpha)\right]^{\alpha} \tag{28}$$

其中q_t^b為(20)，$\rho_{t+1}^b = \theta\alpha A\left(\frac{G_{t+1}}{K_{t+1}^b}\right)^{1-\alpha}$。

二、股票市場

若生產中間財的年輕經濟個體利用股票市場進行投資，將選擇q_t^e比例的稅後工資所得進行長期投資，第 t 期的長期投資將可使資本累積至下一期促使經濟成長，且每單位的長期投資可獲得R單位的資本，因此可得到下一期的資本為:

$$K_{t+1}^e = q_t^e(1-\tau)W_t R \tag{29}$$

將(29)式、$G_{t+1} = \tau X_t$及$l_{t+1} = 1$代入下一期中間財貨的生產函數中可得到:

$$X_{t+1} = A\tau^{1-\alpha}[q_t^e R(1-\tau)(1-\theta\alpha)]^{\alpha} X_t \tag{30}$$

由(30)式中可知經濟個體利用股票市場進行長期投資可促成的經濟成長率為;

$$g^e = \frac{X_{t+1}}{X_t} = A\tau^{1-\alpha}\left[q_t^e R(1-\tau)(1-\theta\alpha)\right]^{\alpha} \tag{31}$$

其中$q_t^e = \pi$。

第二節 社會福利討論

經濟環境存在金融體系有利於貸款者與借款者間資金供需的媒合，使得許多投資計畫得以順利進行，提高經濟效率，投資的獲利更可使貸款者與借款者皆獲

得報酬，使得兩者福利皆可提升。本小節我們將分別討論利用銀行或股票市場進行資產配置後，社會福利的水準各為何。在此將現有及未來世代的效用函數納入考量，並利用折現加總的方式訂定出衡量社會福利的目標函數，故可設立社會福利函數形式如下：

$$\Omega=\sum_{t=0}^{\infty}\varphi^{t}U_{t} \tag{32}$$

其中φ為折現因子，U_t是(3)式的效用函數。

一、銀行

年輕經濟個體將稅後工資所得利用銀行進行資產配置時，銀行亦同時承諾給付每單位存款一定的本利和，如同前述的假設，有$1-\pi$的機率，經濟個體偏好於年輕時期消費，消費額度C_{1t}為$(1-\tau)W_t r_{1t}$，有π的機率，經濟個體偏好於年老時期消費，此時消費額度C_{2t}為$(1-\tau)W_t r_{2t}$。此時第 t 期社會的總效用如同(16)式，將(16)式代入(32)式中可得到：

$$\Omega^{b}=\sum_{t=0}^{\infty}\varphi^{t}\left\{\frac{-(1-\pi)[(1-\tau)W_t r_{1t}]^{-\gamma}-\pi[(1-\tau)W_t r_{2t}]^{-\gamma}}{\gamma}\right\} \tag{33}$$

將(17)(18)式代入(33)式中，可得到：

$$\Omega^{b}=\sum_{t=0}^{\infty}\varphi^{t}\left\{\frac{-(1-\pi)\left[(1-\tau)W_t\frac{n\left(1-q_t^b\right)}{(1-\pi)}\right]^{-\gamma}-\pi\left[(1-\tau)W_t\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^{b}Rq_t^{b}}{\pi}\right]^{-\gamma}}{\gamma}\right\} \tag{34}$$

其中q_t^b與ρ_{t+1}^b兩者皆為常數[3]，因此分別以q^b與ρ^b表示，並將$W_t=(1-\theta\alpha)X_t$代入(34)式後，可得到社會福利為[4]：

[3] 說明過程詳見附錄二。
[4] 推導過程詳見附錄二。

$$\Omega^b = \left\{ \frac{-(1-\pi)\left[(1-\tau)(1-\theta\alpha)\frac{n\left(1-q^b\right)}{1-\pi}\right]^{-\gamma} - \pi\left[(1-\tau)^2(1-\theta\alpha)\frac{\rho^b R q^b}{\pi}\right]^{-\gamma}}{\gamma} \right\} \frac{X_0^{-\gamma}}{1-\varphi g_b^{-\gamma}} \quad (35)$$

其中g_b是銀行進行長期投資所促進的經濟成長率，亦即為(28)式。

二、股票市場

年輕經濟個體將稅後工資所得利用股票市場進行資產配置時，如同前述說明，有$1-\pi$的機率，經濟個體偏好於年輕時期消費，消費額度C_{1t}為$nS_t^e + nZ_tK_{t+1}^e$，有π的機率，經濟個體偏好於年老時期消費，此時消費額度C_{2t}為$(1-\tau)\rho_{t+1}^e R\left[K_{t+1}^e + \frac{S_t^e}{Z_t}\right]$，而因$S_t^e + K_{t+1}^e = (1-\tau)W_t$，故$C_{1t}$與$C_{2t}$分別為$\mathrm{n}(1-\tau)W_t$與$(1-\tau)^2\rho_{t+1}^e RW_t$，並將$C_{1t}$與$C_{2t}$代入(3)式中，此時第 t 期社會的總效用為:

$$U = \frac{-(1-\pi)\left[\mathrm{n}(1-\tau)W_t\right]^{-\gamma} - \pi\left[(1-\tau)^2\rho_{t+1}^e RW_t\right]^{-\gamma}}{\gamma} \quad (36)$$

將(36)式代入(32)式中，可得到:

$$\Omega^e = \sum_{t=0}^{\infty} \varphi^t \left\{ \frac{-(1-\pi)\left[\mathrm{n}(1-\tau)W_t\right]^{-\gamma} - \pi\left[(1-\tau)^2\rho_{t+1}^e RW_t\right]^{-\gamma}}{\gamma} \right\} \quad (37)$$

其中$\rho_{t+1}^e = \theta\alpha A\left(\frac{G_{t+1}}{K_{t+1}}\right)^{1-\alpha} = \theta\alpha A\left(\frac{\tau}{\pi(1-\tau)(1-\theta\alpha)R}\right)^{1-\alpha}$為一常數，因此以$\rho^e$表示，並將$W_t = (1-\theta\alpha)X_t$代入(37)式後，可得到利用股票市場進行資產配置後的社會福利為[5]:

$$\Omega^e = \left\{ \frac{-(1-\pi)\left[n(1-\tau)(1-\theta\alpha)\right]^{-\gamma} - \pi\left[(1-\tau)^2(1-\theta\alpha)\rho^e R\right]^{-\gamma}}{\gamma} \right\} \frac{X_0^{-\gamma}}{1-\varphi g_e^{-\gamma}} \quad (38)$$

其中g_e是利用股票市場進行長期投資所促進的經濟成長率，亦即為(31)式。

[5] 推導過程詳見附錄三。

第四章 數值模擬

第一節 投資比例與經濟成長率數值模擬

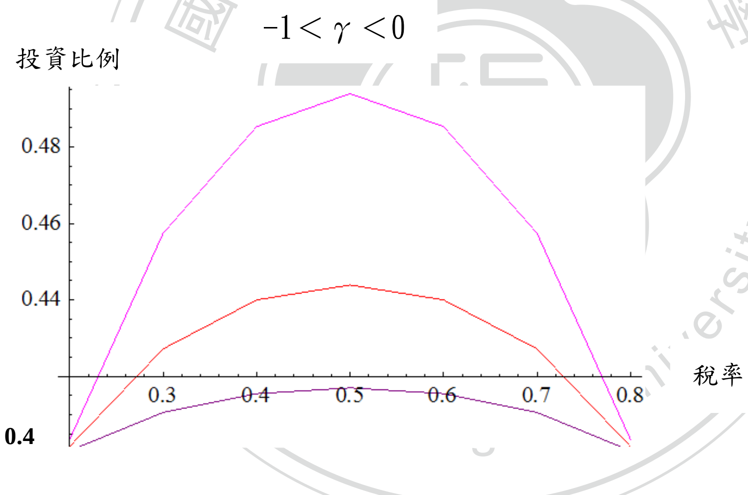
在股票市場中，為了使長期投資比例$q_t^e \in [0,1]$，進而假設短期儲蓄和長期投資間買賣相對價格$Z_t = 1$，因此長期投資比例將固定等於π而不受經濟個體風險趨避程度影響，同時亦可輕易的由股票市場的經濟成長率(31)式中求得使經濟成長最大的最適稅率為$1-\alpha$。然而經濟個體不同的風險趨避程度將影響銀行的投資比例進而影響經濟成長率，因此將分別利用數值模擬分析經濟個體不同的風險趨避程度如何影響銀行與股票市場的投資比例和經濟成長率。

此小節將探討在稅率τ為 0.2 至 0.8 間，不同風險趨避程度的經濟個體如何影響銀行和股票市場中投資比例與經濟成長率的差異，並將股票市場最適稅率下的經濟成長率與銀行加以比較。

首先，給定模型中的參數值：參考馬南媛(1998)，對亞太區域內經濟個體的風險趨避係數作一估計，估計結果係數不大於1，且在本文中，當銀行所面對的經濟個體風險趨避係數$\gamma = 0$時，此時銀行的投資比例將與股票市場相同，因此本文將經濟個體的風險趨避程度區分為$-1 < \gamma < 0 (\gamma = -0.75, -0.5, -0.25)$，$\gamma = 0$及$0 < \gamma < 1 (\gamma = 0.25, 0.5, 0.75)$三個區間。根據 Barro (1990)指出使經濟成長最大的最適稅率為政府支出份額α(資本份額$1-\alpha$)，而本文在股票市場中，可求得使經濟成長最大的最適稅率為政府支出份額$1-\alpha$(資本份額α)，因此本文假設$\alpha = 0.5$，此時的最適稅率為 0.5 將與 Barro (1990)。參考 Gaytan and Ranciere

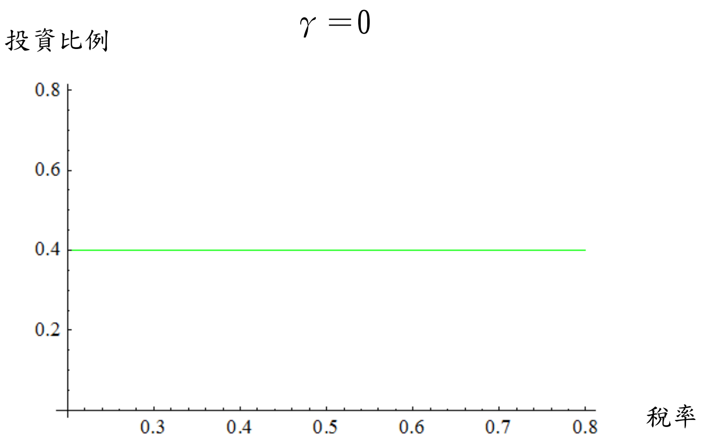
(2002)設定流動性衝擊$\pi = 0.4$。為了使不同風險趨避程度的經濟個體可顯著區分投資比例與經濟成長率及為了得到合理的經濟成長率，設定技術參數A為 5.3，1 單位投資可獲得的資本$R = 1.2$，短期儲蓄報酬$n = 1.05$，$\theta = 0.5$，給定此些參數值後，比較在經濟個體擁有不同的風險趨避程度時，政府將租稅收入用於生產性支出時，銀行與股票市場的投資比例與經濟成長的差異，透過數值分析，其結果如圖二至圖五。

圖二、銀行投資比例:經濟個體風險趨避程度$-1<\gamma<0$



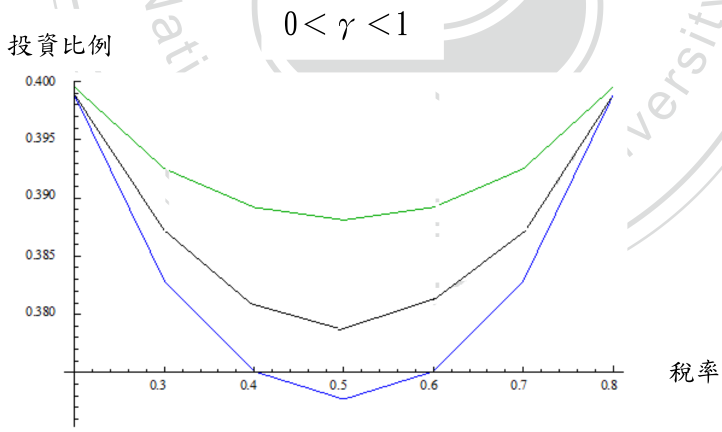
銀行投資比例(粉紅:γ=-0.75，紅: γ=-0.5，紫: γ=-0.25)。

圖三、銀行($\gamma=0$)與股票市場投資比例



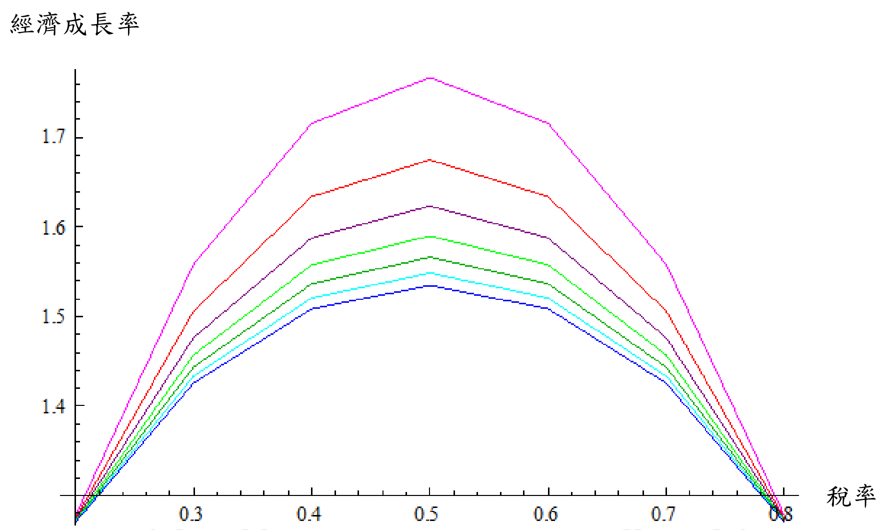
銀行投資比例($\gamma=0$)與股票市場投資比例。

圖四、銀行投資比例:經濟個體風險趨避程度 $0<\gamma<1$



銀行投資比例(綠:$\gamma=0.25$,黑: $\gamma=0.5$,藍: $\gamma=0.75$)。

圖五、銀行與股票市場的經濟成長率



銀行與股票市場的經濟成長率(粉紅: $\gamma=-0.75$，紅: $\gamma=-0.5$，紫: $\gamma=-0.25$，淺綠: $\gamma=0$ 與股票市場，深綠: $\gamma=0.25$，淺藍: $\gamma=0.5$，藍: $\gamma=0.75$)。

其中銀行($\gamma=-0.75,-0.5,-0.25,0.25,0.5,0.75$)代表銀行所面對的經濟個體風險趨避程度由小而大，由圖二至圖四可知，在相同稅率下，隨著銀行面對的經濟個體風險趨避程度由小而大時，銀行的投資比例則逐漸下降。

當銀行所面對的經濟個體風險趨避程度越小時，此類的經濟個體大多偏好於獲利性大但風險性亦較高的長期投資，因此若藉由銀行進行儲蓄時，將較有意願把資金長期存放於銀行並從中獲得較高的報酬，此時銀行可將較多的資金投入於報酬率較高的長期投資計劃中，因此在相同稅率下，銀行面對的經濟個體風險趨避程度越小，長期投資比例越大。而當銀行所面對的經濟個體風險趨避程度越大者，此類的經濟個體大多偏好短期具有流動性的資產，因而銀行面對此類的經濟

個體將必須保留較多的短期儲蓄，使得銀行無法有更多的資金進行長期投資，因此在相同稅率下，銀行面對的經濟個體風險趨避程度越大，長期投資比例越小。

如前所述，投資若中途解約則無法拿回任何的資本，將面臨損失的風險，但因股票市場提供了長短期資產交易的功能，因此不論經濟個體的風險趨避程度為何，對任一位經濟個體而言，在利用股票市場進行資產配置後，若當他發現自己只喜歡於年輕時期消費，則會利用股票市場拋售長期投資資產，可將中途解約所造成的損失風險分散，而若經濟個體發現自己喜歡於年老時期消費，則會利用短期儲蓄部分的資金買進長期投資資產，使自己能藉由買進更多長期投資資產獲利更多。換言之，不論經濟個體的風險趨避程度為何，皆可透過股票市場進行長短期資產交易將風險分散，且本文假設長短期資產交易的相對價格$Z_t = 1$，因此在長短期資產交易均衡時，對任一位經濟個體而言，不論風險趨避程度，在相同稅率下，長期投資比例皆固定為π，此結果如圖三，在股票市場中，投資比例皆固定為$\pi = 0.4$。

當銀行所面的經濟個體風險趨避程度屬於$-1 < \gamma < 0$此區間時，隨著稅率的提高，投資比例將先上升再下降，在稅率為 0.5 時，投資比例最高。而當銀行所面對的經濟個體風險趨避程度屬於$0 < \gamma < 1$此區段時，隨著稅率的提高，投資比例將先下降爾後上升，在稅率為 0.5 時，投資比例最低，此數值分析結果與數學推導過程相同[6]。雖然隨著稅率的提高，政府生產性支出增加，然而在股票市

[6] 稅率對 q_t^b的影響推導過程詳見附錄四。

場中，對任一位經濟個體而言，不論在何種稅率下，皆可利用股票市場進行長短期資產交易，將可能損失的風險分散，因此在均衡時，長期投資比例皆固定為π，亦不受稅率的影響。

隨著稅率的提高，政府生產性支出亦隨之增加，同時在銀行所面對的經濟個體風險趨避程度較小 $(-1 < \gamma < 0)$時，銀行的投資比例將上升，因此此時所促進的經濟成長率最高。股票市場中，每一位經濟個體皆可利用股票市場進行長短期資產交易，將可能損失的風險分散，因此在均衡時，長期投資比例皆固定為π，但隨著稅率提高，政府生產性支出亦增加，故此時經濟成長的表現次之。當銀行面對的經濟個體風險趨避程度較大$(0 < \gamma < 1)$時，隨著稅率的提高，銀行此時的投資比例將下降，但隨著稅率提高，政府生產性支出增加的幅度抵銷了銀行長期投資下降的幅度，因此經濟成長率仍隨之提升，但此時經濟成長的表現最差，亦即整體而言，經濟成長的表現結果為$g^b_{-1<\gamma<0} > g^b_{\gamma=0} = g^e > g^b_{0<\gamma<1}$。此結果可由圖五中得知。

雖然理論與實證大多顯示政府投資性支出有利於經濟成長，但並不表示政府可任意的透過增加對民眾的課稅擴充政府投資性支出，因若任意的增加課稅反而導致租稅扭曲而不利經濟成長，故由圖五中即可知，當稅率過高時，反而使經濟成長率下降。

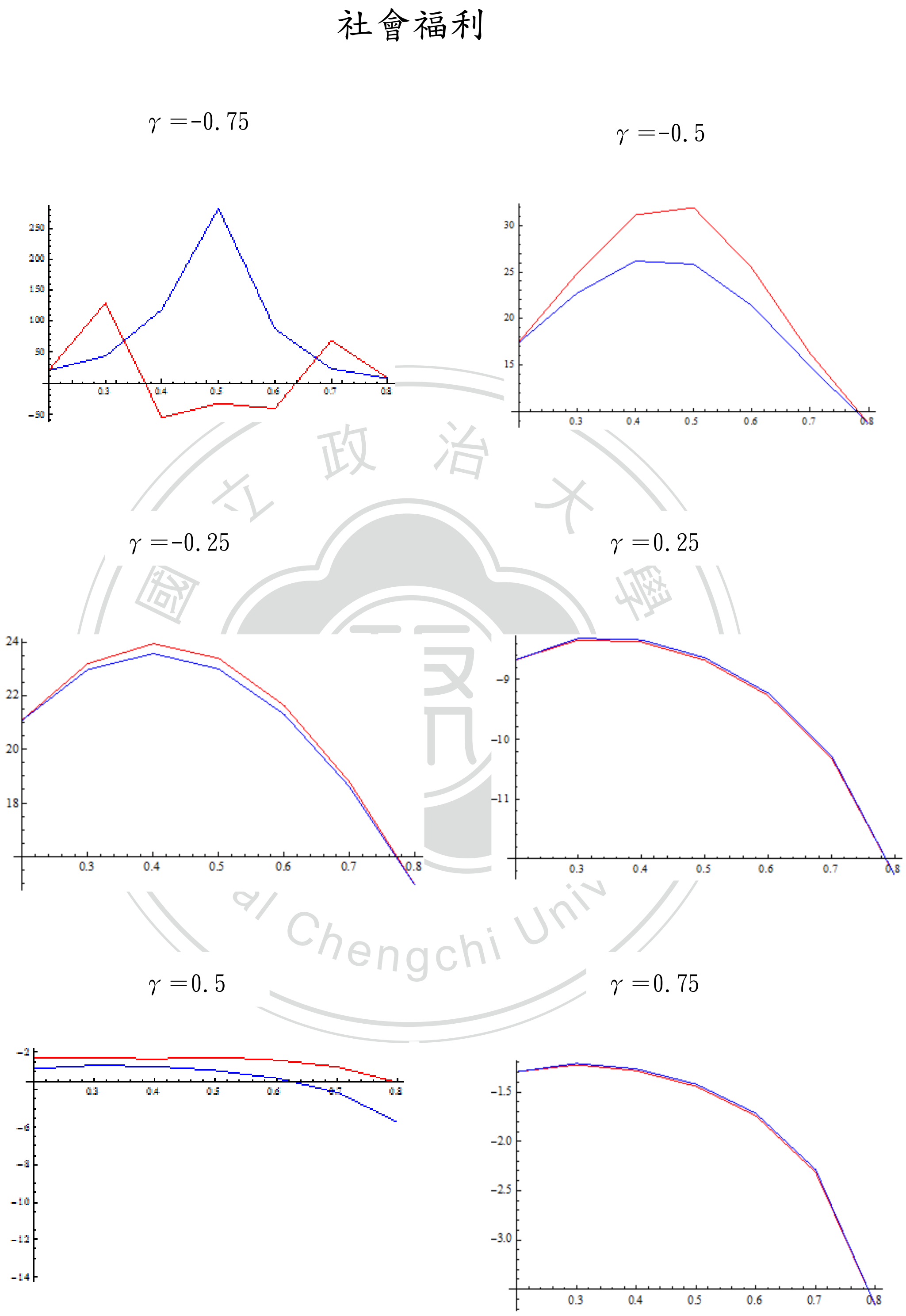
目前文獻上指出銀行導向與市場導向對經濟成長的貢獻沒有一定的優劣，皆是在沒有考慮經濟個體的風險趨避程度下加以探討，而本文主要發現在加入政府

角色並多考慮經濟個體的風險趨避程度後，在不同的政府支出下，利用銀行或股票市場進行長期投資所促進的經濟成長率將可辨別優劣。然而由前述可知，利用股票市場進行長期投資後，可得到使經濟成長最大的最適稅率為政府支出份額$1-\alpha$(資本份額α)，而 Barro (1990)指出使經濟成長最大的最適稅率為政府支出份額α(資本份額$1-\alpha$)，其中本文假設$\alpha=0.5$，此時的最適稅率為 0.5，故此時最適稅率將與文獻相符，由圖五亦可知，在此稅率下，不論經濟個體的風險趨避程度為何，此時銀行進行長期投資所促進的經濟成長率亦是最大。

第二節 社會福利數值模擬

本小節將利用數值分析，探討在稅率τ為 0.2 至 0.8 間，不同風險趨避程度的經濟個體利用銀行或股票市場進行資產配置後，社會福利的差異。參考 Hung (2005)設定折現因子$\varphi=0.7$，自行設定第 0 期的政府支出$G_0=1$，資本$K_0=1$，其餘變數的數值皆與前小節相同，透過數值模擬分析後，結果如圖六。

圖六、銀行與股票市場的社會福利



紅:銀行，藍:股票市場。

其中銀行與股票($\gamma = -0.75, -0.5, -0.25, 0.25, 0.5, 0.75$)代表經濟個體的風險趨避程度由小而大，分別利用股票市場和銀行進行資產配置後，將所獲得的報酬進行消費，爾後獲得效用所形成的社會福利。由圖六中可知，除了經濟個體的風險趨避程度$\gamma = -0.75$，銀行與股票市場所促成的社會福利會產生明顯差異外，其餘情況銀行股票市場所促成的社會福利差異逐漸接近。

由社會福利函數(35)及(38)式中，可得知在經濟個體有相同的風險趨避程度下，使銀行與股票市場所促成的社會福利產生差異的主要因素為投資比例及$1 - \varphi g^{-\Upsilon}$。在風險趨避程度為-0.75 的情況下，當稅率在 0.4 至 0.7 之間時，相較其他風險趨避程度，此時銀行的投資比例與經濟成長率與股票市場差異較大且$1 - \varphi g^{-\Upsilon} < 0$，使得銀行所促成的社會福利遠低於股票市場。

在其他風險趨避程度下，銀行與股票市場的投資比例及經濟成長率的差距逐漸縮小，此情況可由圖二至圖五中得知，因此兩者所促成的社會福利差距縮小，但無法區分何種導向的金融體制何者能促成較大的社會福利，且即使有較大的經濟成長率亦無法保證能獲得較大的社會福利。

第五章 結論

從過去的許多文獻中可知，金融體系可以透過各種不同的管道或政府政策影響資本累積，進而促進經濟發展。

本文研究假定經濟體系為無窮交替的兩期跨代模型，以 Greenwood and Smith (1997)的模型架構為基礎，並加入政府部門且多考慮經濟個體的風險趨避程度後，探討政府支出政策如何影響經濟個體在不同金融體系下的長期投資比例、經濟成長率及社會福利，並輔以數值模擬加以說明。

目前文獻上指出銀行導向與市場導向對經濟成長的貢獻沒有一定的優劣，皆是在沒有考慮經濟個體的風險趨避程度下加以探討，而本文主要發現在加入政府角色並多考慮經濟個體的風險趨避程度後，在不同的政府支出下，利用銀行或股票市場進行長期投資所促進的經濟成長率將可辨別優劣。利用股票市場進行長期投資後，可得到經濟成長最大的最適稅率為政府支出分額$1-\alpha$(資本份額α)，而 Barro (1990)指出使經濟成長最大的最適稅率為政府支出份額α(資本份額$1-\alpha$)，其中本文假設$\alpha=0.5$，此時最適稅率為 0.5，此時最適稅率將與文獻相符，在此稅率下，不論經濟個體的風險趨避程度為何，利用銀行進行長期投資所促進的經濟成長率亦是最大，亦即使經濟成長最大的最適稅率，在銀行與股票市場皆相同。

經濟個體利用銀行或股票市場進行資產配置後，將了解自己的流動性偏好，爾後進行消費獲得效用，本文將每期經濟個體所獲得的效用折現加總，分別探討

銀行或股票市場所形成的社會福利差異，並利用數值模擬加以分析，主要發現無法區分何種導向的金融體制何者能促成較大的社會福利，且即使有較大的經濟成長率亦無法保證能獲得較大的社會福利。

參考文獻

中文部分:

1. 陳明郎(1999)，*經濟成長*，華泰書局。
2. 馬南媛(1998),「亞太風險趨避係數的估計與比較」,元智大學管理研究所。
3. 莊希豐(1998),「政府支出與內生化經濟成長-應用於臺灣經濟」,《淡江人文社會學刊》創刊號，241-267。
4. 黃仁德、羅時萬(2000)，*現代經濟成長理論*，華泰書局。

英文部分:

1. Allen,F.and D.Gale. (2000), “Comparing Financial Systems,” Cambridge,MA:The MIT Press.
2. Gaytan,A.and R.Ranciere. (2002),“Liquidity,Financial Intermediation and Growth,” New York University.
3. Atje,R.and B.Jovanovic. (1993),“Stock Markets and Development,” *European Review*,37:3,632-640.
4. Barro,R.J. (1990),“Government spending in a simple modle of endogen ous growth,” *Journal of Political Economy*,98,103-125.
5. Barro,R.J. (1991),“Economic growth in a cross section of countries,” *Quarterly Journal of Economics*,106:2,407-443.
6. Barro,R.J.and Sala-i-Martin,X. (1992),“Public finance in models of economic growth,” *Review of Economic Studies*,9,645-661.
7. Bencivenga,V.R. and Smith,B.D. (1991),“Financial intermediation and endogenous growth,” *Review of Economic Studies*,58,195-209.
8. Bencivenga,V.R. and Smith,B.D. (1993),“Some consequences of credit rationing in an endogenous growth model,” *Journal of Economic Dynamics and Control*,17,97-122.

9. Bose,N.and Cothren,R. (1996),"Equilibrium loan contracts and endog- enous growth in the presence of asymmetric information," *Journal of Monetary Economics*,38,363-376.

10. Cass,D. (1965),"Optimal growth in an aggregate model of capital accumulation," *Review of Economic Studies*,32,233-240.

11. Chakraborty,S and R.Ray. (2006), "Bank-based versus market-based financial systems:A growth-theoretic analysis," *Journal of Monetary Economics*,53,329-350.

12. Demirguc-kunt,A.and R.Levine. (1999),"Bank-based and Market-based Financial Systems:Cross-country Comparisons," Washington D.C: Worid Bank.

13. Diamond,D.W.and Dybvig,P.H. (1983),"Bank Runs,Deposit Insurance, and Liquidity," *Journal of Political Economy*,913,401-419.

14. Glomm,G.and Ravikumar,B. (1994),"Public Investment in Infrastruct- Ure in a Simple Growth Model," *Journal of Economic Dynamics*,18,1173-1187.

15. Greenwood,J.and Jovanovic,B. (1990),"Financial development, growth,and the distribution of income," *Journal of Political Economy*,98:5,1076-1088.

16. Greenwood,J.and Smith,B.D. (1997),"Financial Market in Developm- ent and the Development of Financial Market," *Journal of Economic Dynamics and Control*,21,145-181.

17. Gurley,J.and Shaw,E. (1960),"Money in a Theory of Finance," Washington,D.C:Brookings Institution.

18. Hung,F.S. (2005), "Optimal composition of government public capital financing," *Journal of Macroeconomics*,27,704-723.

19. Hung,F.S.and Liao,W.R. (2007),"Self-financing,Asymmetric Information,and Government Spending in a Simple Endogenous Growth Model," *Taiwan Economic Review*,35:3,249-284.

20. Levine,R.and S.Zervos. (1996),“Stock Market development and long Run growth,” *The Worid Bank Economic Review,*10:2,323-339

21. Levine,R.and S.Zervos. (1996),“Stock Markets,Banks,and Economic Growth,” *American Economic Review*,88:3,537-558.

22. Levine,R. (2002), “Bank-based and Market-based Financial Systems:which is Better?,” *Journal of Financial Intermediation* ,11,398-422.

23. Lucas,R. (1988),“On the Mechanics of Economic Development,” *Journal Monetary Economics*,22:1,3-42.

24. Mckinnon,R. (1973),“Money and Capital in Economic Development,” Washington,DC: Brookings Institution.

25. Miwa,Yoshiro and J.Mark Ramseyer. (2003), “Does Relationship Banking Matter? Japanese Bank-Borrower Ties in Good Times and Bad,”Disscussion Paper 433.Cambridge,Massachusetts:Harvard Law School John M.Olin Center for Law, Economic and Business.

26. Romer,P.M.(1986),“Increasing Returns and Long-Run Growth,” *Journal of Political Economy*,94:5,1002-1037.

27. Rebelo,S. (1991),“long Run Policy Analysis and Long Growth,” *Journal of Political Economy*,99,500-521.

28. Solow,R. (1956),“A contribution to the theory of economic growth,” *Quarterly Journal of Economics*,70,65-94.

29. Turnovsky,S.J.and W.H.Fisher. (1995),“The Composition Expenditure and Its Consequences for Macroeconomic Performance,” *Journal of Economic Dynamics and Control*,19,747-786.

30. Zysman,J. (1983),“Governments,Markets and Growth:Financial Systems and the Politics of Industrial Change,” Ithaca,NY:Cornell University Press.

附錄一

銀行必須以經濟個體的效用作為考量，因此銀行所面對經濟個體的效用為:

$$U=\frac{-(1-\pi)\left[(1-\tau)W_t\frac{n\left(1-q_t^b\right)}{(1-\pi)}\right]^{-\gamma}-\pi\left[(1-\tau)W_t\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b Rq_t^b}{\pi}\right]^{-\gamma}}{\gamma}$$

$$=\frac{[-(1-\tau)W_t]^{-\gamma}\left\{(1-\pi)\left[\frac{n\left(1-q_t^b\right)}{(1-\pi)}\right]^{-\gamma}+\pi\left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b Rq_t^b}{\pi}\right]^{-\gamma}\right\}}{\gamma}$$

銀行必須選擇使經濟個體獲得最大效用的投資比例 q_t^b，推導過程如下:

$$\frac{\partial U}{\partial q_t^b}=0$$

$$\rightarrow n\left[\frac{n\left(1-q_t^b\right)}{(1-\pi)}\right]^{-\gamma-1}=(1-\tau)\rho_{t+1}^b R\left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b Rq_t^b}{\pi}\right]^{-\gamma-1}$$

$$\rightarrow \frac{\left[\frac{n\left(1-q_t^b\right)}{(1-\pi)}\right]^{-\gamma-1}}{\left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b Rq_t^b}{\pi}\right]^{-\gamma-1}}=\frac{(1-\tau)R\rho_{t+1}^b}{n}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{n\left(1-q_t^b\right)}{(1-\pi)}}{\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b Rq_t^b}{\pi}}=\left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b R}{n}\right]^{\frac{-1}{1+\gamma}}$$

$$\rightarrow \frac{n\left(1-q_t^b\right)}{(1-\pi)}=\left[\frac{(1-\tau)R\rho_{t+1}^b}{n}\right]^{\frac{-1}{1+\gamma}}\left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b Rq_t^b}{\pi}\right]$$

$$\rightarrow \frac{nq_t^b}{(1-\pi)}+\left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b R}{n}\right]^{\frac{-1}{1+\gamma}}\left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b Rq_t^b}{\pi}\right]=\frac{n}{1-\pi}$$

$$\rightarrow\ q_t^b = \frac{\frac{\pi}{1-\pi}}{\frac{\pi}{1-\pi}+\left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b R}{n}\right]^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}}$$

(2)經濟個體風險趨避程度γ對q_t^b的影響

$$q_t^b = \frac{\frac{\pi}{1-\pi}}{\frac{\pi}{1-\pi}+\left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b R}{n}\right]^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}}$$

將$\rho_{t+1}^b = \theta\alpha A\left(\frac{\tau}{q_t^b(1-\tau)(1-\theta\alpha)R}\right)^{1-\alpha}$代入$q_t^b$中，整理可得到：

$$(1-q_t^b)^{-1}(q_t^b)^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}} = \frac{\pi}{(1-\pi)}\left\{\left[\frac{(1-\tau)R}{n}\right]\left\{\theta\alpha A\left(\frac{\tau}{(1-\tau)(1-\theta\alpha)R}\right)^{1-\alpha}\right\}\right\}^{\frac{-\gamma}{1+\gamma}}$$

令$S = \left\{\left[\frac{(1-\tau)R}{n}\right]\left\{\theta\alpha A\left(\frac{\tau}{(1-\tau)(1-\theta\alpha)R}\right)^{1-\alpha}\right\}\right\}$

$$\rightarrow e^{-ln(1-q_t^b)} \times e^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}lnq_t^b} = e^{ln\frac{\pi}{1-\pi}} \times e^{\frac{-\gamma}{1+\gamma}lnS}$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{1-q_t^b} \times e^{-ln(1-q_t^b)} \times e^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}lnq_t^b} + e^{-ln(1-q_t^b)} \times e^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}lnq_t^b} \times \frac{1+\alpha\gamma}{q_t^b(1+\gamma)}\right] dq_t^b$$

$$+\left[e^{-ln(1-q_t^b)} \times e^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}lnq_t^b} \times lnq_t^b \times \frac{\alpha-1}{(1+\gamma)^2}\right] d\gamma$$

$$= \left[e^{ln\frac{\pi}{1-\pi}} \times e^{\frac{-\gamma}{1+\gamma}lnS} \times lnS \times \frac{-1}{(1+\gamma)^2}\right] d\gamma$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{1-q_t^b} \times e^{-ln(1-q_t^b)} \times e^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}lnq_t^b} + e^{-ln(1-q_t^b)} \times e^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}lnq_t^b} \times \frac{1+\alpha\gamma}{q_t^b(1+\gamma)}\right] dq_t^b =$$

$$\left[e^{ln\frac{\pi}{1-\pi}} \times e^{\frac{-\gamma}{1+\gamma}lnS} \times lnS \times \frac{-1}{(1+\gamma)^2} + e^{-ln(1-q_t^b)} \times e^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}lnq_t^b} \times \frac{lnq_t^b(1-\alpha)}{(1+\gamma)^2}\right] d\gamma$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{1-q_t^b} + \frac{1+\alpha\gamma}{q_t^b(1+\gamma)}\right] dq_t^b = \left[\frac{-1}{(1+\gamma)^2} \times lnS + \frac{1-\alpha}{(1+\gamma)^2} \times lnq_t^b\right] d\gamma$$

其中$lnS > 0$，$lnq_t^b < 0$

$$\rightarrow \frac{dq_t^b}{d\gamma} < 0$$

附錄二

(1) ρ_{t+1}^{b}及q_t^b為常數的說明過程

銀行進行長期投資後所得到的資本為:

$$K_{t+1}^{b}=q_t^b(1-\tau)W_tR$$

將K_{t+1}^{b}代入ρ_{t+1}^{b}中，可得到:

$$\rho_{t+1}^{b}=\theta\alpha A\left(\frac{\tau}{q_t^b(1-\tau)(1-\theta\alpha)R}\right)^{1-\alpha}$$

將ρ_{t+1}^{b}代入q_t^b中，可得到:

$$q_t^b=\frac{\frac{\pi}{1-\pi}}{\frac{\pi}{1-\pi}+\left[\frac{(1-\tau)R}{n}\right]^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}\left\{\theta\alpha A\left(\frac{\tau}{(1-\tau)(1-\theta\alpha)R}\right)^{1-\alpha}\right\}^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}\left(\frac{1}{q_t^b}\right)^{\frac{\gamma(1-\alpha)}{1+\gamma}}}$$

可將q_t^b化簡為:

$$(1-q_t^b)^{-1}(q_t^b)^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}}=\frac{\pi}{H(1-\pi)}$$

其中$H=\left[\frac{(1-\tau)R}{n}\right]^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}\left\{\theta\alpha A\left(\frac{\tau}{(1-\tau)(1-\theta\alpha)R}\right)^{1-\alpha}\right\}^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}$，為一常數，因此可知$q_t^b$及$\rho_{t+1}^{b}$亦為常數。

(2)經濟個體利用銀行進行資產配置後，將所獲得的存款本利和進行消費可獲得效用，並將每一期經濟個體所獲得的效用折現加總後，可得到社會福利函數如下:

$$\Omega^b=\sum_{t=0}^{\infty}\varphi^t\left\{\frac{-(1-\pi)[(1-\tau)W_tr_{1t}]^{-\gamma}-\pi[(1-\tau)W_tr_{2t}]^{-\gamma}}{\gamma}\right\}$$

其中將$r_{1t}\le\frac{n(1-q_t^b)}{(1-\pi)}$ ， $r_{2t}\le\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^{b}Rq_t^b}{\pi}$ 代入上式，可得到:

$$\Omega^b=\sum_{t=0}^{\infty}\varphi^t\left\{\frac{-(1-\pi)\left[(1-\tau)W_t\frac{n(1-q_t^b)}{(1-\pi)}\right]^{-\gamma}-\pi\left[(1-\tau)W_t\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^{b}Rq_t^b}{\pi}\right]^{-\gamma}}{\gamma}\right\}$$

其中將q_t^b與ρ_{t+1}^b兩者皆為常數，因此分別以q^b與ρ^b表示，並將$W_t=(1-\theta\alpha)X_t$代入上式，可得到:

$$\Omega^b=\left\{\frac{-(1-\pi)\left[(1-\tau)(1-\theta\alpha)\frac{n\left(1-q^b\right)}{1-\pi}\right]^{-\gamma}-\pi\left[(1-\tau)^2(1-\theta\alpha)\frac{\rho^b Rq^b}{\pi}\right]^{-\gamma}}{\gamma}\right\}\sum_{t=0}^{\infty}\varphi^t X_t^{-\Upsilon}$$

其中$\sum_{t=0}^{\infty}\varphi^t X_t^{-\Upsilon}=X_0^{-\Upsilon}+\varphi X_1^{-\Upsilon}+\varphi^2 X_2^{-\Upsilon}+\varphi^3 X_3^{-\Upsilon}+\cdots\cdots$

$$=X_0^{-\Upsilon}+\varphi[g_b X_0]^{-\gamma}+\varphi^2[g_b^2 X_0]^{-\gamma}+\ \varphi^3[g_b^3 X_0]^{-\gamma}+\cdots\cdots$$

$$=X_0^{-\Upsilon}\left[1+\varphi g_b^{-\gamma}+\varphi^2 g_b^{-2\gamma}+\varphi^3 g_b^{-3\gamma}+\cdots\cdots\right]$$

$$=\frac{X_0^{-\Upsilon}}{1-\varphi g_b^{-\gamma}}$$

可得到社會福利為:

$$\Omega^b=\left\{\frac{-(1-\pi)\left[(1-\tau)(1-\theta\alpha)\frac{n\left(1-q^b\right)}{1-\pi}\right]^{-\gamma}-\pi\left[(1-\tau)^2(1-\theta\alpha)\frac{\rho^b Rq^b}{\pi}\right]^{-\gamma}}{\gamma}\right\}\frac{X_0^{-\Upsilon}}{1-\varphi g_b^{-\gamma}}$$

附錄三

經濟個體利用股票市場進行資產配置後，將所獲得的報酬進行消費可獲得效用，並將每一期經濟個體所獲得的效用折現加總後，可得到社會福利函數如下：

$$\Omega^e = \sum_{t=0}^{\infty} \varphi^t \left\{\frac{-(1-\pi)[\mathrm{n}(1-\tau)W_t]^{-\gamma} - \pi\left[(1-\tau)^2 \rho_{t+1}^e R W_t\right]^{-\gamma}}{\gamma}\right\}$$

其中$\rho_{t+1}^e = \theta\alpha A\left(\frac{G_{t+1}}{K_{t+1}^e}\right)^{1-\alpha} = \theta\alpha A\left(\frac{\tau}{\pi(1-\tau)(1-\theta\alpha)R}\right)^{1-\alpha}$為一常數，因此以$\rho^e$表示，

並將$W_t = (1-\theta\alpha)X_t$代入上式，可得到：

$$\Omega^e = \left\{\frac{-(1-\pi)[n(1-\tau)(1-\theta\alpha)]^{-\gamma} - \pi\left[(1-\tau)^2(1-\theta\alpha)\rho^e R\right]^{-\gamma}}{\gamma}\right\} \sum_{t=0}^{\infty} \varphi^t X_t^{-\Upsilon}$$

其中$\sum_{t=0}^{\infty} \varphi^t X_t^{-\Upsilon} = X_0^{-\Upsilon} + \varphi X_1^{-\Upsilon} + \varphi^2 X_2^{-\Upsilon} + \varphi^3 X_3^{-\Upsilon} + \cdots\cdots$

$$= X_0^{-\Upsilon} + \varphi[g_e X_0]^{-\gamma} + \varphi^2[g_e^2 X_0]^{-\gamma} + \varphi^3[g_e^3 X_0]^{-\gamma} + \cdots\cdots$$

$$= X_0^{-\Upsilon}\left[1 + \varphi g_e^{-\gamma} + \varphi^2 g_e^{-2\gamma} + \varphi^3 g_e^{-3\gamma} + \cdots\cdots\right]$$

$$= \frac{X_0^{-\Upsilon}}{1-\varphi g_e^{-\gamma}}$$

可得到社會福利為：

$$\Omega^e = \left\{\frac{-(1-\pi)[n(1-\tau)(1-\theta\alpha)]^{-\gamma} - \pi\left[(1-\tau)^2(1-\theta\alpha)\rho^e R\right]^{-\gamma}}{\gamma}\right\} \frac{X_0^{-\Upsilon}}{1-\varphi g_e^{-\gamma}}$$

附錄四

稅率τ對q_t^b的影響

$$q_t^b = \frac{\frac{\pi}{1-\pi}}{\frac{\pi}{1-\pi}+\left[\frac{(1-\tau)\rho_{t+1}^b R}{n}\right]^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}}$$

將$\rho_{t+1}^b = \theta\alpha A\left(\frac{\tau}{q_t^b(1-\tau)(1-\theta\alpha)R}\right)^{1-\alpha}$代入$q_t^b$中，整理可得到：

$$(1-q_t^b)^{-1}(q_t^b)^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}} = \frac{\pi}{(1-\pi)}\left\{\left[\frac{(1-\tau)R}{n}\right]^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}\left\{\theta\alpha A\left(\frac{\tau}{(1-\tau)(1-\theta\alpha)R}\right)^{1-\alpha}\right\}^{\frac{\gamma}{1+\gamma}}\right\}^{-1}$$

$$\rightarrow (1-q_t^b)^{-1}(q_t^b)^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}} = \frac{\pi}{(1-\pi)}\left[\frac{R\theta\alpha A}{n}\right]^{\frac{-\gamma}{1+\gamma}}\left[\frac{1}{R(1-\theta\alpha)}\right]^{\frac{-\gamma(1-\alpha)}{1+\gamma}}\tau^{\frac{-\gamma(1-\alpha)}{1+\gamma}}(1-\tau)^{\frac{-\alpha\gamma}{1+\gamma}}$$

令$M = \frac{\pi}{(1-\pi)}\left[\frac{R\theta\alpha A}{n}\right]^{\frac{-\gamma}{1+\gamma}}\left[\frac{1}{R(1-\theta\alpha)}\right]^{\frac{-\gamma(1-\alpha)}{1+\gamma}}$

$$\rightarrow (1-q_t^b)^{-1}(q_t^b)^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}} = M\tau^{\frac{-\gamma(1-\alpha)}{1+\gamma}}(1-\tau)^{\frac{-\alpha\gamma}{1+\gamma}}$$

$\frac{\partial q_t^b}{\partial \tau}$的推導過程如下：

$$\rightarrow \left[(1-q_t^b)^{-2}(q_t^b)^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}}+\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}(1-q_t^b)^{-1}(q_t^b)^{\frac{\gamma(\alpha-1)}{1+\gamma}}\right]dq_t^b$$
$$= \left\{M\left[\frac{-\gamma(1-\alpha)}{1+\gamma}\tau^{\frac{-1-2\gamma+\alpha\gamma}{1+\gamma}}(1-\tau)^{\frac{-\alpha\gamma}{1+\gamma}}+\frac{\alpha\gamma}{1+\gamma}\tau^{\frac{-\gamma(1-\alpha)}{1+\gamma}}(1-\tau)^{\frac{-\alpha\gamma-\gamma-1}{1+\gamma}}\right]\right\}d\tau$$

$$\rightarrow \left\{\left[(1-q_t^b)^{-1}(q_t^b)^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}}\right]\left[(1-q_t^b)^{-1}+\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}{q_t^b}^{-1}\right]\right\}dq_t^b$$
$$= \left\{M\frac{1}{\tau}\left[\tau^{\frac{-\gamma(1-\alpha)}{1+\gamma}}(1-\tau)^{\frac{-\alpha\gamma}{1+\gamma}}\right]\left[\frac{\gamma(\alpha+\tau-1)}{(1+\gamma)(1-\tau)}\right]\right\}d\tau$$

令$N = \left\{\left[(1-q_t^b)^{-1}(q_t^b)^{\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}}\right]\left[(1-q_t^b)^{-1}+\frac{1+\alpha\gamma}{1+\gamma}{q_t^b}^{-1}\right]\right\}$

$P = \left\{M\frac{1}{\tau}\left[\tau^{\frac{-\gamma(1-\alpha)}{1+\gamma}}(1-\tau)^{\frac{-\alpha\gamma}{1+\gamma}}\right]\left[\frac{\gamma(\alpha+\tau-1)}{(1+\gamma)(1-\tau)}\right]\right\}$

$$\rightarrow \frac{dq_t^b}{d\tau} = \frac{P}{N}$$

(1)　N的正負號判斷

因$0 < \alpha < 1$，$\rightarrow -1 < \gamma < 0$， $\rightarrow N > 0$

$\rightarrow\ 0 < \gamma < 1$ ， $\rightarrow N > 0$

(2)　P的正負號判斷

P的正負號主要取決於$\gamma(\alpha + \tau - 1)$，其中本文假設$\alpha = 0.5$，因此以$\gamma(\tau - 0.5)$判斷:

$\tau < 0.5$，$\rightarrow -1 < \gamma < 0$， $\rightarrow P > 0$

$\rightarrow\ 0 < \gamma < 1$ ， $\rightarrow P < 0$

$\tau > 0.5$，$\rightarrow -1 < \gamma < 0$， $\rightarrow P < 0$

$\rightarrow\ 0 < \gamma < 1$ ， $\rightarrow P > 0$

綜合(1)(2)可知:

$-1 < \gamma < 0$，$\rightarrow \tau < 0.5 \rightarrow \frac{dq_t^b}{d\tau} > 0$

$\rightarrow \tau > 0.5 \rightarrow \frac{dq_t^b}{d\tau} < 0$

$0 < \gamma < 1$， $\rightarrow \tau < 0.5 \rightarrow \frac{dq_t^b}{d\tau} < 0$

$\rightarrow \tau > 0.5 \rightarrow \frac{dq_t^b}{d\tau} > 0$

數學推導結果與數值模擬(圖二、圖三及圖四)結果相同。