

國立政治大學

統計學系

碩士學位論文



死亡壓縮與延壽之研究  
**A Study of Mortality Compression and  
Prolonging Life**

指導教授：余清祥 博士

研究生：李明峰 撰

中華民國一百零一年六月

## 摘 要

死亡壓縮(Mortality Compression)意指死亡年齡更集中，是最近廣受注意的研究議題，和生存曲線矩形化 (Rectangularization) 關係密切，以統計分佈的角度描述，則是死亡年齡會逐漸退化到某個特定年齡。換言之，如果死亡壓縮和壽命有上限兩者都成立，以統計術語而言，代表壽命的期望值有上限、變異數會收斂，可藉由死亡年齡分配探討壽命變化。

本文希望以統計方法與資料品質等兩個面向探討死亡壓縮與延壽之間的關係。除了過去使用的無母數方法，如檢視各年度生命表上死亡分佈的最短區間 (25%、50%及 75%) 與死亡人數最多的年齡 (Modal Age) 的變化，探討死亡壓縮與壽命是否有延長；另一方面，也將對死亡曲線作參數設定，觀察死亡年齡分佈的標準差變化。由於過往的研究多使用的生命表資料，本研究將比較使用生命表資料 (死亡資料經過修勻) 或原始死亡人數資料對結果的影響。

本研究藉由電腦模擬比較各種估計標準差方法的差異，包括 Kannisto (2000) 提出的  $SD(M+)$ 法與本文考量的非線性極值法(Nonlinear-Maximization)，衡量何者具有較小的均方誤差，並探討錯誤設定分配偵誤的敏感度；另外，本文可討論使用經過修勻的死亡率及原始死亡率對於估計結果的影響。除了電腦模擬，本研究也套入實際死亡資料 (如臺灣、美國、...等國資料，資料來源：Human Mortality Database)，檢視死亡壓縮是否存在。

關鍵字：死亡壓縮、生存曲線矩形化、死亡分佈、數值優化、壽命延長

# Abstract

Mortality compression is one of the popular research issues in longevity risk. It means that the age-at-death would concentrate on a narrower range, and it is also related to the concept of rectangularization of survival curve. In terms of statistical distribution, mortality compression indicates that the age-at-death degenerates to a certain age, and it can be used to study changes of lifespan. If the lifespan has a limit, or mortality compression does exist, this suggests that the life expectancy has a limit and the variance of age-at-death would converge.

In the study, we evaluate the mortality compression using the statistical methods and considering the issue of data quality. In addition to the nonparametric methods used in the previous studies, such as shortest confidence interval on the distribution of age-at-death and the modal age, we consider optimization methods for estimating the standard deviation of age-at-death distribution. In specific, we compare the SD(M+) proposed by Kannisto (2000) and the method of Nonlinear-Maximization, and check which method has a smaller MSE (Mean Squared Error). For the issue of data quality, we compare the estimation results of using mortality rates from life table data with those using the raw data.

In addition to computer simulation, we consider the sensitivity analysis of age-at-death distribution, to evaluate the estimation method. Furthermore, based on the data from Human Mortality Database, we apply the method of Nonlinear-Maximization to life table data (i.e., graduated mortality rates) and raw data, and check if there are significant differences. The estimation results of empirical study are also used to evaluate if there is mortality compression and if there is a longevity limit.

**Key Words:** Mortality Compression; Rectangularization of Survival Curve; Distribution of age-at-death; Prolonging Life; Optimization.

## 謝 辭

大學五年與碩士班兩年，轉眼間已在指南山城待了七年，大學畢業時並無任何感傷的情懷，然而在這即將結束短期內不會再有的學生生涯時，千思萬緒便湧上心頭，才明白自己是真的很喜歡政大。碩士班兩年時間過的很快，即便學分數不像大學部那麼多，但卻更累人；而寫論文一事更是讓人費盡心力，看了期刊文章不得其解、寫不出程式碼、寫文章時不夠流暢、…等種種阻礙，才發現要做好學問，寫出一篇好的論文真的很難。

論文能夠完成，最先要感謝的是余清祥老師，總能在我遇到瓶頸時給予指點，此外，老師廣泛的興趣，更讓我接觸許多學術外有趣的事物，調節了修課與寫論文時的苦悶。感謝林麗芬老師、李隆安老師、蔡紋琦老師口試時不吝惜給我寶貴的意見，使得這篇文章能夠順利完成。感謝待了七年棒球隊的王老師、謝教練以及隊友們，雖然我們沒有甚麼赫赫戰績，但是因為有你們，生活才能更精彩。

感謝我愛的父母，即便在諸多家人反對下，你們依舊支持選擇走這條路的兒子，當我強而有力的依靠，讓我能夠無憂無慮的完成學業，能夠成為你們的孩子，真的很幸福。

# 目 錄

第壹章、緒論.....	1
第一節 研究動機 .....	1
第二節 研究目的 .....	2
第貳章、文獻探討與方法介紹.....	3
第一節 存活曲線矩形化 .....	3
第二節 無母數方法 .....	4
第三節 死亡年齡的分配假設 .....	6
第四節 測量方法彙整 .....	8
第參章、電腦模擬分析.....	10
第一節 常態壽命區間假設 .....	10
第二節 羅吉斯曲線假設 .....	14
第三節 敏感度分析 .....	16
第四節 修勻資料差異 .....	19
第肆章、實證資料分析.....	22
第一節 死亡壓縮探討 .....	22
第二節 壽命延長之討論 .....	24
第伍章、結論與建議.....	27
第一節 結論 .....	27
第二節 研究限制與後續研究 .....	28
參考文獻.....	30
附錄一：修勻對估計值的差異.....	32
附錄二：各國標準差的估計值.....	36
附錄三：各國 C <sub>50</sub> 的估計值.....	40
附錄四：各國 MODAL AGE 的估計值 .....	44
附錄五：各國第百分之九十五位數的估計值.....	48

## 表 目 錄

表 3-1、各方法 M 估計值覆蓋機率比較.....	12
表 3-2、各方法標準差估計值覆蓋機率比較.....	13
表 3-3、各方法 M 估計值覆蓋機率比較.....	15
表 3-4、各方法標準差估計值覆蓋機率比較.....	16
表 3-5、LOGISTIC 分配下錯誤設定與正確設定覆蓋機率比較.....	17
表 3-6、常態分配下錯誤設定與正確設定覆蓋機率比較.....	18
表 3-7、常態分配下修勻與否對 M 估計的影響.....	19
表 3-8、常態分配下修勻與否對標準差估計的影響.....	20
表 3-9、羅吉斯曲線分佈時修勻與否對 M 估計的影響.....	20
表 3-10、羅吉斯曲線分佈時修勻與否對標準差估計的影響.....	20
附表 1-1、常態分佈下修勻對 M 估計的差異.....	32
附表 1-2、常態分佈下修勻對標準差估計的差異.....	33
附表 1-3、羅吉斯曲線假設修勻對 M 估計的差異.....	34
附表 1-4、羅吉斯曲線假設修勻對標準差估計的差異.....	35

## 圖目錄

圖 2-1、日本女性存活曲線改變 .....	4
圖 2-2、LEXIS 常態壽命區間示意圖 .....	6
圖 3-1、不同 K 值時各方法 M 估計值比較 .....	11
圖 3-2、不同 K 值時各方法 M 估計值之 MSE 比較 .....	11
圖 3-3、不同 K 值時各方法標準差估計值比較 .....	12
附圖 2-1、澳洲男性與女性標準差之估計值 .....	36
附圖 2-3、加拿大男性與女性標準差之估計值 .....	37
附圖 2-4、法國男性與女性標準差之估計值 .....	37
附圖 2-5、義大利男性與女性標準差之估計值 .....	38
附圖 2-6、西班牙男性與女性標準差之估計值 .....	38
附圖 2-7、美國男性與女性標準差之估計值 .....	39
附圖 3-1、澳洲男性與女性 $C_{50}$ 之估計值 .....	40
附圖 3-2、比利時男性與女性 $C_{50}$ 之估計值 .....	40
附圖 3-3、加拿大男性與女性 $C_{50}$ 之估計值 .....	41
附圖 3-4、法國男性與女性 $C_{50}$ 之估計值 .....	41
附圖 3-5、義大利男性與女性 $C_{50}$ 之估計值 .....	42
附圖 3-6、西班牙男性與女性 $C_{50}$ 之估計值 .....	42
附圖 4-1、澳洲男性與女性 M 之估計值 .....	44
附圖 4-2、比利時男性與女性 M 之估計值 .....	44
附圖 4-3、加拿大男性與女性 M 之估計值 .....	45
附圖 4-4、法國男性與女性 M 之估計值 .....	45
附圖 4-5、義大利男性與女性 M 之估計值 .....	46
附圖 4-6、西班牙男性與女性 M 之估計值 .....	46
附圖 4-7、美國男性與女性 M 之估計值 .....	47
附圖 5-1、澳洲男性與女性死亡年齡百分之九十五位數估計值 .....	48
附圖 5-2、比利時男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值 .....	48
附圖 5-3、加拿大男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值 .....	49

附圖 5-4、法國男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值 .....49

附圖 5-5、義大利男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值 .....50

附圖 5-6、西班牙男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值 .....50

附圖 5-7、美國男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值 .....51





# 第壹章、緒論

## 第一節 研究動機

科技日新月異，醫療技術的進步與生活水平的上升，使得人類平均壽命持續延長。臺灣地區的女性平均壽命自民國 19 年到民國 90 年間，就從 43 歲增加至 79 歲的水準（男性則從 38 歲增加至 73 歲），每年國人的平均壽命增加 0.5 歲，現今仍以每年 0.25 歲的幅度上升。行政院經建會（2010）指出，2010 年臺灣老年人口（即年齡超過 65 歲），比例為 10.75%，預計到了 2060 年臺灣的老年人口比例將高達 41.6%。因為老年人使用較多醫療及社會資源，人口老化不只關係到個人退休後的生活規劃，也將影響國家及社會的資源分配及福利規劃，甚至是國家安全層次的問題。

由於壽命不斷延長，使得退休金制度、以及各種社會福利制度不斷地演變，以避免死亡率下降將帶來的巨大財政赤字。如果能夠知道人類的壽命有多長，並妥善地分配死亡前的所能使用資源，相對地也能減少死亡率下降所帶來的社會問題。但是，人類壽命的是否存在著極限，成了近年廣受注意研究議題，死亡壓縮是其中較受矚目的議題。

死亡壓縮(Mortality Compression)意指在人類死亡率下降的過程中，死亡的年齡逐漸集中到更小的範圍，甚至退化至某個特定的年齡，而其中便隱含了人類的壽命有極限的想法，即是人類活到了該年齡後必定會死亡。以統計的角度來說，若定義死亡分佈為死亡年齡(age-at-death)的機率分佈，則死亡壓縮即代表死亡年齡的標準差逐漸變小，最後退化至零，那麼死亡年齡的期望值必定會收斂至某數。因此，探討死亡壓縮與壽命極限的研究，多以討論死亡分佈上的死亡年齡的眾數與標準差之變化為多。然而，估計方法、資料品質等因素都會影響估計結果，過去少有文獻針對這些問題提出討論，這也是引發本文的動機。

## 第二節 研究目的

影響統計推論的主要因素有使用的統計方法外，以及使用的資料品質。使用錯誤的統計方法進行推論，即便是有良好的結果，卻隱含了推論錯誤的風險。而資料的品質影響更甚，如果資料對於母體的代表性不足，得到的結果對於推論母體的形態也不可能太過良好，便是所謂垃圾進、垃圾出(Garbage in Garbage Out)的惡性循環。

過去死亡壓縮研究中，雖然有許多文獻對於死亡分佈有所設定，然而大多數研究仍是使用無母數的統計方法衡量死亡壓縮，對於判斷死亡壓縮的存在，令人多少感到疑慮，也令分配的設定有多餘之疑。此外，過去研究當中，使用的資料多為生命表資料，生命表資料往往為了求取平滑性，處理原始死亡資料的過程中皆經過修勻處理，令資料的真實性被掩飾，使用如此的資料得到的結果，是否能夠充分表現出真實的事件，也令人感到疑慮。Yue (2012)使用死亡的原始資料，而非以往研究的生命表資料，在他的研究中發現，近幾年度的壓縮現象不明顯，各指標幾乎呈現震盪的情形，因此資料品質的重要性，可見一斑。

本研究主旨為以正規的統計方法，討論死亡壓縮與壽命的極限是否存在，先以電腦模擬的方式比較傳統方法與本文加入的數值優化方法，以及比較經過修勻與未修勻的資料之差異，希冀尋求較為合適的評估方法，並套用至美國柏克萊大學(University of California, Berkeley)的HMD (Human Mortality Database)的生命表資料與原始資料，討論死亡壓縮與壽命的極限是否存在。

本文各章安排如下：第二章回顧過去對於死亡壓縮與壽命極限探討之理論基礎，摘要解釋各類的衡量方法，並簡介本文將使用的評估方式；第三章為電腦模擬分析，為利用電腦模擬找出較佳的衡量方式；第四章為實證資料分析，將第三章的結果套用到實證資料之中，討論死亡壓縮與壽命的極限是否存在；最後一章為結論與建議。

## 第貳章、文獻探討與方法介紹

死亡壓縮的概念最早起源於 Fries (1980)所提出的疾病壓縮理念(Morbidity Compression)以及存活曲線矩形化之論點，其後許多研究透過觀察存活曲線的變化，陸續轉往觀察死亡分佈曲線的變化，探討死亡年齡是否有壓縮的現象，然而直接觀測法卻因缺乏較具系統性的評估方式，對於死亡壓縮的衡量沒有一定的依據。為了彌補此研究方法的不足，後人因而發展出以四分位差、最短信賴區間與標準差等量化的數值方法檢視死亡壓縮。

本章節將分為部分，第一部分介紹存活曲線矩形化，並介紹其與死亡壓縮之關連；第二部介紹過去無母數的測量方法；第三部分則介紹參數假設的測量方式；第四部分彙整過去的方法，並擷取後續研究欲使用之測量方式。

### 第一節 存活曲線矩形化

Fries (1980) 提出疾病壓縮理念以及其存活曲線矩形化之論點，他認為許多造成死亡的外部因素，將隨著時代進步逐漸消弭，剩餘人類死亡的最大因素，乃是人類天生基因的限制。他指出，人類各年齡的存活機率在某個特定年齡前皆趨近於 1，直到某個年齡後存活機率迅速下降到 0，此時存活曲線類似一個矩形，稱為存活曲線矩形化(Rectangularization)。

以 1947-2009 年日本女性為例（圖 2-1，資料來源：HMD），在 1950 年至 1980 年間 60 歲前死亡人數明顯減少，存活曲線漸趨於矩形；1980 年至 2009 年 80 歲左右的高齡死亡率大幅下降，存活曲線更接近矩形（圖形略往右移）。他發現存活曲線矩形化的背後，是由嬰幼兒與青壯年死亡率的大幅下降所造成，使得絕大多數死亡發生在高齡。他亦發現存活曲線矩形化、死亡壓縮與平均餘命延長同時發生且彼此息息相關，但平均餘命是平均死亡年齡的概念，以統計分佈的角

度而言，平均數的上升未必伴隨變異數下降的現象，變異數有可能上升或是下降亦有可能不變，只有當平均餘命接近壽命的極限時，才會有變異數壓縮的現象，而 Fries 相信平均餘命上限為 85 歲，此時存活曲線高度矩形化，高齡死亡分佈的標準差為 4 歲，最高的死亡年齡約為 100 歲，然而日本女性的平均餘命已在 2001 年時超越了 85 歲，而且持續上升中，平均餘命有上限的想法於是被推翻。此外，如 Fries 所說，人的壽命會因各體與其先天基因而異，因此人類的存活曲線是不可能達到完全矩形化的，死亡年齡不可能沒有差異。然而，壽命的上限是否存在，一直是個飽受爭議的問題，為了避免爭論這個問題，許多研究轉往討論死亡率下降以及平均餘命的增加的過程，是否會產生死亡壓縮，因此發展出了一些測量死亡壓縮的方法，本文將其分為無母數方法與有分佈假設的測量方法兩個面向。

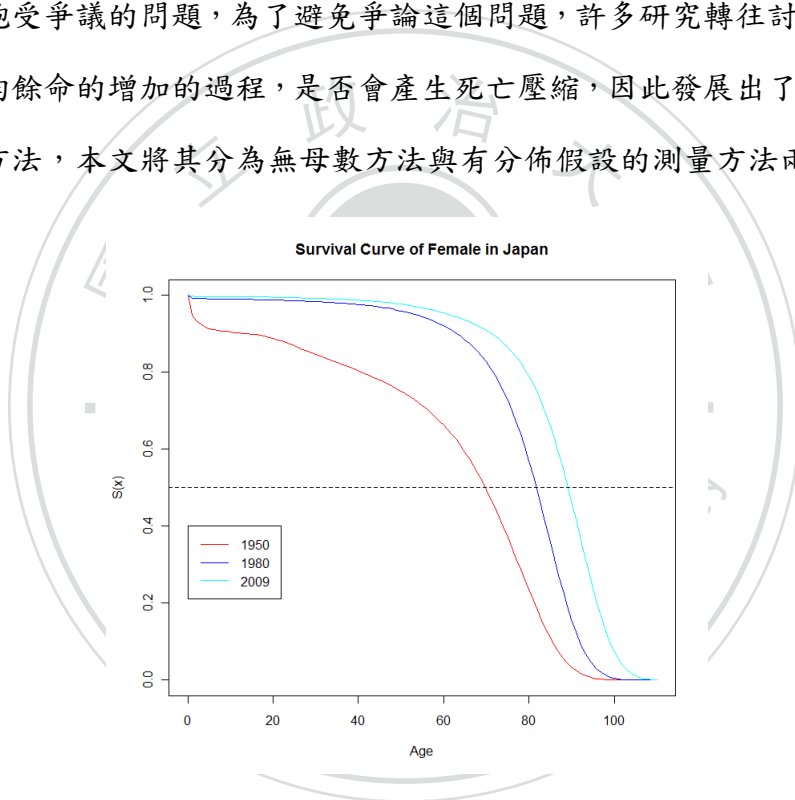


圖 2-1、日本女性存活曲線改變（資料來源：HMD）

## 第二節 無母數方法

Kannisto (2000)提出有關於死亡人數最多的年齡 (M) 測量死亡壓縮的幾種方法，如死亡人數最多的年齡以上之標準差(standard deviation of the age at death above the mode)  $SD(M+)$ 、與給定特定死亡人數比例的最短年齡區間(the shortest age interval in which a given proportion of deaths take place)，其中  $SD(M+)$ 如 (2.1)

$$SD(M^+) = \sqrt{\frac{\sum_{M^*}^{\omega} f(x)(x-M^*)^2}{\sum_{M^*}^{\omega} f(x)}} \quad (2.1)$$

$f(x)$  為  $x$  歲的死亡分佈的 p.d.f，換句話說即是  $x$  歲的死亡人數  $d_x$ ， $M^*$  為死亡人數最多的年齡，而  $\omega$  生命表資料的年齡上限，由於死亡分佈有可能呈現多峰分佈，因此他建議以 (2.2) 估計  $M^*$  值：

$$M^* = x + \frac{f(x) - f(x-1)}{[f(x) - f(x-1)] + [f(x) - f(x+1)]} \quad (2.2)$$

上式之  $x$  為死亡人數最多的年齡之觀測值；Kannisto 以此指標去檢視十五個國家之  $M^*$  與  $SD(M^+)$  之變化，發現  $M$  緩慢上升而  $SD(M^+)$  下降的趨勢，指出壽命後期有死亡壓縮現象。雖然  $SD(M^+)$  亦可以是有參數設定的方法，然而不論其參數設定與否，皆會因為生命表的資料是有上限的，而在人類壽命延長的同時，使得估計區間  $[M^*, \omega]$  越來越短，標準差的估計值也越來越小，而得到死亡壓縮存在的結論。

但部分學者認為，使用去除年輕死亡的年齡截斷方式會對標準差的估計產生偏誤，因此 Kannisto 發展出使用死亡年齡的四分位差以及給定特定死亡人數比例的最短年齡區間，其中又以後者為佳；後者統稱 C-family，常見的有  $C_{10}$ 、 $C_{50}$ 、 $C_{90}$ ； $C_{50}$  即表示涵蓋 50% 死亡人數的最短年齡區間，由於 C-family 必定涵蓋死亡人數最多的年齡，而傳統 IQR 可能受到嬰幼兒與青壯年死亡的人數變化影響，因此他自己也建議使用 C-family 做為測量工具，相較於 IQR 更能測量高齡死亡區間是否有在縮小，並指出有壓縮現象。

雖然使用  $C_{50}$  衡量的結果指出壓縮現象的存在，而這亦有可能是因為高齡以前的死亡率下降而造成死亡的趨勢更為集中，但卻不能明顯指出壓縮的程度。上述幾種無母數方法，各自有其短處，因此部分學者發展出以死亡年齡有分佈設定

的測量方法。

### 第三節 死亡年齡的分配假設

#### 常態壽命區間假設

Lexis (1878)提出常態壽命區間理論，將死亡年齡分佈分為三個階段(圖 2-2)：第一階段為出生後的 J 型曲線，即嬰幼兒的死亡，代表出生時的高死亡率，及以死亡人數最多的年齡(Modal Age)為中心的高齡常態曲線(Normal curve)，其餘的部分則稱為過早死亡(Premature death)，乃因意外或是生活條件不佳所造成。高齡死亡的人數服從常態分配，換句話說，Modal Age 是常態分配的眾數、中位數及平均數。

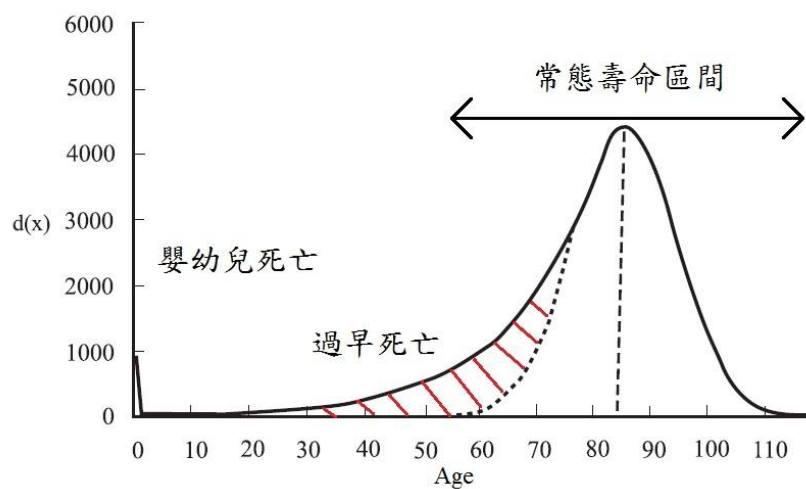


圖 2-2、Lexis 常態壽命區間示意圖

而 Cheung et al. (2005) 基於此常態壽命區間的理論，提出從三個面向去探討死亡壓縮，水平化(Horizontalization)，意即低年齡死亡率下降使得存活曲線水平化；垂直化(Verticalization)，意指 Modal Age 附近的死亡年齡集中程度，集中程度很高的話，將會使得存活曲線在 Modal Age 時會趨近垂直；以及壽命延長(Longevity Extension)，意指探討常態壽命最右端的年齡；倘若死亡壓縮存在，存

活曲線的右尾不會太長。針對存活曲線垂直化的討論，若以死亡分佈的角度來看，乃針對高齡死亡的常態壽命區間，探討Modal Age附近的標準差之變化。即便有常態壽命區間的假設，大部分的研究仍然沒有將此模型假設放進測量方法之中，依舊以無母數的方法進行研究，因此得到的估計結果也讓人感到疑慮。本研究認為，若能以此分佈假設估計常態壽命區間的標準差，將能得到比以往更好的結果。然而有部分研究認為，高齡的常態壽命區間與過早死亡有重疊的部分，用以估計標準差未必精準，因此便發展出了簡單羅吉斯曲線的死亡分佈假設。

羅吉斯曲線(Logistic Curve)假設

Thatcher et al. (2010)提出， $x$ 歲的人所面臨的死力(Force of Mortality)為

$$\mu(x) = \frac{ae^{bx}}{1+ae^{bx}} \quad (2.3)$$

因此其所對應的死亡分佈為

$$d(x) = l(x)\mu(x) = \left(\frac{1+a}{1+ae^{bx}}\right)^{\frac{1}{b}} \times \frac{ae^{bx}}{1+ae^{bx}} \quad (2.4)$$

且由於Modal Age為死亡分佈上的極大值，因此其滿足 $ae^{bM} = b$ ，且

$$b = \frac{\text{logitm}(x_2) - \text{logitm}(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (2.5)$$

其中 $m(x_2)$ 為 $x_2$ 歲時的中央死亡率；因此只要給定任意 $x_2 > x_1$ （他挑選 $x_1$ 為70、 $x_2$ 為90），再藉由觀察死亡分佈上的M值，稍作調整後如(2.2)，便可以得到死亡年齡的密度函數。然而，他們所使用的方法並不是去估計整體分佈的標準差，而是使用類似傳統SD(M+)的方法去估計，如(2.6)

$$\sqrt{\int_0^{\infty} x^2 \left(\frac{1+b}{1+be^{bx}}\right)^{\frac{1}{b}} \left(\frac{be^{bx}}{1+be^{bx}}\right) dx} \quad (2.6)$$

於是只要藉由(5)估計b值便可以得到SD(M+)。

然而，這種方法對於標準差的估計，也是屬於年齡截斷方式的估計，即便其不同於以往的SD(M+)為累加或積分至生命表上限年齡，但此方法所得之估計值，

也會因為隨著M的上升而使得其值漸小，因而得到死亡年齡壓縮的結論，而且對於參數b的估計也較為粗糙。

#### 第四節 測量方法彙整

由於近年來，嬰幼兒與青壯年死亡的比例改善不少，因此本文將著重於Modal Age附近的死亡分佈；綜合前述的測量方法，並挑選出下列四種方式，評估死亡壓縮與壽命延長的現象：

##### (一) 死亡人數最多的年齡 (Modal Age、簡稱 M)

藉由觀測歷年來M的趨勢以及其年增率，若人類的壽命有上限，理論上歷年來M的趨勢應接近水平，而其年增率非常接近0，方能證實壽命有極限一事。過往對於M的估計多以觀測值修改後當估計值 (2.2)；本文對於M的估計乃使用數值優化，NM，其運算法則為：

$$\min \sum_{x=M^*-k}^{M^*+k} d_x \left\{ f(x) - \frac{d_x}{l_0} \right\}^2 \quad (2.7)$$

根據 Lexis 的常態壽命區間假設，高年齡死亡分佈會趨近於常態分配，也就是(2.7)中之 f(x)為常態分配的 p.d.f，所以可改寫為：

$$\arg \min_{M, \sigma} \sum_{x=M^*-k}^{M^*+k} d_x \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x-M^*)^2\right] - \frac{d_x}{l_0} \right\}^2 \quad (2.8)$$

若分配為Thatcher (2010)所提出之羅吉斯曲線的分佈假設，則(2.7)可改為：

$$\arg \min_{a, b} \sum_{x=M^*-k}^{M^*+k} d_x \left\{ \left( \frac{1+a}{1+ae^{bx}} \right)^{\frac{1}{b}} \times \frac{ae^{bx}}{1+ae^{bx}} - \frac{d_x}{l_0} \right\}^2 \quad (2.9)$$

其中，式(2.9)又滿足  $ae^{bM} = b$ ，因此可再將上式改寫為使用M與b的關係式(2.10)：



$$\arg \min_{b, M} \sum_{x=M^*-k}^{M^*+k} d_x \left\{ \left( \frac{1+be^{-bM}}{1+be^{b(x-M)}} \right)^{\frac{1}{b}} \times \frac{be^{b(x-M)}}{1+be^{b(x-M)}} - \frac{d_x}{l_0} \right\}^2 \quad (2.10)$$

#### (二) 特定死亡比例的最短年齡區間

由於C-family必定涵蓋M，也因此可以藉由此指標與M的變化，了解高年齡死亡是否有集中的趨勢，如果死亡壓縮存在，理論上指標應當越來越小。本文使用C<sub>50</sub>做為研究依據。

#### (三) 死亡分佈上年齡的標準差

除了Kannisto所提出的SD(M+)方法(1)外，本文加入了NM，經過蒙地卡羅(Monte Carlos)模擬方法，試比較在不同的參數設定下，兩者的優劣。然而如前述文獻探討所提到的，如此一個方法，使用的範圍並不固定，會產生年齡截斷而產生偏誤的疑慮，因此本文對於SD(M+)的估計方式修正為：

$$SD(M+) = \sqrt{\frac{\sum_{x=M}^{2k} d_x (x-M)^2}{\sum_{x=M}^{2k} d_x}} \quad (2.11)$$

意即使用M至M+2k的年齡區間去估計死亡分佈之標準差。而前述所提到之NM演算法，亦可以同時估計不同分佈之標準差，其中Logistic假設則是藉由估計b與M後，將其套入基本變異數公式(2.12)得之：

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X) \quad (2.12)$$

#### (四) 超高齡人口存活比例

探討死亡年齡的第百分之九十五位數為何，如果人類的壽命有極限，在達到極限時此測量方法所得估計值應維持在同一個水平才能說明壽命已達極限。

## 第參章、電腦模擬分析

由於死亡資料大多為整數資料，本文除比較SD(M+)與NM的差異與優缺點外，亦希望能夠比較整數資料與精確至小數點以下一位的死亡資料，對於M與標準差的估計有何差異。然而由於使用的資料形態，後續文章將對整數資料得到的M估計值增加0.5個單位，而小數資料者增加0.05個單位。而對於標準差的估計便不做更動。

本研究之電腦模擬乃使用R統計軟體，希冀藉著電腦模擬比較SD(M+)與NM的差異與優缺點。設定十萬筆死亡年齡的隨機亂數，在不同的分佈設定下，反覆一千次的模擬，比較不同的估計範圍，對方法估計值的影響與其偏誤程度，並比較各種方法95%信賴區間涵蓋真實參數之覆蓋機率(Coverage Probability)。

本章分為四部分，第一部分為常態分配下的模擬結果比較；第二部分為羅吉斯曲線的模擬結果比較；第三部分則為錯誤設定時的敏感度分析；第四部分為比較修勻資料與未經修勻資料的結果差異。

### 第一節 常態壽命區間假設

首先，使用R產生十萬筆來自常態分配，平均數80且標準差為10的亂數，下圖則是當樣本數為十萬時，對應到不同的k時，各種方法M估計值之期望值之比較：

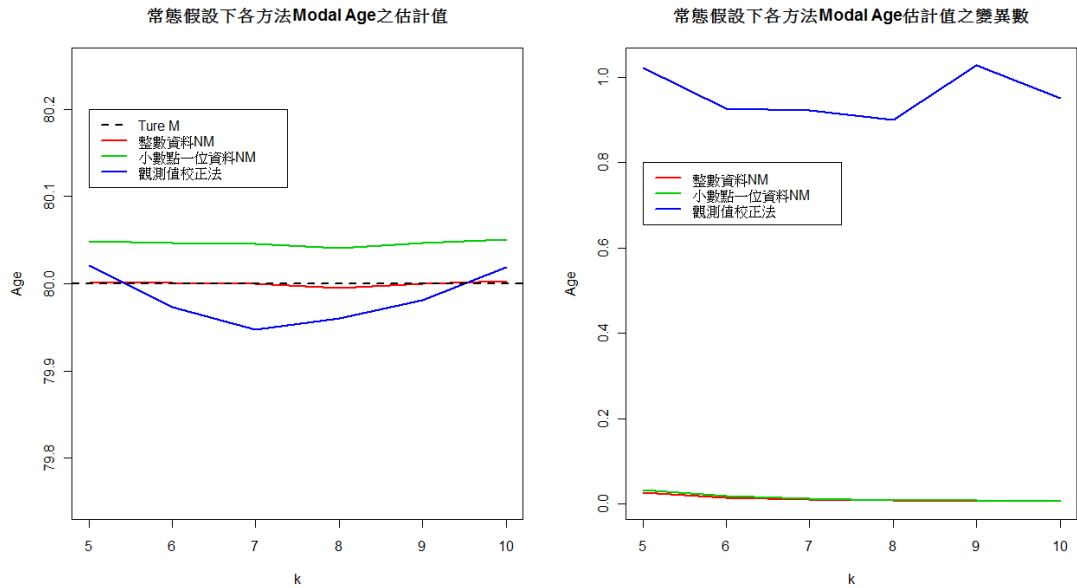


圖 3-1、不同 k 值時各方法 M 估計值比較

上圖中虛線部分為各方法之95%信賴區間，由上圖可以發現，使用整數觀測值所產生之NM估計值最為準確，而小數點以下一位的資料稍為高估M值，而觀測值校正法大約低估了0.5個單位，且變異較大；在圖3的右圖中雖無法精確看出整數資料NM與小數點一位資料NM方法變異數差異，但從左圖中可以得知其變異數將隨著k變大而變小。綜合上述偏誤性與變異數比較，可得下圖MSE之比較：

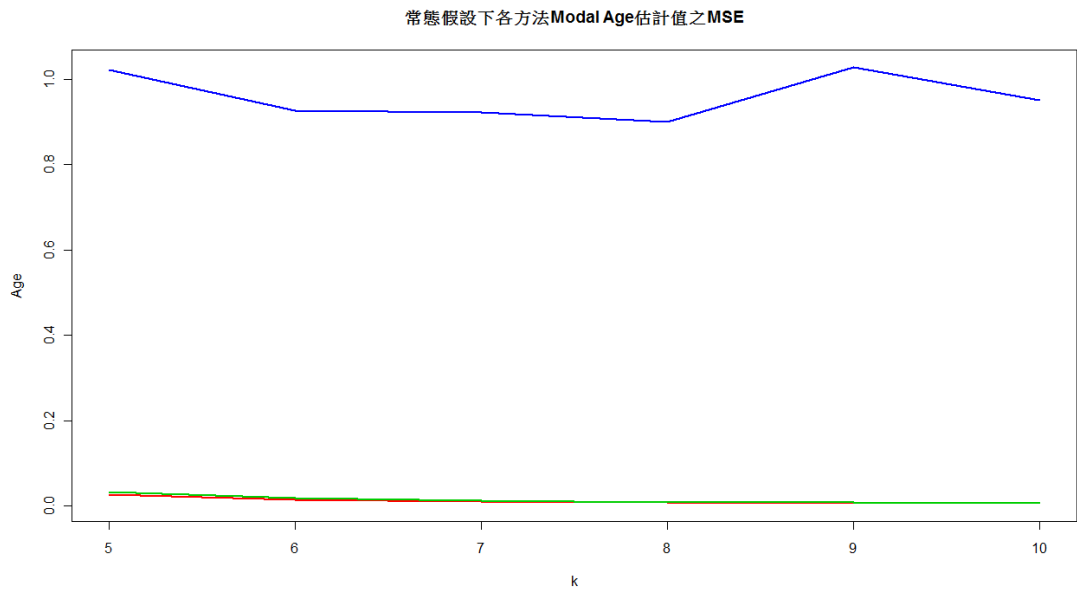


圖 3-2、不同 k 值時各方法 M 估計值之 MSE 比較

估計Modal Age時，經過平移的整數資料估計值與小數點以下一位資料有較小的MSE，而傳統的觀測值方法雖然偏誤與整數資料的方法差不多，但由於其變異數較大，因此MSE是三者中表現最差。而其覆蓋機率如下表所示：

表 3-1、各方法 M 估計值覆蓋機率比較

方法	整數資料+0.5	小數點以下一位	觀測值校正法
覆蓋機率	0.950	0.962	0.931

雖然觀測值校正法不論在偏誤性與變異數大小甚至是MSE的表現都明顯劣於其他兩者，然而此方法的覆蓋機率卻與其於兩者沒有太大的差異，產生如此的現象，也因為觀測值內插的方法有著較大的變異數，因此其95%信賴區間也是三者中最大的。而各方法對於死亡分佈之標準差估計如下圖所示：

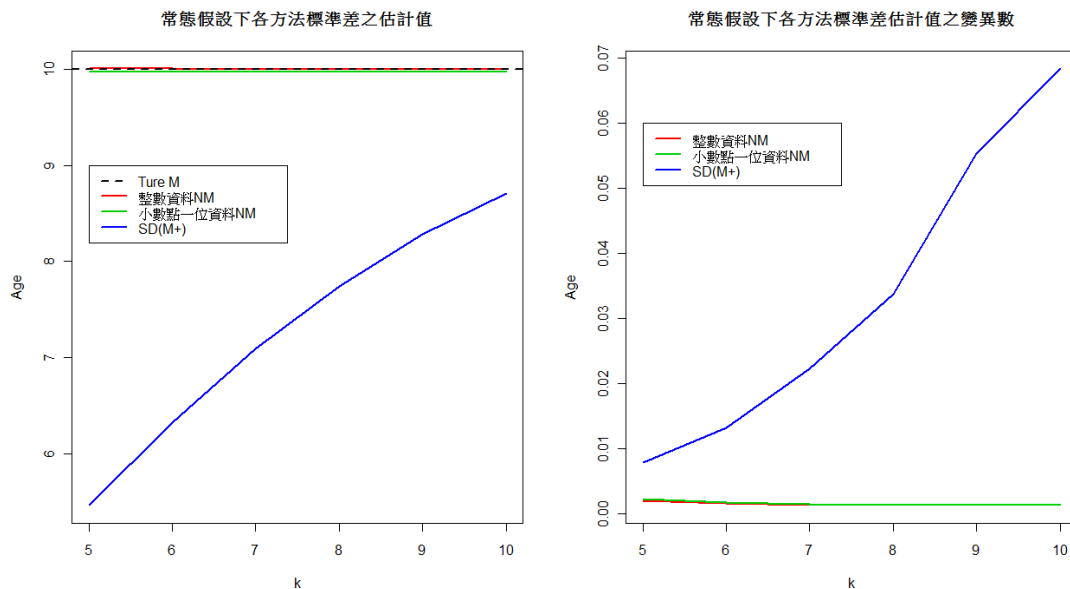


圖 3-3、不同 k 值時各方法標準差估計值比較

SD(M+)所使用的範圍是從M到M+2k做估計，其餘兩種方法則是從M-k到M+k，也由於SD(M+)的範圍設定，因應近年來許多國家的Modal Age皆已經達到約90歲的水準，若選擇k超過10，則SD(M+)所需要的範圍之上界已經超過HMD

上資料的年齡上限110歲，因此選擇k從5到10。

從上圖可以發現，SD(M+)所估計出來的標準差值，會隨著k而變大，其變異數也隨著k而變大，但仍無法精準估計標準差值，其餘兩者皆在真實值附近，且其變異數相較於SD(M+)小了許多。小數點下一位資料的方法，雖然會略為低估標準差值，然而其95%信賴區間亦有涵蓋，真實之標準差值。綜合上述兩者可得各方法之MSE比較圖：

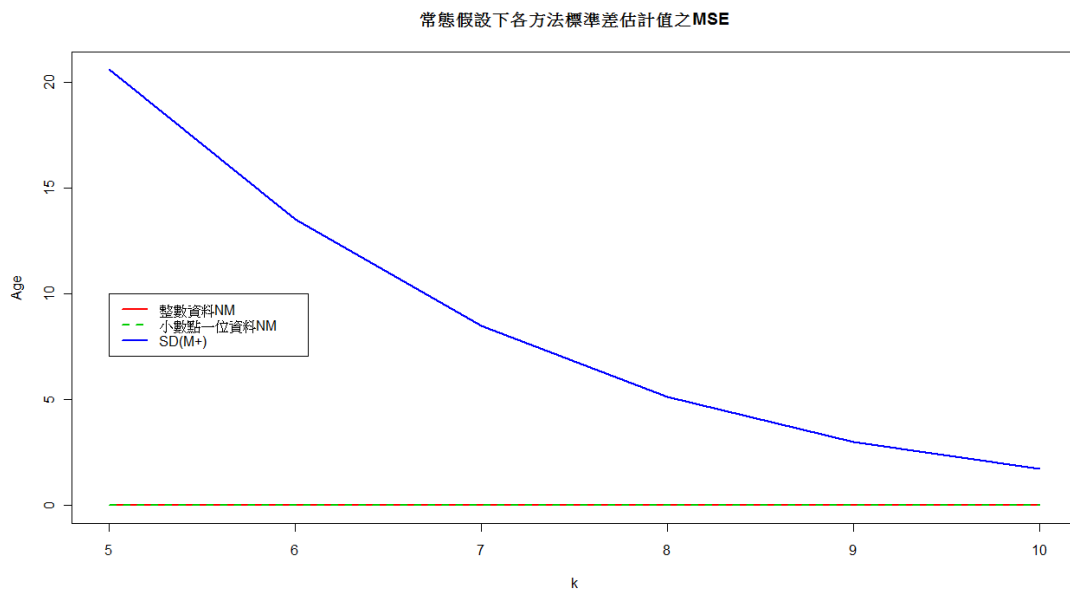


圖 3-4、不同 k 值時各方法標準差估計值之 MSE 比較

由於SD(M+)在k值很小時的偏誤性較大，雖然其估計值之變異數會隨著k值而變大，但是主要貢獻MSE過大的主因仍是其偏誤性過高。而其覆蓋機率如下表所示：

表 3-2、各方法標準差估計值覆蓋機率比較

方法	整數資料	小數點以下一位	SD(M+)
覆蓋機率	0.938	0.904	0

雖然經過平移的整數資料在估計M值時，雖然其覆蓋機率略為低於小數點以

下一位資料，然而若是在比較標準差時，其表現便稍優於小數點以下一位者，而  $SD(M+)$  由於其偏誤過高，即便其變異數是三者最大，但也沒有辦法涵蓋真實參數值。

## 第二節 羅吉斯曲線假設

為了與常態分配時有著一樣的  $M$  與標準差，設定  $M$  為 80 且  $b$  為 0.1336837，並產生十萬筆來自與此分配的隨機亂數，下圖為羅吉斯曲線假設下，各種方法對於  $M$  估計之差異：

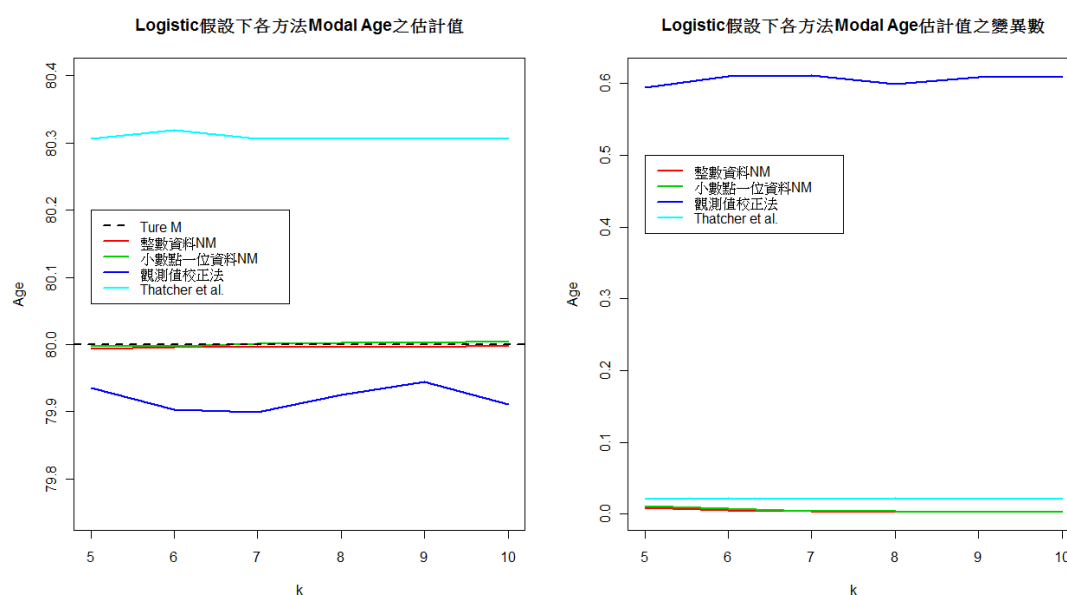


圖 3-5、Logistic 分佈下不同 k 值時 M 估計值比較

可以發現在Logistic分佈假設下與常態分佈假設時有相同的情形，使用觀測值加以校正的方法會低估 $M$ 值0.5個單位左右，整數資料與使用小數點下一位資料表現相同，Thatcher te al. 提出的方法，則會高估0.3個單位左右。而圖3-5的右圖，估計值的標準差，亦類似常態分佈時的情形，觀測值校正法之變異數會高出NM方法不少，Thatcher te al. 提出的方法之變異數雖較以往方法低，但仍較NM

高。其覆蓋機率如下表所示：

表 3-3、各方法 M 估計值覆蓋機率比較

方法	整數資料+0.5	小數點以下一位	觀測值校正法	Thatcher et al.'s Method
覆蓋機率	0.954	0.926	0.912	0.463

整數資料與小數點以下一位的資料覆蓋機率相近，而觀測值校正的方法對於 M 的估計亦與前兩者差不多，但也是因為變異數較高，因此能涵蓋較多的比例。下圖為其對於分配之標準差比較：

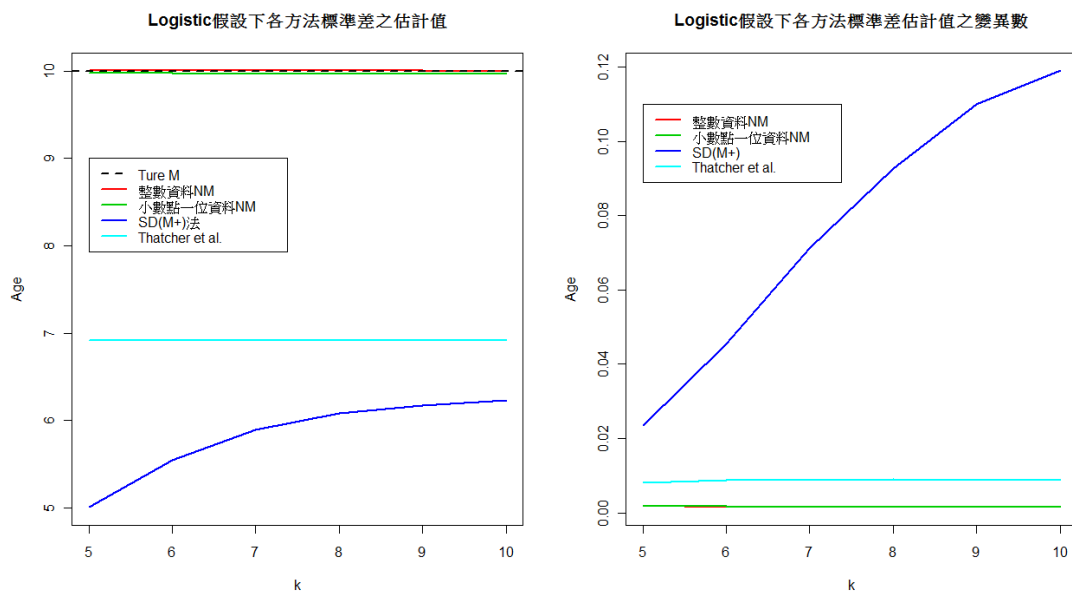


圖 3-6、Logistic 分佈下不同 k 值時標準差估計值比較

在Logistic分佈時，對於標準差的估計亦與常態分佈時雷同，SD(M+)似乎在 k 大於9時趨於收斂，相較於NM方法有著不小的差距，雖然Thatcher te al. 提出的方法因其使用固定範圍而較為穩定，卻亦與真實參數有異，倘若其估計範圍並未涵蓋真實M值，其影響可能更鉅。與常態分布假設時一樣的情形，使用小數點以下一位資料者仍會稍微低估死亡年齡標準差，但是其偏誤並不是很大。下表為各

方法之覆蓋機率比較：

表 3-4、各方法標準差估計值覆蓋機率比較

方法	整數資料	小數點以下一位	SD(M+)	Thatcher et al.'s Method
覆蓋機率	0.963	0.930	0	0

經由模擬結果可以發現，在M的估計部分，觀測值校正的方法，不論是其偏誤或是變異程度，表現都比NM差，然而若將此方法得到的估計值平移0.5個單位後，便只有變異數較大的疑慮，其偏誤性便與其他兩這相似。而傳統的SD(M+)的估計值偏誤較高，更具有較大的變異數，而NM方法不論是整數資料或是小數點資料皆表現較其好的許多，也很明顯地揭露了因截斷年齡所產生的嚴重偏誤性。整數資料與小數點資料，若皆經過平移後則是沒有太大的差異，因此在生命表的部分不一定要精確至小數點以下一位。

### 第三節 敏感度分析

雖然傳統的SD(M+)相較於NM方法，表現差了不少，但是SD(M+)對於標準差的估計卻不需要任何參數的假設，而NM卻可能因為分配設定的錯誤，產生錯誤的推論，Thatcher te al. 提出的SD(M+)亦有此疑慮，因此希望藉由電腦模擬了解錯誤設定對參數估計的影響。

首先隨機抽取十萬筆來自Logistic分佈，M為80且標準差為10的隨機亂數，當NM的分佈設定為常態分配時，其對於各參數估計的影響如下圖所示：



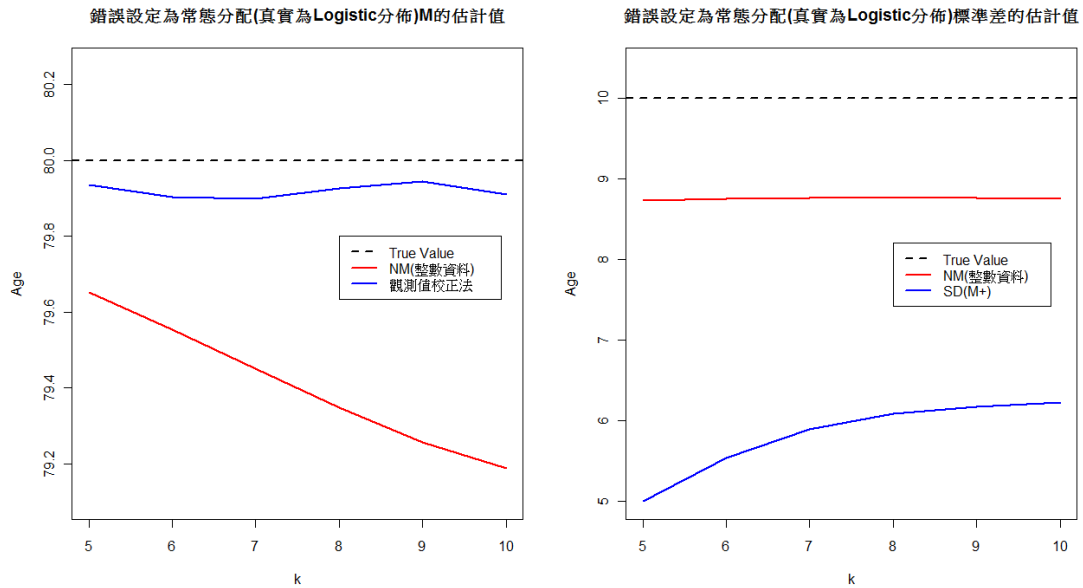


圖 3-7、在 Logistic 分佈下錯誤設定為常態分配各參數的估計值

在正確設定分配背景時，沒經過整數NM對M的估計值會低估0.5左右，而錯誤設定時會增大至少0.8個單位，而標準差則低估了1.2個單位，整體而言對於參數的估計皆會低估。由於Logistic分佈是略為左偏的分配，因此錯誤設定為常態分配時其M的估計會隨著k的範圍而變小，然而標準差的估計卻不會有所改變。而其對應的覆蓋機率如表5：

表 3-5、NM 在 Logistic 分配下錯誤設定與正確設定覆蓋機率比較

方法	正確設定	錯誤設定(NM)
M 覆蓋機率	0.954	0.441
標準差覆蓋機率	0.963	0

接著隨機抽取十萬筆來自常態分佈，M為80且標準差為10的隨機亂數，當NM的分佈設定為常態分配時，其對於各參數估計的影響如下圖所示：

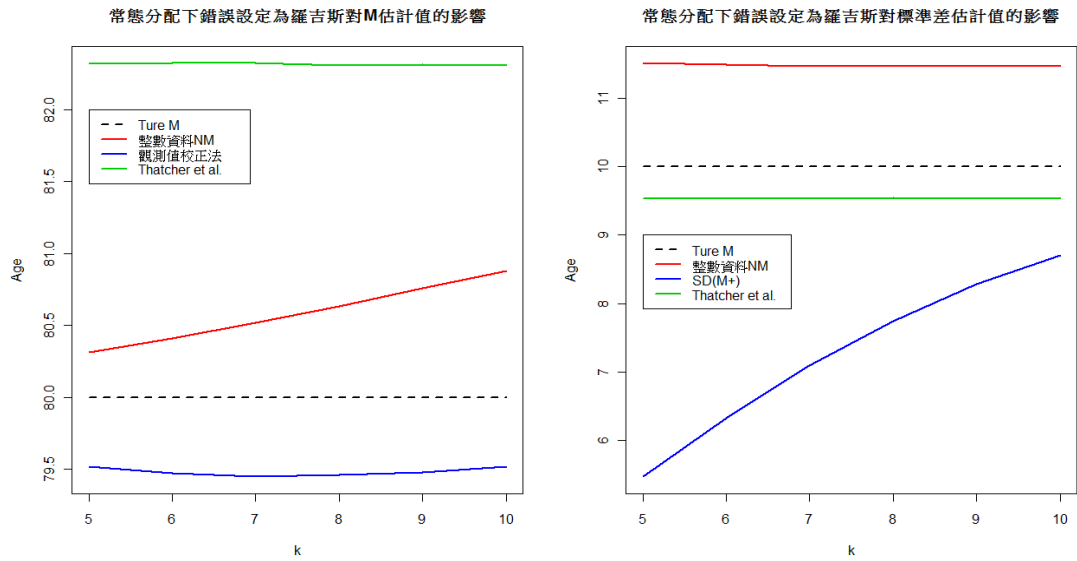


圖 3-8、在常態分佈下錯誤設定為 Logistic 分佈各參數的估計值

與錯誤設定常態分配時的結果相反，Logistic設定對於M的估計相較於常態分配的設定會高出0.3個單位，而且隨著範圍增加而變大，標準差的估計則高出了1.5個單位，而不會因為估計範圍的改變而有太大的變化。其所對應的覆蓋機率如表3-6：

表 3-6、NM 在常態分配下錯誤設定與正確設定覆蓋機率比較

方法	正確設定	錯誤設定(NM)	Thatcher et al.'s Method
M 覆蓋機率	0.950	0.476	0.976
標準差覆蓋機率	0.938	0	0.152

雖然在覆蓋機率的表現都不是那麼良好，然而對於分佈標準差的估計卻不會因為範圍的變動而有影響，相較於上一節所提到的SD(M+)穩健的多，即便錯誤估計，也不會隨著其他參數變化而有所差異。

綜合本章三個小節可得知，過去研究使用的方法不但有較大的均方誤差，而且其估計方法的穩定性不佳，相對地，本研究提出之數值優化方法NM，即便是

錯誤設定分配的情形下，表現亦比過去的方法好。因此本研究後續對於實證資料之壽命極限與死亡壓縮的討論，採用數值優化的方法測量這兩件事情。然而，在本研究曾提到，影響研究的結果除了使用的方法外，另一個因素便是所使用的資料品質；過去研究多使用生命表資料，而非死亡的原始資料，在下一節中，希望以電腦模擬的方式比較兩種資料對於NM有何影響。

#### 第四節 修勻資料差異

受限於高齡資料的不足，大多數高齡死亡率及死亡人數都經過調整(或修勻，Graduation)，以保證死亡率隨著年齡穩定變化，像是死亡研究最常使用的HMD (Human Mortality Database)資料庫，也使用了修勻方法。然而修勻的方法種類很多，每種方法所造成的影響又有所不同，使用修勻資料測量死亡壓縮，可能會得到不合理的結果。本節延續本章的討論，但不使用原始觀察資料、而以修勻為依據，探討修勻對分析結果的影響，並比較NM及SD(M+)被影響程度，但限於篇幅，本文只考慮較為常用的Whittaker修勻方法與未經修勻的資料作比較。延續前三節的結果，產生十萬筆M為80標準差為10的隨機亂數並設定估計範為k為5，觀察不同分配設定，比較原始資料與兩種不同修勻參數資料的差異，其中第一組修勻資料為z為3與h則是樣本數，第二組資料為z為3與h為一萬倍的樣本數。

首先在常態分配下，比較未經過修勻的資料與修勻過的資料之間的差異，估計M的差異，如下表所示：

表 3-7、常態分配下修勻與否對 M 估計的影響

k	樣本數為20,000			樣本數為100,000		
	原始資料	第一組	第二組	原始資料	第一組	第二組
5	80.01	80.00	77.00	80.01	80.02	77.11

由上表可以發現，當為了求取平滑性，則會使得估計M有嚴重的偏誤，若當樣本數越小時，則會M的估計略為嚴重，下表則為修勻資料對於標準差估計的影響：

表 3-8、常態分配下修勻與否對標準差估計的影響

k	樣本數為20,000			樣本數為100,000		
	原始資料	第一組	第二組	原始資料	第一組	第二組
5	10.00	10.01	9.62	9.99	10.00	9.73

同樣地，當平滑係數越高時，所產生的影響越大，造成標準差低估，而判斷死亡壓縮存在，接下來進一步探討在羅吉斯曲線設定下，修勻對於估計所造成的影響，如下表

表 3-9、羅吉斯曲線分佈時修勻與否對 M 估計的影響

k	樣本數為20,000			樣本數為100,000		
	原始資料	第一組	第二組	原始資料	第一組	第二組
5	80.00	79.99	80.51	79.98	80.07	80.38

修勻對於羅吉斯曲線估計M值看似沒有太大的影響，然而第二組資料估計M時不似原始資料穩健，不同的範圍對於M的估計似乎呈現震盪，另一個有趣的事情是第二組資料使用觀測值修正法（附表1）估計M，會低估5個單位左右。而下表為對於標準差估計的影響：

表 3-10、羅吉斯曲線分佈時修勻與否對標準差估計的影響

K	樣本數為20,000			樣本數為100,000		
	原始資料	第一組	第二組	原始資料	第一組	第二組
5	10.00	9.43	9.87	10.00	10.05	9.86

由上表可以發現，當真實分配為羅吉斯曲線時，修勻對NM估計的影響並沒有真實分配為常態時的大，反之卻對傳統的觀測值校正方法造成很大的影響。然而，常態分配時修勻對於傳統SD(M+)影響不大，而當其為羅吉斯曲線分佈時，將會加大範圍的影響力。

由本節可得知，修勻對於傳統測量方法影響較為明顯，小樣本時的影響更鉅，近年來許多國家一年內的總死亡人數沒有達到十萬人，使用生命表資料將使得估計結果偏誤增加，因此過往研究得出的結果，不免令人多感到疑慮。本研究建議在後續的研究中，使用死亡的原始資料而非修勻資料。



## 第肆章、實證資料分析

死亡壓縮的現象，大約可分成嬰幼兒與青壯年死亡率大幅下降、以及高齡死亡率下降兩個部分，前者不是本文所探討之對象，因此本研究根據WHO於2009年提供的全球平均餘命資料，選取平均餘命較高的國家，如日本、美國、加拿大、比利時、法國、西班牙與澳大利亞等國於HMD上的原始死亡資料，並只探討上述國家近50年壽命延長與死亡壓縮之情形，弭除因嬰幼兒與青壯年死亡率大幅下降所至的壓縮現象。由於各國死亡壓縮的進行方式相似，本章僅以平均餘命最長的日本為例，說明分析結果，其餘國家的結果將放在附錄二至附錄五。

本章延續前述所得到的結果，將數值優化的方法NM套入死亡的原始資料，測量死亡壓縮以及壽命延長。本節分為兩小節，第一小節為討論死亡壓縮是否存在；第二小節則探討壽命在這些平均餘命較高的國家，是否已達極限。

### 第一節 死亡壓縮探討

本節將分別探討死亡分佈上的標準差與 $C_{50}$ 之變化，以這兩個測量方式的變化檢視死亡壓縮是否存在，圖4-1為日本男性與女性不同條件下，各種標準差的比較。

倘若死亡壓縮確實存在，則各種情形下的標準差估計值應持續縮小中，從下圖中可以看出，在常態分佈以及羅吉斯分佈下NM所得到的估計結果有相似趨勢，這兩項指標顯示不論是男性或女性，1950年至1980年間，標準差明顯下降，而在1980年後標準差卻增加了，反觀不論是原始的 $SD(M+)$ 或是本文所修正的 $SD(M+)$ ，皆沒有如此的趨勢。使用生命表資料得到的NM估計值皆比原始資料結果低一至兩個單位，而 $SD(M+)$ 的部分則是使用原始資料會顯示出標準差震盪的情形，與生命表資料顯示出的下降趨勢不同。日本以外國家的結果參考附圖1。

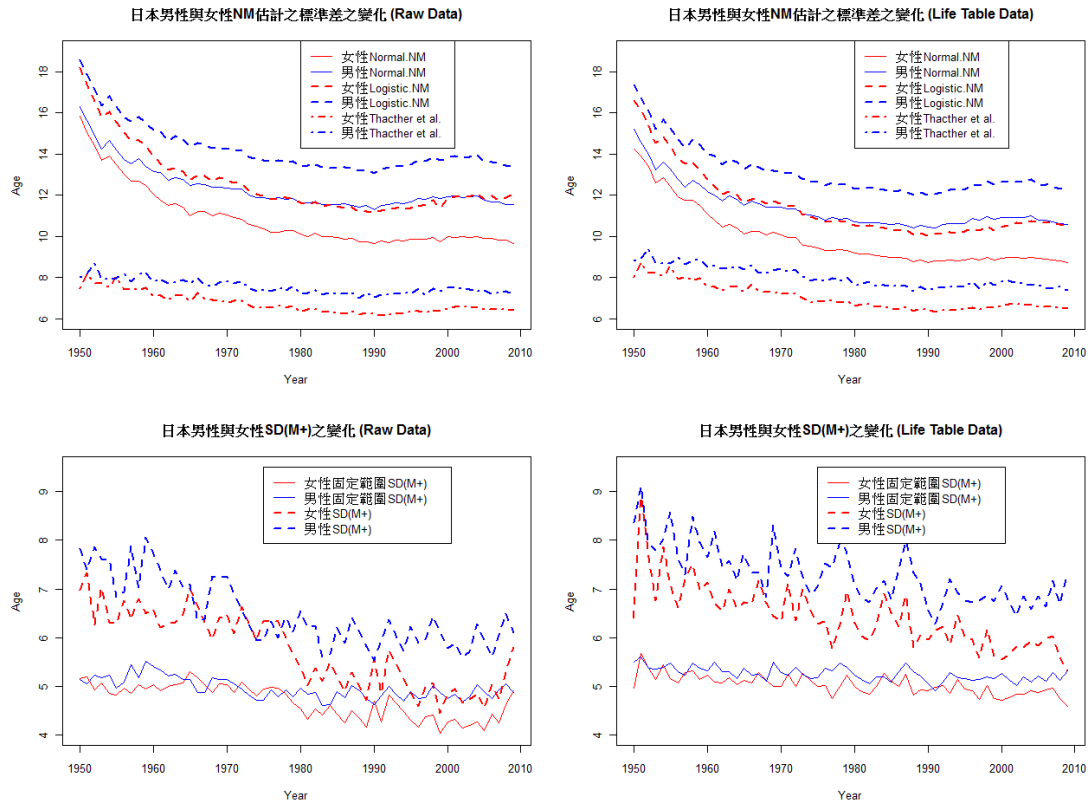


圖4-1、日本男性與女性標準差之變化

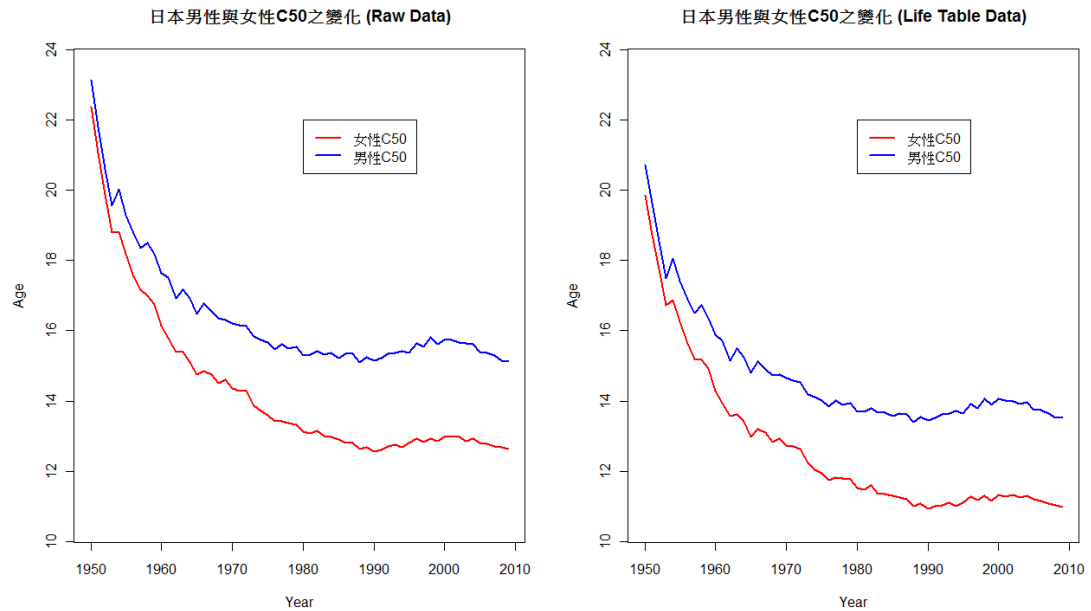


圖4-2、日本男性與女性C<sub>50</sub>之變化

探討壓縮現象是否存在的另一個指標為 $C_{50}$ ，圖4-2為日本男性與女性 $C_{50}$ 之變化。與標準差類似，若死亡壓縮存在，且其現象如Fries提出的想法一致， $C_{50}$ 應收斂至0，而圖4-2顯示的結果與標準差的趨勢相似，而且數值差不多，表示死亡壓縮的現象在日本的情形並不明顯，其餘國家（參考附錄二）雖然有的持續下降（義大利），然而大部分的不是緩慢下降或上升，則是其 $C_{50}$ 數字仍高出日本許多，可能尚未達到日本的老化水準。

不論是死亡年齡的標準差或是 $C_{50}$ 都是起先下降趨勢較為明顯，而近年來（圖片右端）下降的趨勢漸緩，有的甚至持平，因此對於死亡年齡壓縮的現象，尚且無法有明確的結論，仍需要再經過幾年的觀察才能得到較好的結論。

## 第二節 壽命延長之討論

本節將比較原始資料結合NM以及生命表資料結合觀測值校正法所得的M之間的差異以及死亡年齡的第百分之九十五位數，探討壽命是否有極限。如果壽命確實有極限，這兩項指標應該會停止上升。

圖4-3為日本男性與女性基於上述兩種不同的組合所得的結果。從圖中可以發現，利用原始資料得到的Modal Age震盪幅度較大，也因為未經修勻，可能使得死亡分佈的峰點不只一個，因此造成用觀測值校正的方法，容易產生震盪的情形；經過修勻的生命表資料較為平滑，而且使用NM得到的結果，也會令人覺得Modal Age有停止上升的假象，另一方面，利用生命表資料估計得到的M值皆較原始資料高出一些，觀測值的部分由其明顯。



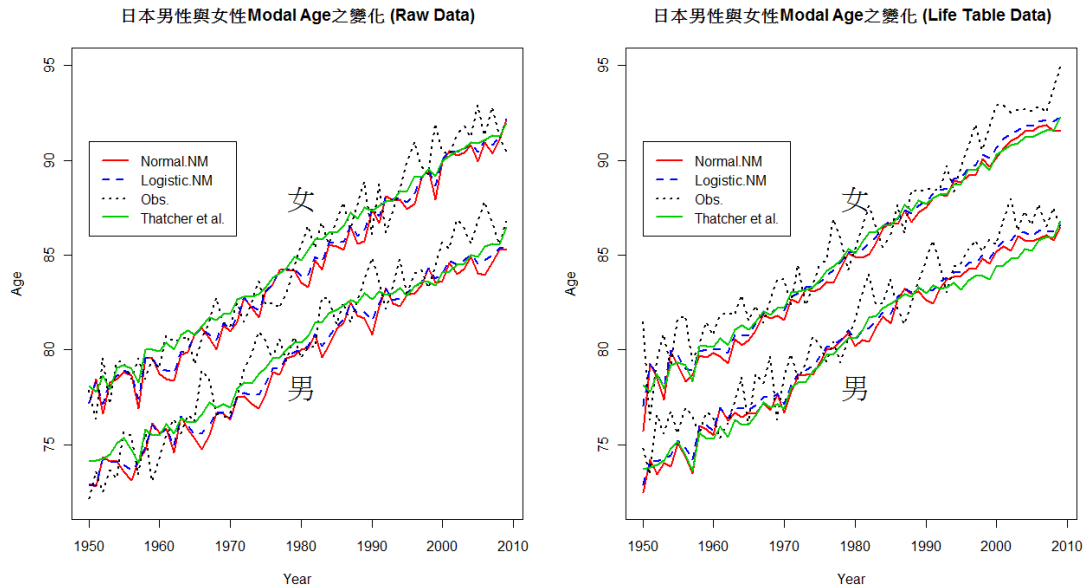


圖4-3、日本男性與女性Modal Age之變化

雖然各方法所得知估計值大略相同，然而亦可以看出有部分年度NM的估計值與經過校正的觀測值之間有不同的趨勢，Thatcher et al.所使用的方法表現卻較為平滑，在兩估計值的中間。而兩種NM方法所得估計值之相關係數為0.998左右，而NM與觀測值校正法為0.93至0.95之間，與Thatcher et al.估計值的相關係數為0.991至0.993之間，而Thatcher et al.所得之估計值與經過校正的觀測值之間相關係數則為0.96至0.97之間，印證了觀測值確實會與其他方法有些許的差異。

除了日本以外，本研究所選用的其餘各個國家之Modal Age（附錄三）皆有上升的趨勢，以往使用觀測值的方法，由於皆是整數資料，因此容易受到不同年度之間，些微死亡率的差異，而產生Modal Age震盪的情形，以至於判斷Modal Age上升已經趨緩，然而使用數值優化的方法得到的結果卻與之相反。

而日本男性與女性的死亡年齡的第百分之九十五位數，圖4-4，顯示超高齡死亡的年齡仍持續上升中，而且根據各國的資料顯示，這項指標上升速度並沒有趨緩，只是生命表資料所得的數值皆要比原始資料高出2個單位。並且可以從下圖看出，經過修勻的生命表資料除了使得原始資料所得之估計值較使用生命表資料者較為平滑許多。

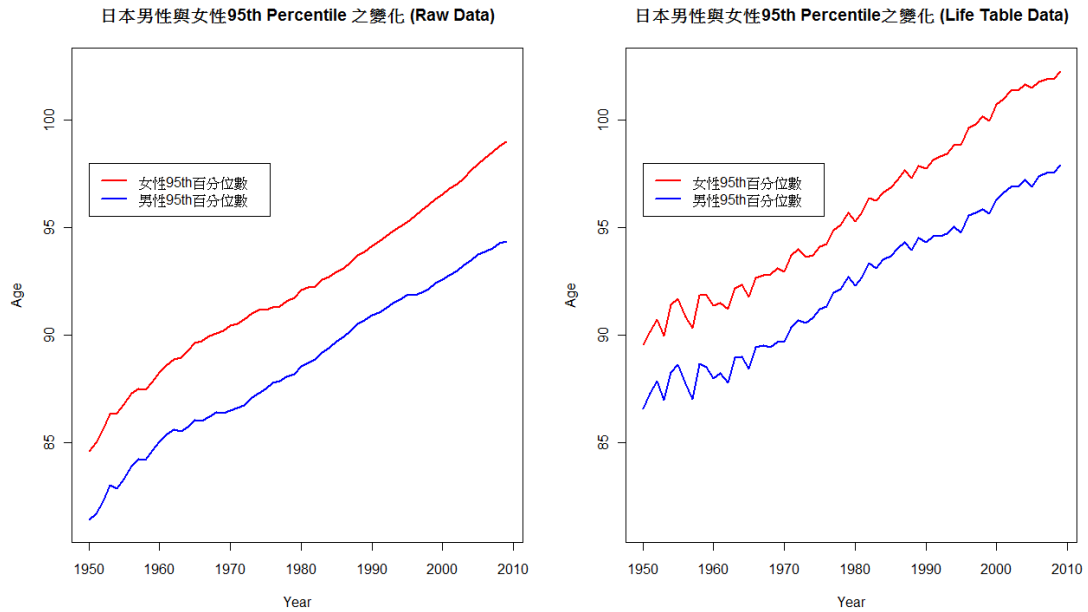


圖4-4、日本男性與女性死亡年齡百分之九十五位數

綜合本章兩個小節可以得知，各國死亡年齡的標準差，雖然大多數的國家所得到的標準差都還有往下降的趨勢，然而卻也有少部分國家的標準差下降已經趨緩甚至是持平， $C_{50}$ 的部分亦是如此，代表了壓縮的現象並不明顯；而從其望值收斂的來看，Modal Age以及死亡年齡的第百分之九十五位數都仍然持續上升中，表是人類壽命仍然持續延長中，因此人類的壽命是否有極限，仍然不能妄下結論。

## 第五章、結論與建議

### 第一節 結論

長壽風險(Longevity Risk)指的是人類存活時間超出預期，以至年老後面臨經濟等生活失去保障，如果能夠準確地預估人類存活時間（例如：平均餘命、壽命極限），政府、個人就能事先規劃工作年限、退休生活，以達到適當的資源分配，這也是近年來人類壽命極限以及死亡壓縮成為熱門議題的原因之一。如果人類的壽命有極限，代表死亡年齡較能預期，就存活曲線的角度而言，便是存活曲線到了某特定年齡後便會垂直往下，使存活曲線的形狀類似矩形(Rectangularization)，亦即死亡的年齡壓縮。然而過去研究對於這兩件事情的探討，往往受限於高齡資料不足以及研究方法不盡完善，至今對於壽命極限與死亡壓縮尚無定論。

過去相關研究（例如：Cheung et al., 2005），大多使用直接觀測死亡人數最多的年齡以及截斷年齡的標準差SD(M+)，衡量壽命極限與死亡壓縮，研究結果多半為人類死亡年齡有壓縮的現象。然而，本研究透過電腦模擬，發現過去使用的方法容易受到估計範圍與資料尺度不足的影響，除了估計量偏誤性較高外，其變異數也較大，因此也讓人對於是否有死亡壓縮感到疑慮。

有鑑於此，本研究建議使用數值優化方法NM (Nonlinear Maximization)，針對死亡分佈的標準差以及峰點討論壽命極限與死亡壓縮，並藉由電腦模擬比較與過去使用的方法之間的差異，發現數值優化方法不論是在估計值的偏誤或是變異數，都有較佳的表現，估計值不受估計範圍影響，而且死亡紀錄只需精確至整數年齡。

除了以電腦模擬驗證方法優劣，本研究也使用美國柏克萊大學的HMD (Human Mortality Database)死亡資料庫中平均餘命較高的國家，以NM法評估死亡壓縮以及壽命是否有極限。分析發現，使用數值優化的方法得到的估計值接與

先前研究結果有一段落差，無法從實證分析的結果中得到明顯的壓縮現象以及壽命有極限的證據，反觀人類的壽命仍在上升當中，而標準差的變化因國壓而異。猜測本研究與先前研究結果不同，原因在於高零死亡資料的不足，而且資料品質也良莠不齊，加上估計方法可能產生的偏誤。根據本文方法的結果，我們傾向於支持存活曲線未來會繼續向右平移，平均壽命也會繼續增加，但死亡壓縮、甚至死亡年齡分配退化至一個點，在短期之內不太可能。

此外，過去的研究多以經過修勻的生命表資料，生命表資料為求其平滑性往往經過修勻，雖然可改善因為人數少造成的死亡率震盪，但也會扭曲原先的資料特性。本研究經由電腦模擬比較修勻、未修勻資料的差異，發現經過修勻資料雖然對於本研究所提出之NM影響不甚大，然而對過往所提出的衡量方式卻有不小的影響，後續更以實證分析驗證此一想法，而這與Yue (2012)使用死亡人數的原始資料得到的結果類似，也確實指出過往研究使用生命表（修勻後）資料確實會掩飾事實，而造成錯誤的推論。

## 第二節 研究限制與後續研究

本研究使用之NM方法，需要配合常態壽命區間、簡單羅吉斯曲線等模型假設，才能求出模型參數估計值，雖然經由電腦模擬結果可知模型假設對NM法影響不大（以估計值大小），但卻會對覆蓋機率有不小的影響，進而使得極值（壽命極限）估計更不可靠。換言之，如果要以NM法探究壽命極限，則需對死亡分佈有詳盡的資訊；另外，本文僅以時期(Period)觀點探討死亡壓縮，但近年死亡延就較傾向於世代(Cohort)觀點，但探討是帶死亡壓縮需解決資料的問題。

而使用資料為來自於HMD各國的資料，雖然資料取得很便捷，但各國死亡資料使用的修勻方法卻不相同，勢必影響本文實證分析的結果。未來將蒐集HMD死亡資料的相關訊息，包括各國所使用的修勻方法，若能將HMD資料還原成原

始死亡資料，或是經由相同的修勻方法調整死亡率，會使死亡壓縮的延就結果更具說服力。

對於後續有興趣研究死亡壓縮與壽命延長議題者，本研究建議使用原始的死亡年齡資料，而非生命表資料，以免得到的結果代表性不足。而過往使用的方法，雖然是不需要分配假設的無母數方法居多，但本研究結果發現這類方法表現也不如數值優化方法分配設定錯誤時，且由於各國Modal Age皆呈現持續上升的現象，對於年齡截斷的估計方式，必然會得到標準差縮小的現象。最後，由於死亡年齡壓縮的最大貢獻者為高齡前死亡率大幅下降，對於此議題的探討不應著重在中低齡死亡，然而中低年齡層死亡率大幅下降也是近四、五十年來的事情，所以資料選取的長度應以1950年後者為佳。



## 參考文獻

### 中文部分

王德睦與李大正 (2009)。臺灣的存活曲線矩型化與壽命延長。人口學刊，36，1-31。

行政院經濟建設委員會人力規劃處 (2010)。2010 年至 2060 年臺灣人口推計(編號：(99)033.805)。台北市：行政院經濟建設委員會。

### 英文部分

Cheung, K. S-L., J. Robine. J-C Tu, and G. Caselli. (2005). Three Dimensions of the Survival Curve: Horizontalization, Verticalization, and Longevity Extension. *Demography* 42(2): 243-258.

Cheung, K. S-L., J. Robine. (2007). Increase in common longevity and the compression of mortality: The case of Japan. *Population Studies*, 61:1, 85-97.

Fries, J. (1980). Aging, Nature Death, and the Compression of Morbidity. *The New England Journal of Medicine* 303(3): 130-135.

Kannisto, V. (2000). Measuring the Compression of Mortality. *Demographic Research* 3, Article6. ([www.demographic-research.org/Volumes/Vol13/6](http://www.demographic-research.org/Volumes/Vol13/6)).

Kannisto, V. (2001). Mode and Dispersion of the Length of Life. *Population: An English Selection* 13(1): 159-172.

Lexis, W. (1878). Sur la durée normale de la vie humaine et sur la théorie de la stabilité des rapports statistiques. *Annales de Démographie Internationale* 2(5): 447-460.

Ouellette, N. and R. Bourbeau. (2011). Changes in the age-at-death distribution in four low mortality countries: A nonparametric approach. *Demographic Research* 25, Article 19. ([www.demographic-research.org/Volumes/Vol25/19](http://www.demographic-research.org/Volumes/Vol25/19)).

Thatcher A.R., Cheung, K. S-L., S. Horiuchi, J. Robine. (2011). The compression of deaths above the mode. *Demographic Research* 22, Article 17. ([www.demographic-research.org/Volumes/Vol22/17](http://www.demographic-research.org/Volumes/Vol22/17)).

Wilmoth, J. and S. Horiuchi. (1999). Rectangularization Revisited: Variability of Age at Death within Human Populations. *Demography* 36(4): 475-495.

Yue, C.J. (2012). Mortality Compression and Longevity Limit, *Contingencies*, Jan/Feb, 42-45.

WHO, <http://www.who.int/en/>



## 附錄一：修勻對估計值的差異

附表 1-1、常態分佈下修勻對 M 估計的差異

樣本數為 20,000						
	NM			觀測值校正法		
k	原始	第一組	第二組	原始	第一組	第二組
5	80.01	80.00	76.99	79.37	79.40	79.40
6	79.97	79.95	76.95	79.45	79.49	79.48
7	79.99	80.01	76.97	79.04	79.06	79.06
8	79.99	80.01	76.96	79.26	79.29	79.29
9	80.04	80.04	76.94	79.09	79.11	79.11
10	79.99	79.98	76.92	79.54	79.57	79.57
樣本數為 100,000						
	NM			觀測值校正法		
k	原始	第一組	第二組	原始	第一組	第二組
5	80.01	80.02	77.11	79.45	79.46	79.46
6	79.99	79.99	77.08	79.36	79.37	79.37
7	79.98	79.98	77.05	79.43	79.44	79.44
8	79.99	79.99	77.03	79.65	79.66	79.66
9	80.00	79.99	77.03	79.34	79.35	79.35
10	79.99	79.99	77.02	79.59	79.60	79.60



附表 1-2、常態分佈下修勻對標準差估計的差異

樣本數為 20,000						
	NM			SD(M+)		
k	原始	第一組	第二組	原始	第一組	第二組
5	10.00	10.01	9.62	5.47	5.47	5.53
6	10.00	10.01	9.59	6.32	6.33	6.41
7	10.00	10.01	9.56	7.14	7.10	7.20
8	9.99	10.00	9.54	7.77	7.73	7.90
9	9.99	10.00	9.53	8.27	8.27	8.50
10	10.00	10.01	9.55	8.73	8.73	8.96
樣本數為 100,000						
	NM			SD(M+)		
k	原始	第一組	第二組	原始	第一組	第二組
5	9.99	10.00	9.73	5.47	5.47	5.50
6	10.00	10.00	9.70	6.34	6.34	6.39
7	9.99	10.00	9.67	7.10	7.09	7.19
8	10.00	10.00	9.67	7.71	7.71	7.89
9	10.00	10.00	9.66	8.31	8.31	8.46
10	10.01	10.01	9.66	8.69	8.69	8.91

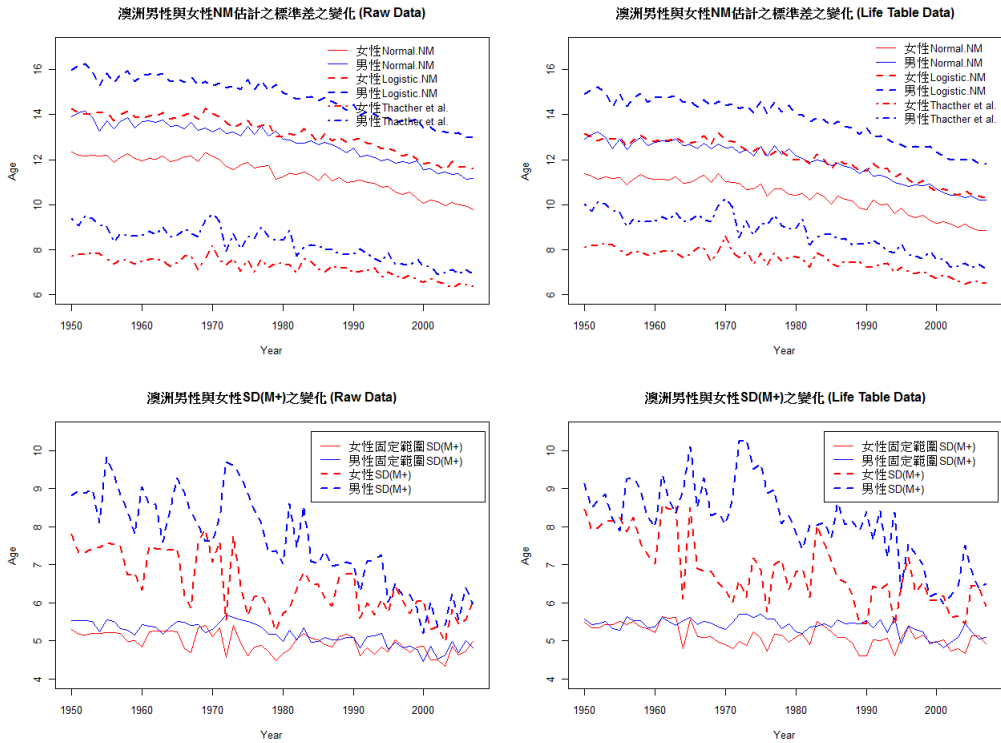
附表 1-3、羅吉斯曲線假設修勻對 M 估計的差異

樣本數為 20,000						
	NM			觀測值校正法		
k	原始	第一組	第二組	原始	第一組	第二組
5	79.96	79.83	80.03	79.28	79.46	75.29
6	79.94	79.95	80.21	79.39	79.28	75.06
7	80.00	79.53	79.89	79.02	79.53	75.31
8	80.01	80.04	80.49	79.53	79.53	75.26
9	80.02	79.95	80.34	79.39	79.48	75.33
10	80.01	79.87	80.44	79.39	79.55	75.24
樣本數為 100,000						
	NM			觀測值校正法		
k	原始	第一組	第二組	原始	第一組	第二組
5	79.98	80.07	80.38	79.45	79.37	75.02
6	80.01	79.87	80.37	79.37	79.51	75.02
7	80.00	79.98	80.50	79.43	79.46	75.02
8	79.99	79.82	80.60	79.48	79.66	75.02
9	79.99	80.02	80.58	79.41	79.40	75.04
10	79.99	80.01	80.57	79.37	79.35	75.04

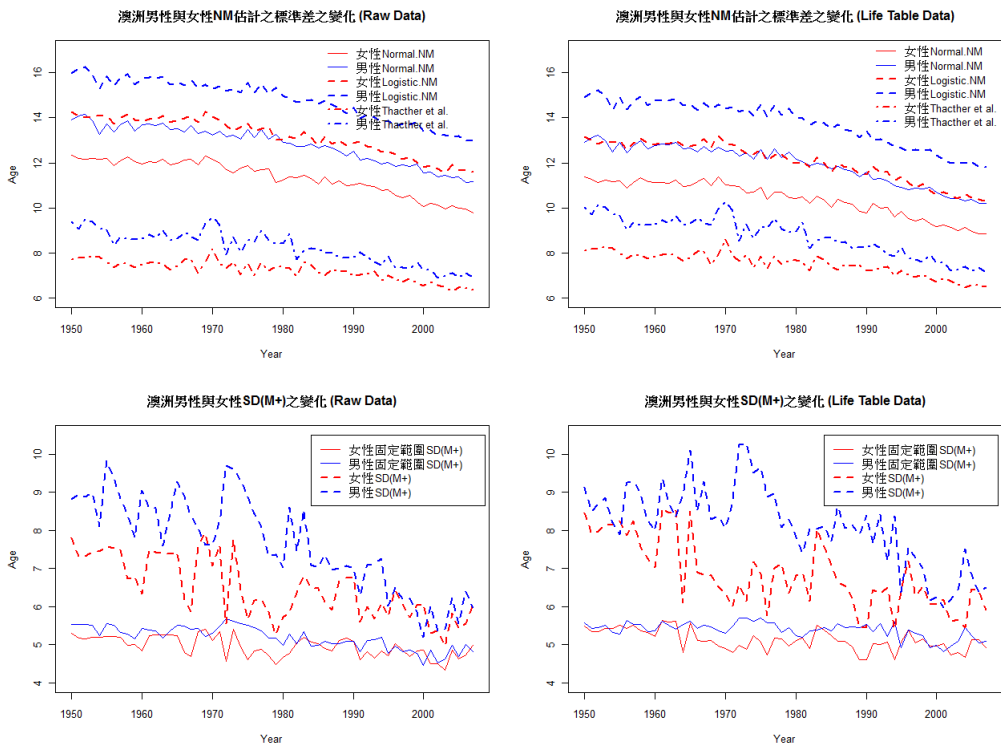
附表 1-4、羅吉斯曲線假設修勻對標準差估計的差異

樣本數為 20,000						
	NM			SD(M+)		
k	原始	第一組	第二組	原始	第一組	第二組
5	10.00	9.43	9.87	5.03	5.01	5.28
6	9.98	9.74	9.82	5.58	5.58	6.02
7	10.01	9.73	9.80	6.02	5.85	6.50
8	9.98	9.65	9.80	6.05	6.05	6.87
9	9.98	9.77	9.82	6.19	6.16	7.06
10	9.98	9.74	9.85	6.25	6.18	7.22
樣本數為 100,000						
	NM			SD(M+)		
k	原始	第一組	第二組	原始	第一組	第二組
5	10.00	10.05	9.85	5.00	5.03	5.32
6	10.00	10.08	9.82	5.56	5.52	6.03
7	10.01	10.08	9.80	5.89	5.88	6.57
8	10.00	10.07	9.80	6.07	5.99	6.95
9	10.01	10.07	9.82	6.20	6.20	7.18
10	10.00	10.09	9.85	6.26	6.26	7.30

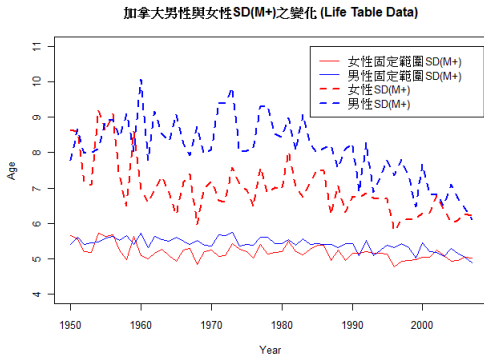
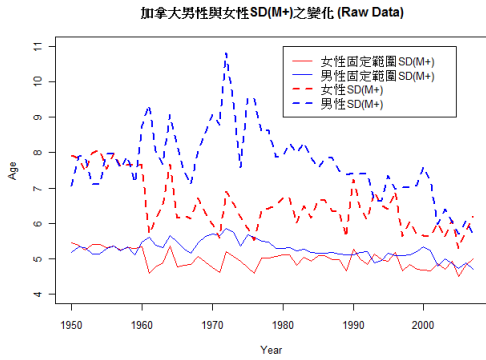
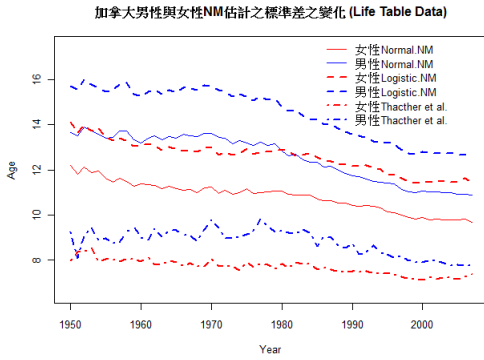
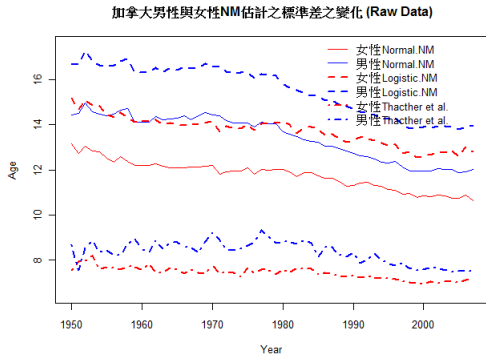
## 附錄二：各國標準差的估計值



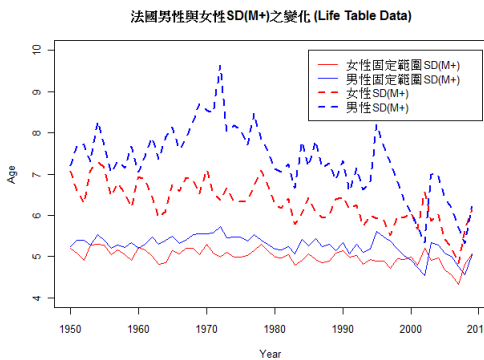
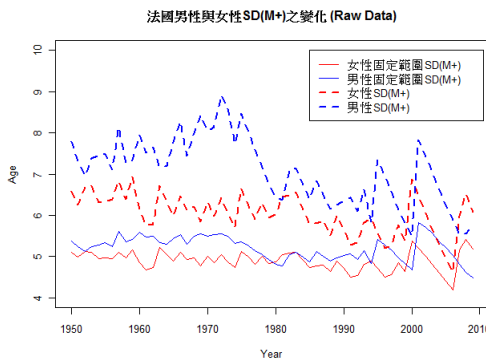
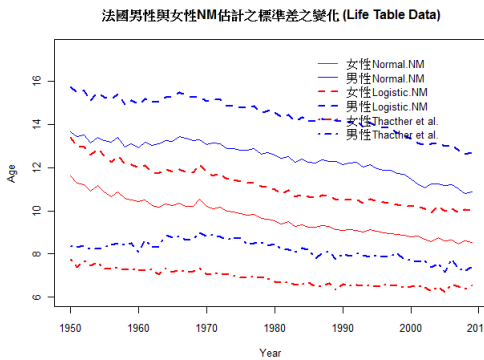
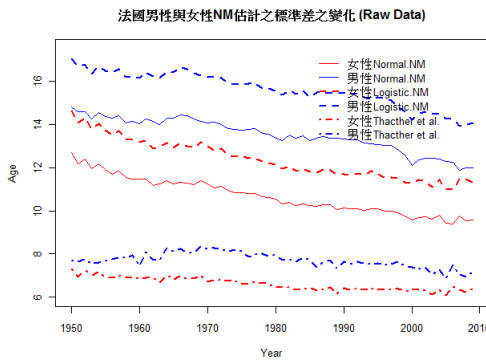
附圖 2-1、澳洲男性與女性標準差之估計值



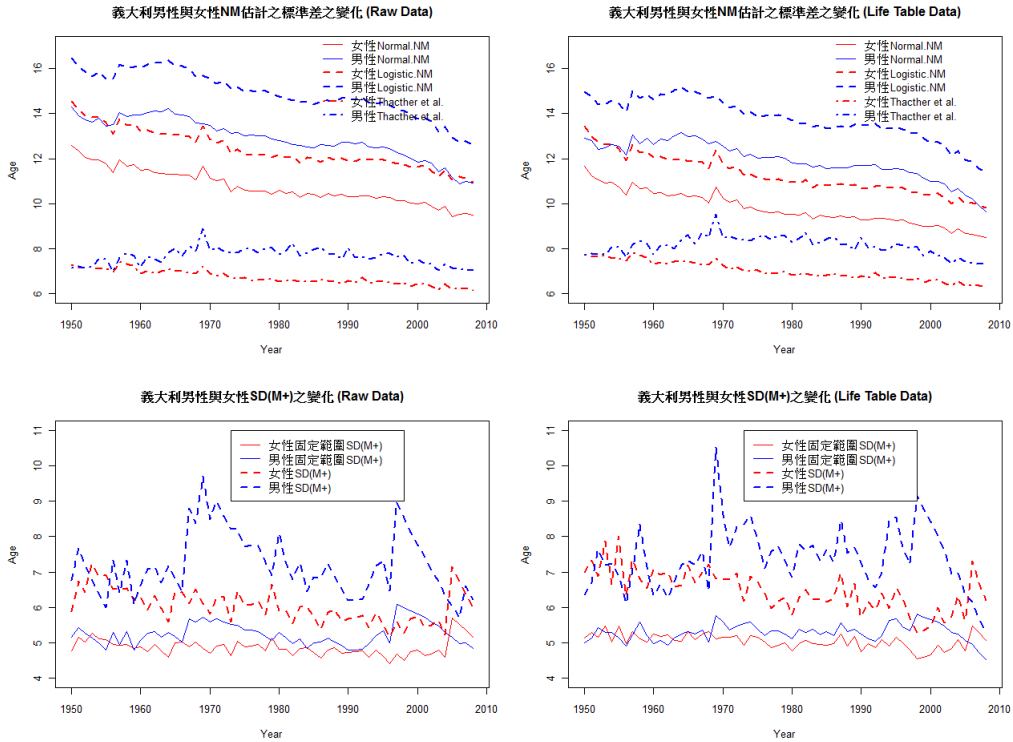
附圖 2-2、比利時男性與女性標準差之估計值



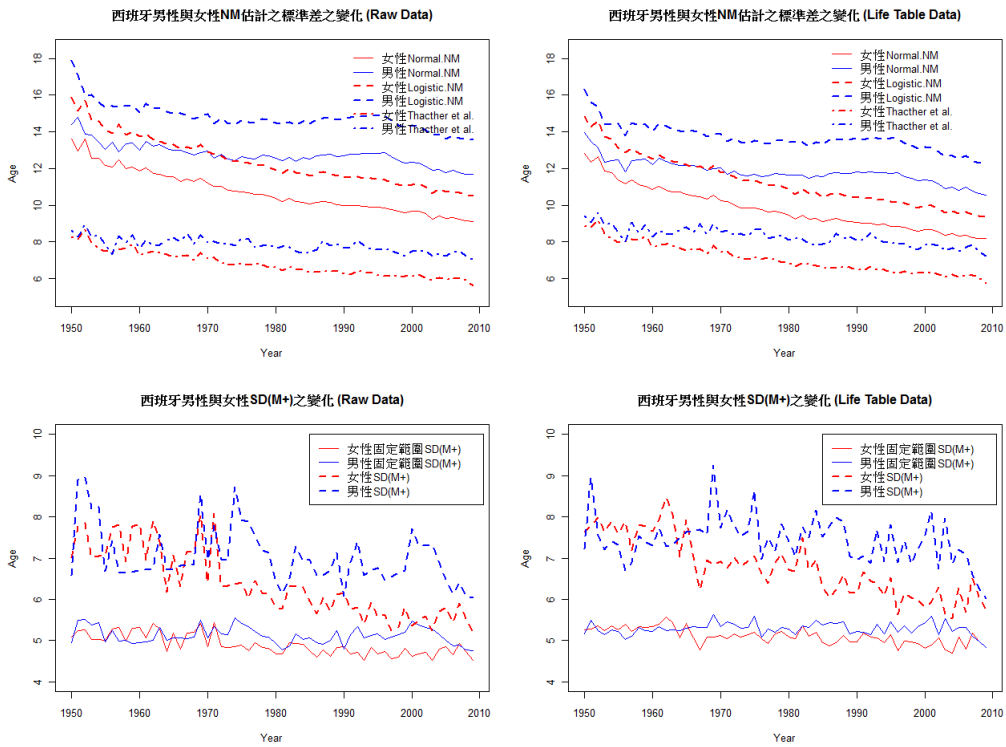
附圖 2-3、加拿大男性與女性標準差之估計值



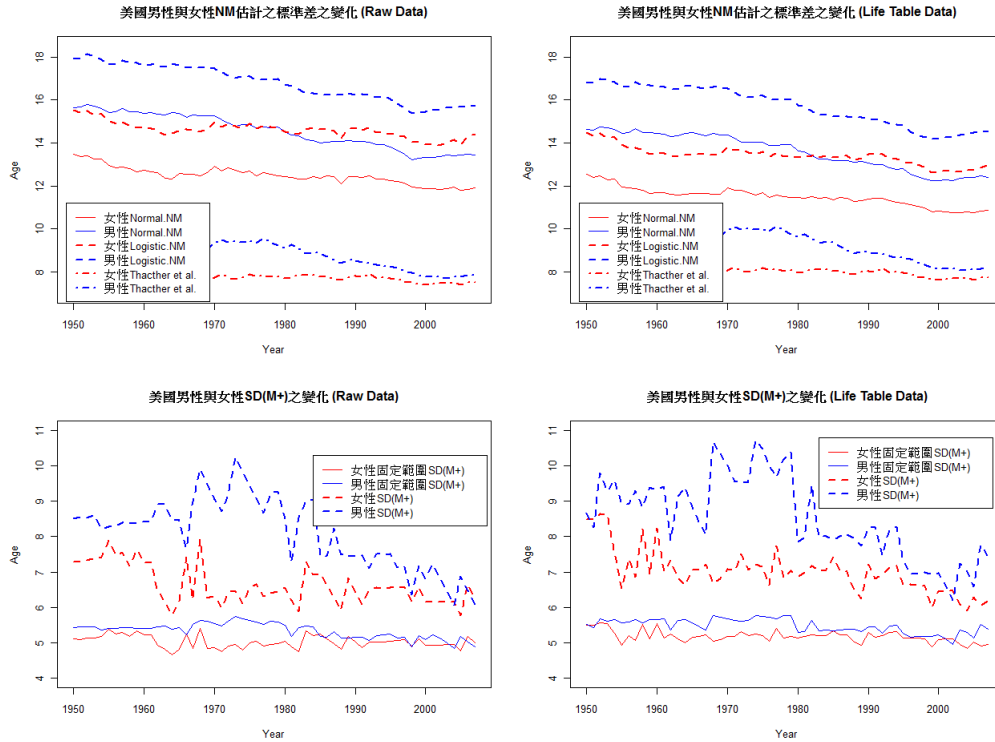
附圖 2-4、法國男性與女性標準差之估計值



附圖 2-5、義大利男性與女性標準差之估計值



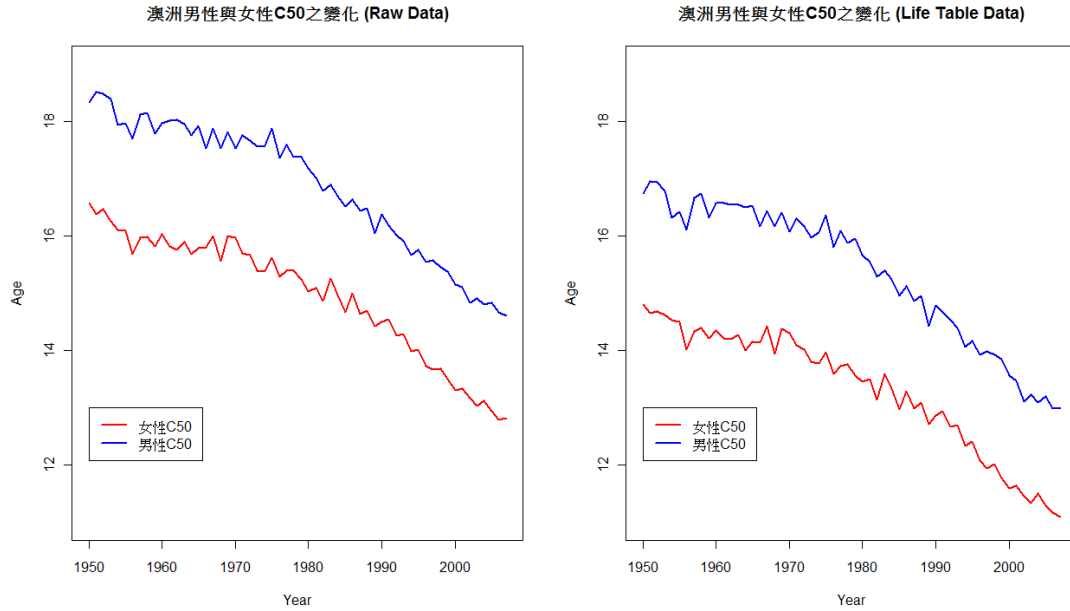
附圖 2-6、西班牙男性與女性標準差之估計值



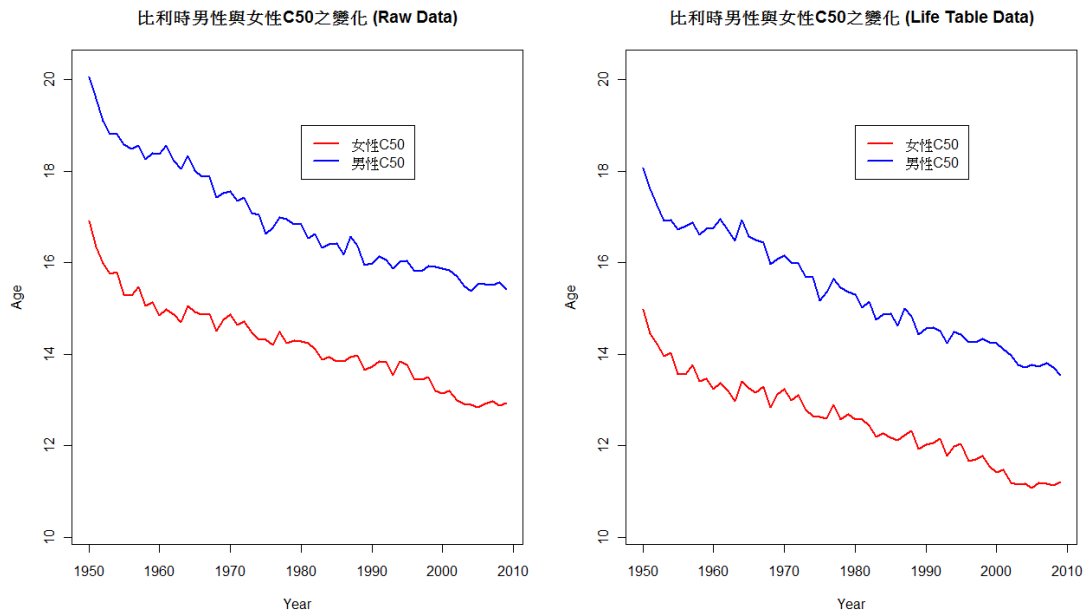
附圖 2-7、美國男性與女性標準差之估計值



### 附錄三：各國 $C_{50}$ 的估計值

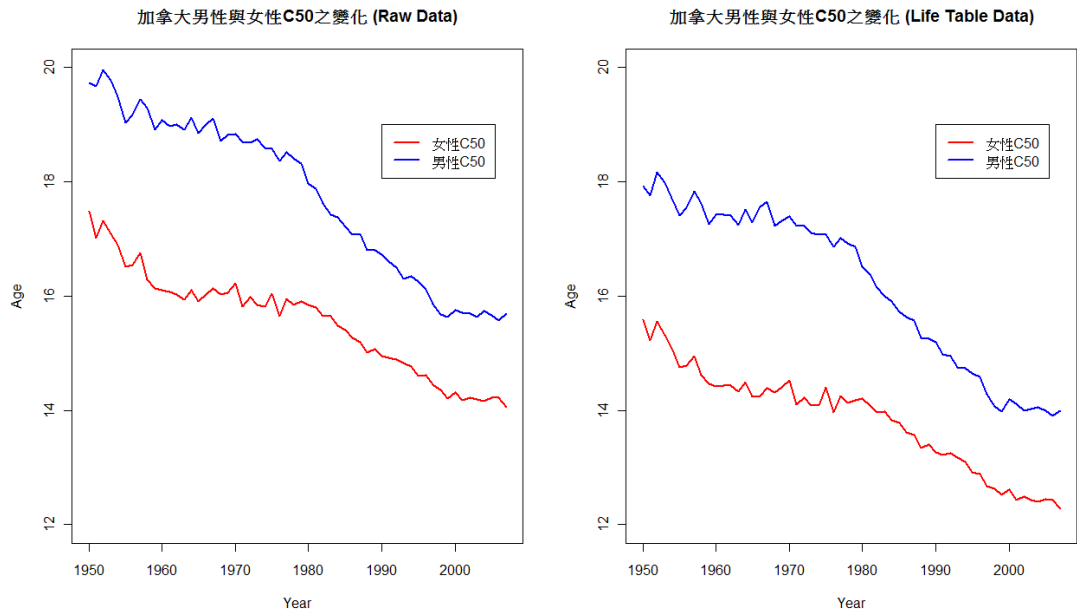


附圖 3-1、澳洲男性與女性  $C_{50}$  之估計值

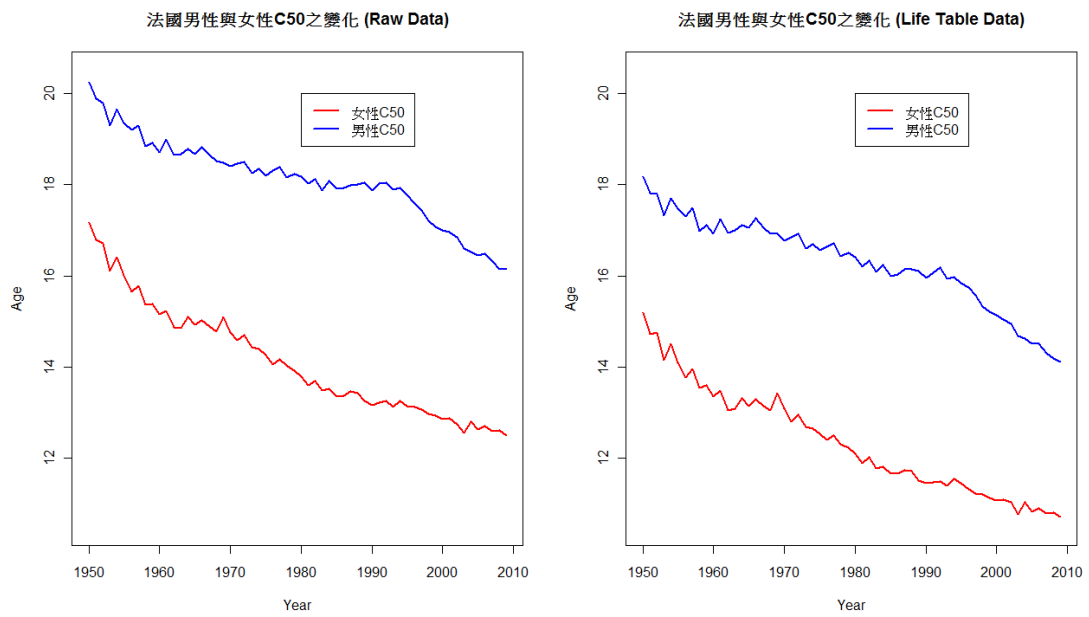


附圖 3-2、比利時男性與女性  $C_{50}$  之估計值

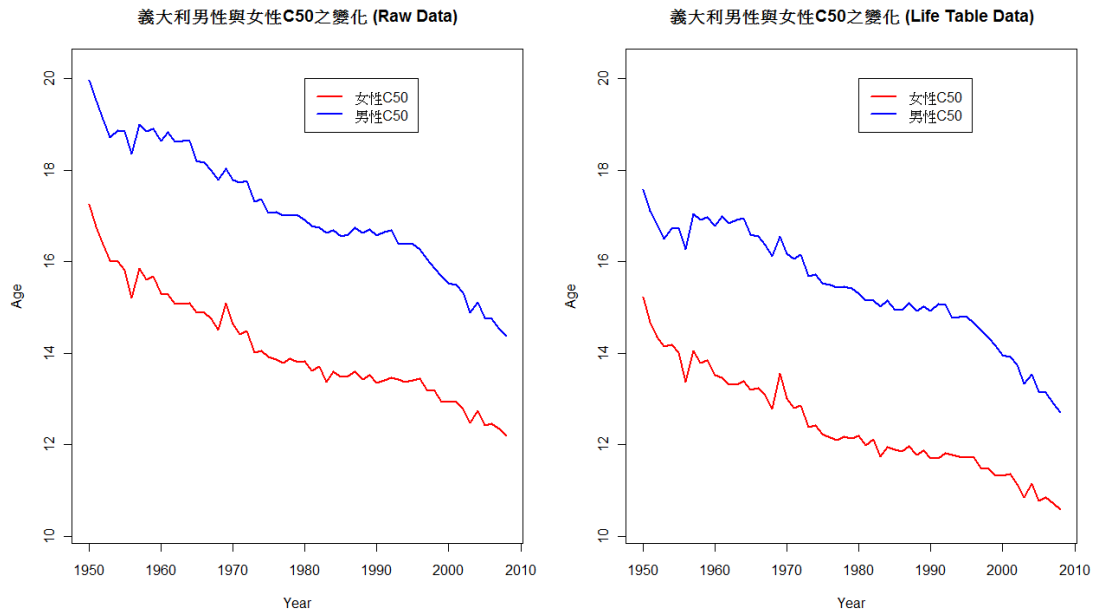




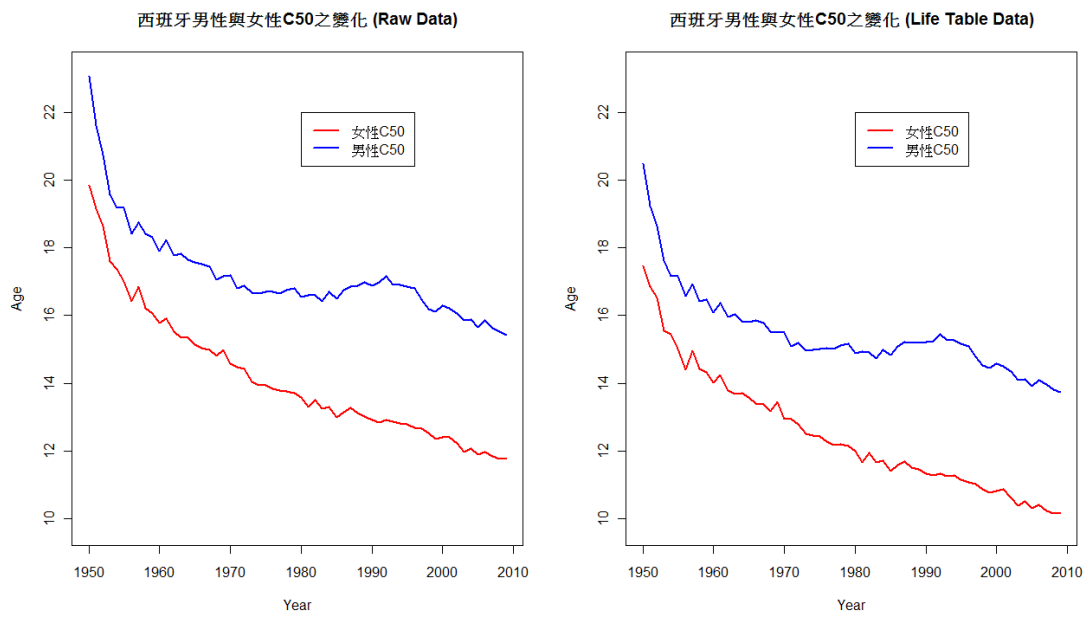
附圖 3-3、加拿大男性與女性 C<sub>50</sub> 之估計值



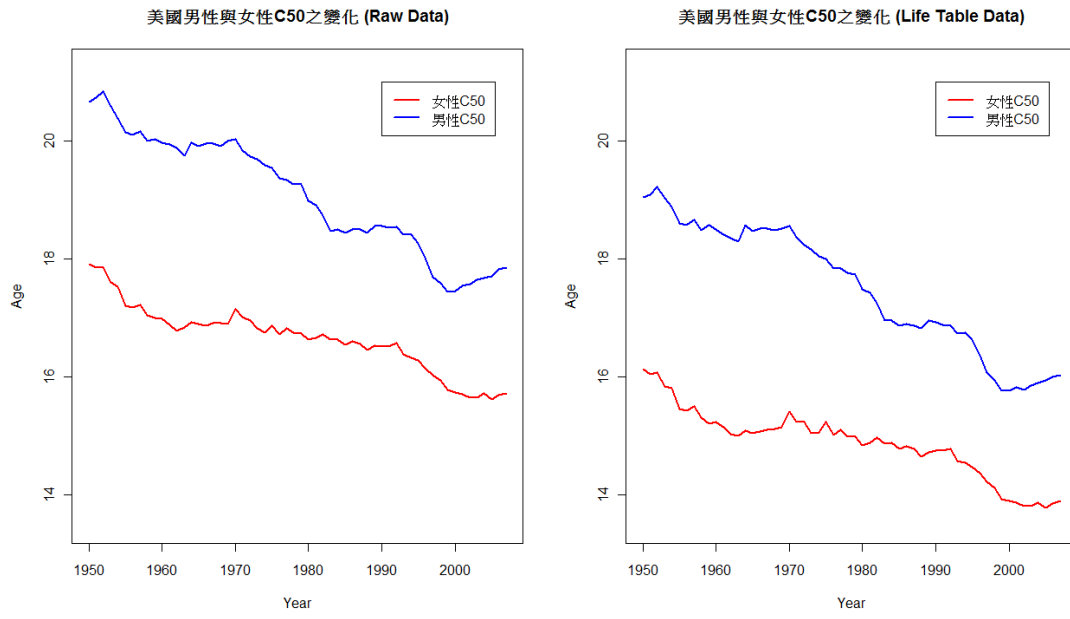
附圖 3-4、法國男性與女性 C<sub>50</sub> 之估計值



附圖 3-5、義大利男性與女性 C<sub>50</sub> 之估計值



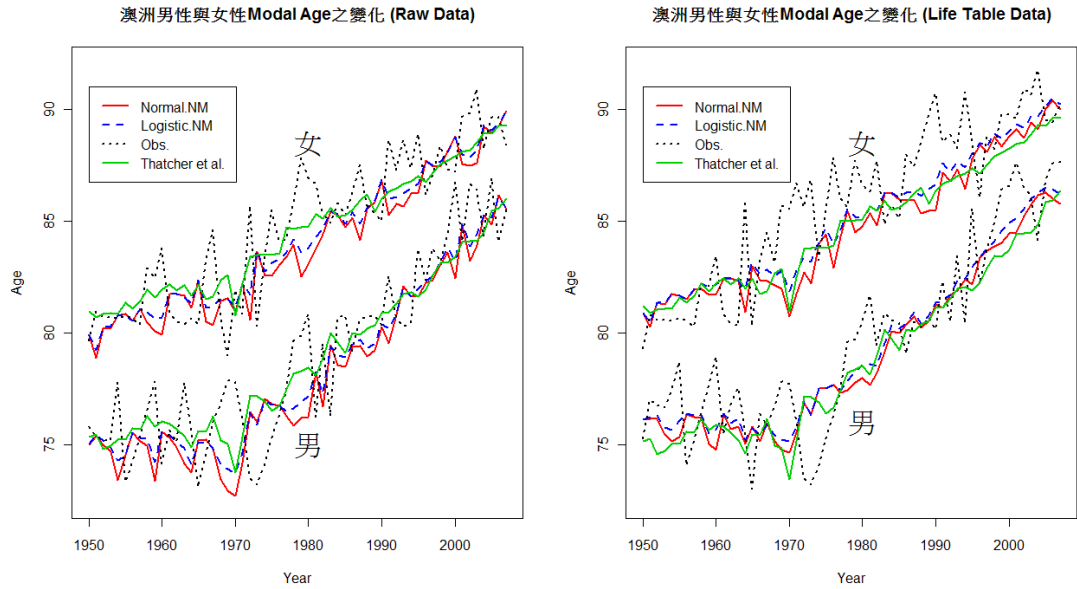
附圖 3-6、西班牙男性與女性 C<sub>50</sub> 之估計值



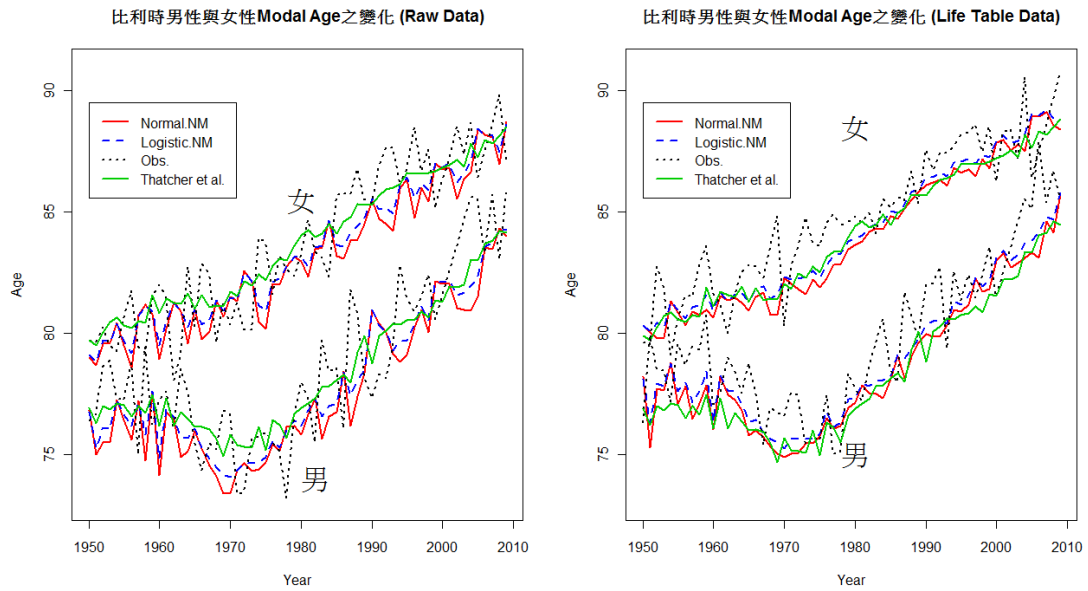
附圖 3-7、美國男性與女性 C<sub>50</sub> 之估計值



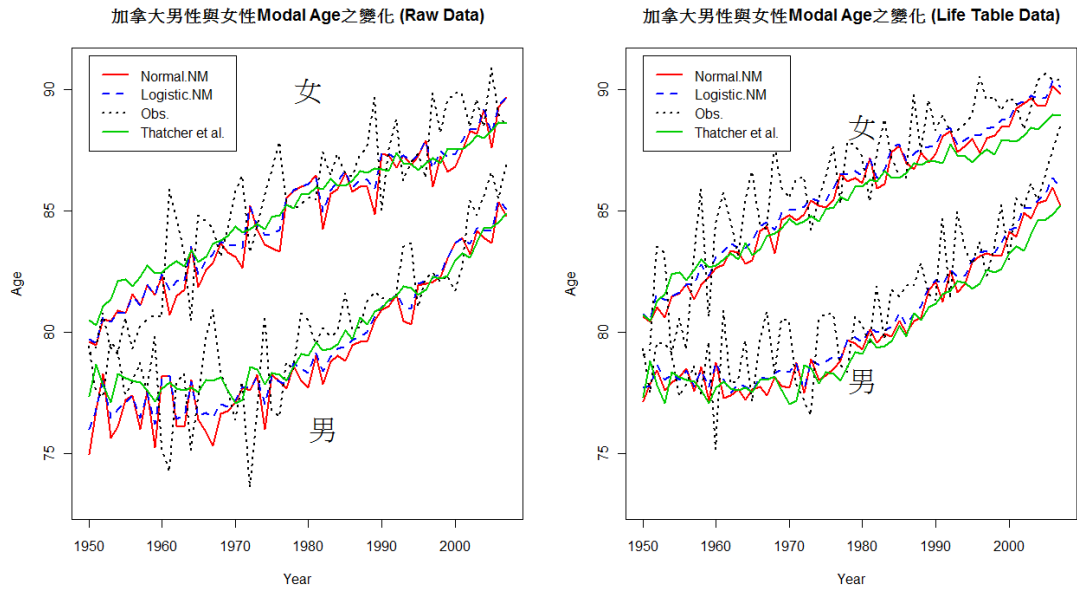
## 附錄四：各國 Modal Age 的估計值



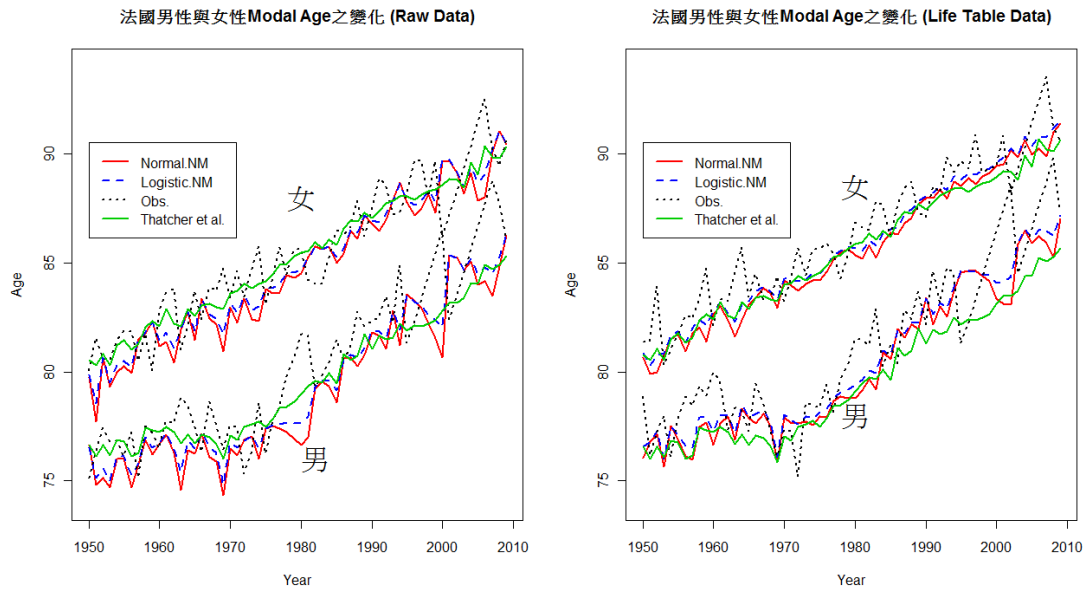
附圖 4-1、澳洲男性與女性 M 之估計值



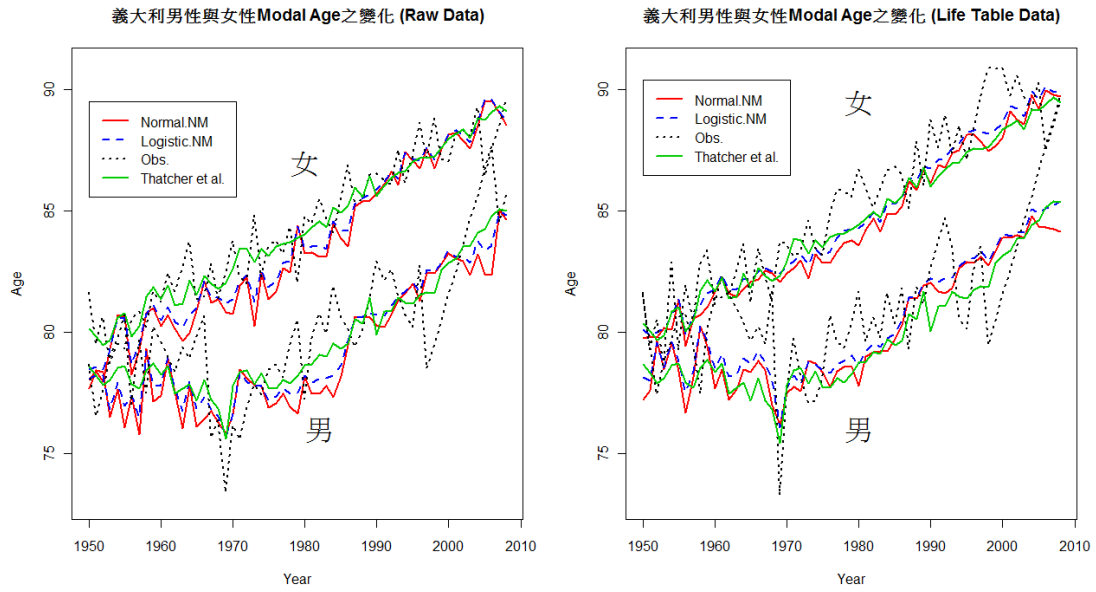
附圖 4-2、比利時男性與女性 M 之估計值



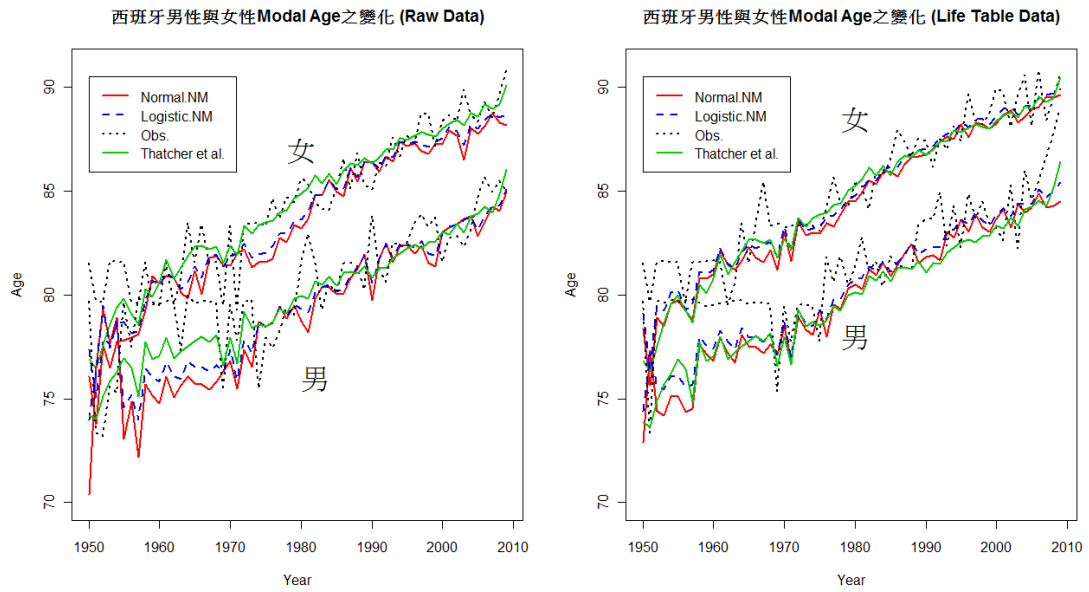
附圖 4-3、加拿大男性與女性 M 之估計值



附圖 4-4、法國男性與女性 M 之估計值

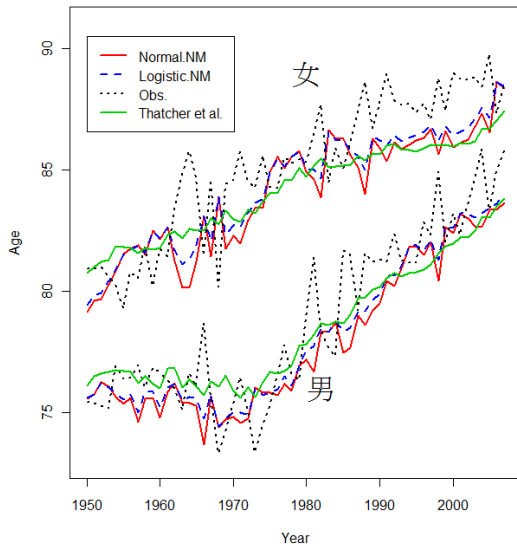


附圖 4-5、義大利男性與女性 M 之估計值

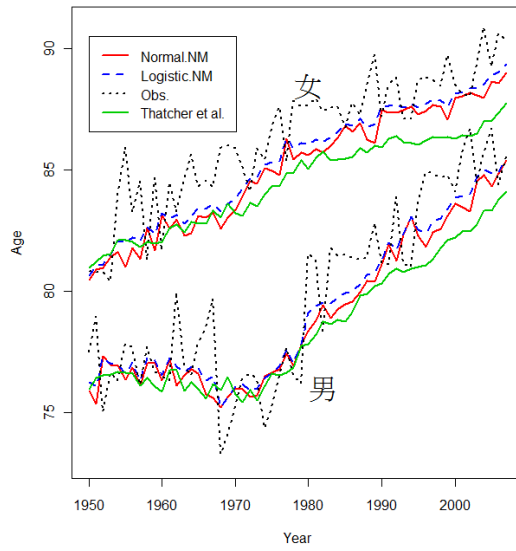


附圖 4-6、西班牙男性與女性 M 之估計值

美國男性與女性Modal Age之變化 (Raw Data)



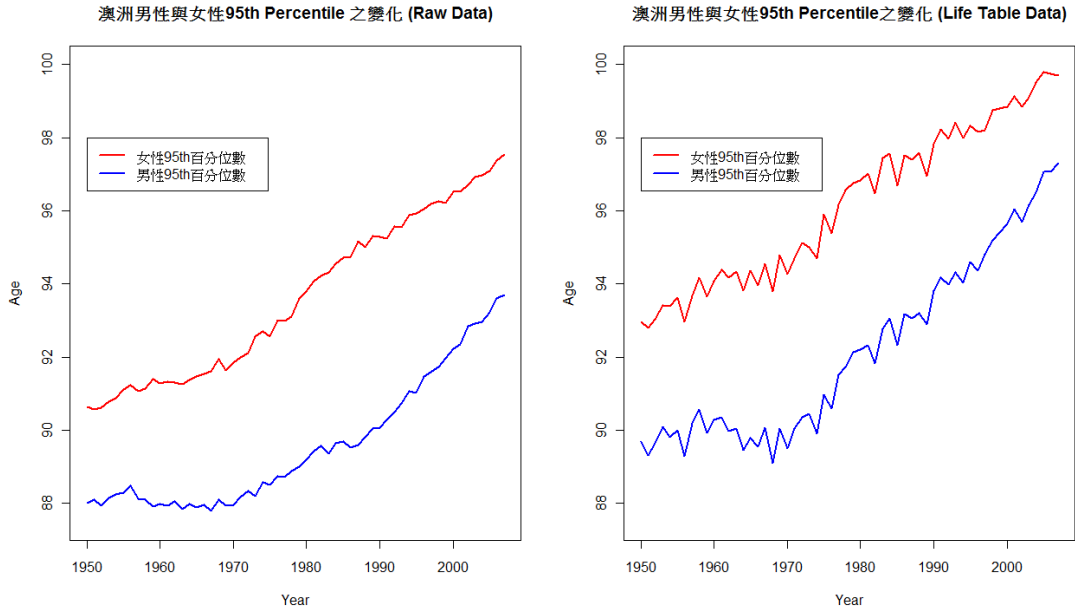
美國男性與女性Modal Age之變化 (Life Table Data)



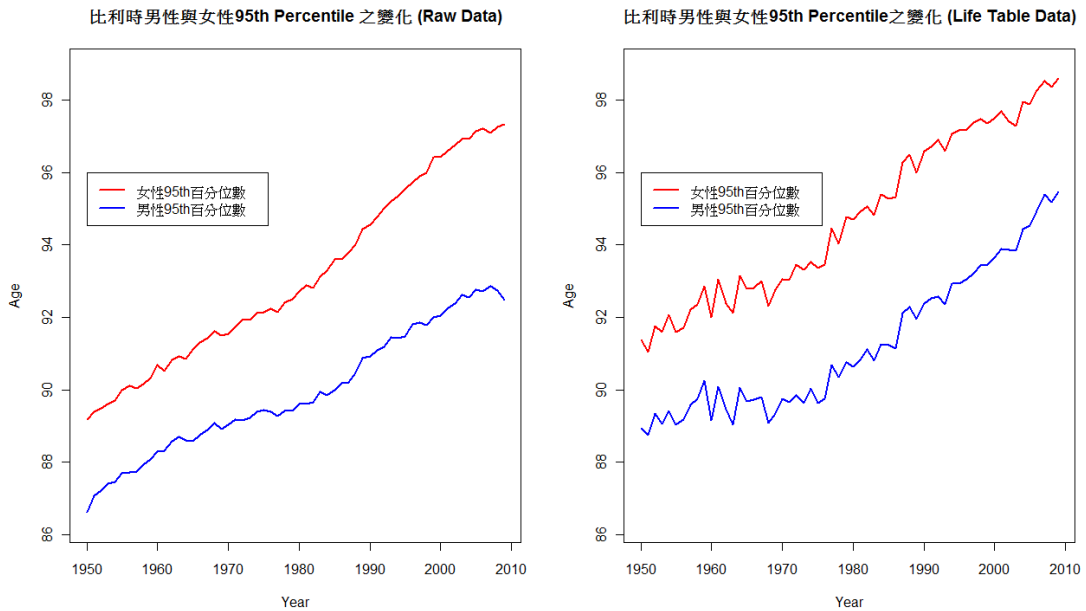
附圖 4-7、美國男性與女性 M 之估計值



## 附錄五：各國第百分之九十五位數的估計值



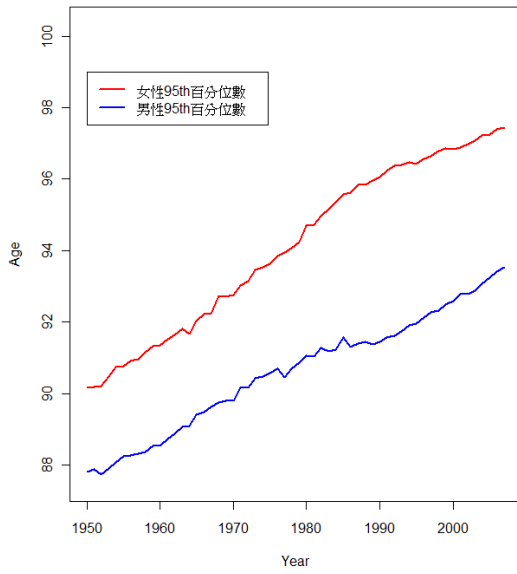
附圖 5-1、澳洲男性與女性死亡年齡百分之九十五位數估計值



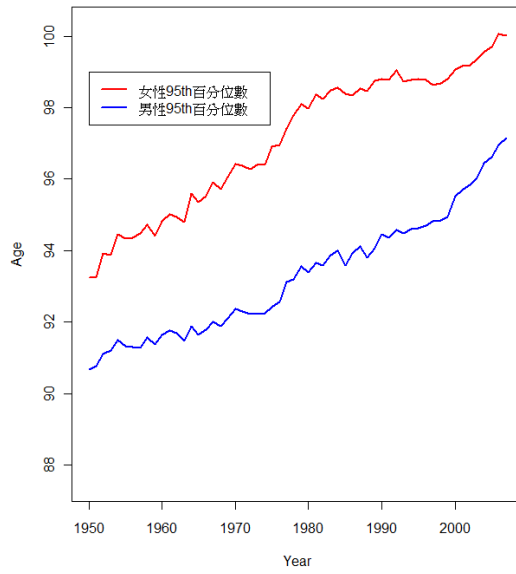
附圖 5-2、比利時男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值



加拿大男性與女性95th Percentile之變化 (Raw Data)

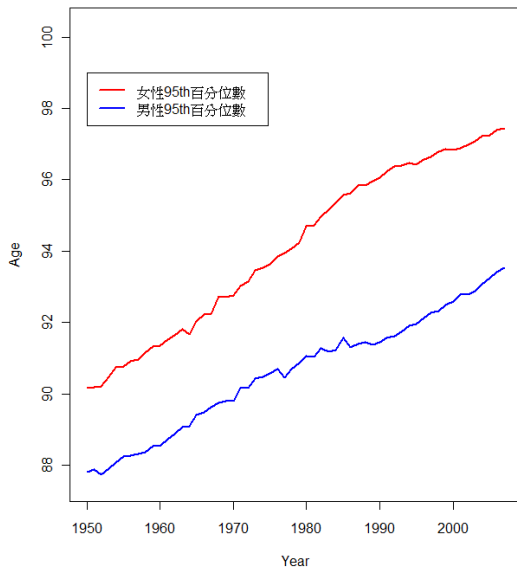


加拿大男性與女性95th Percentile之變化 (Life Table Data)

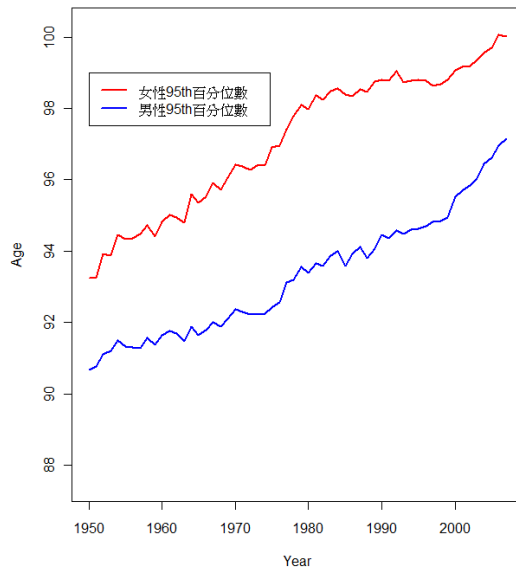


附圖 5-3、加拿大男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值

加拿大男性與女性95th Percentile之變化 (Raw Data)

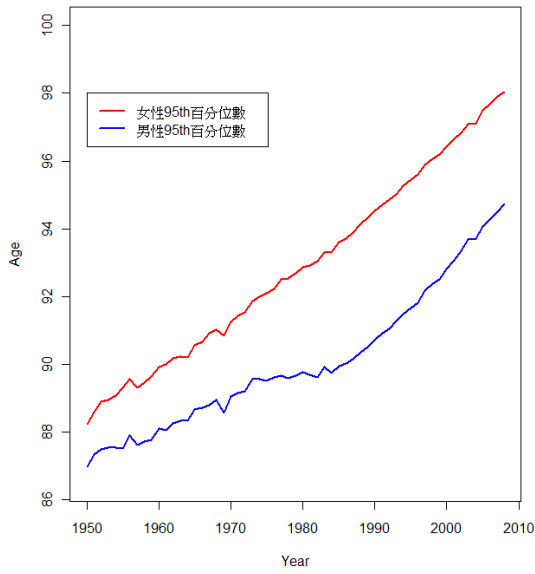


加拿大男性與女性95th Percentile之變化 (Life Table Data)

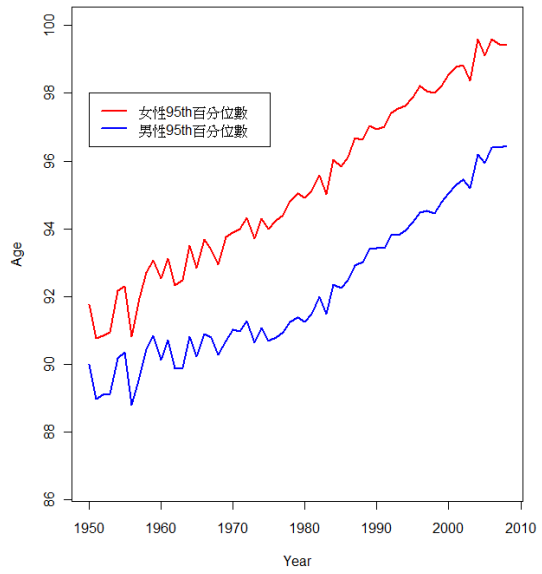


附圖 5-4、法國男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值

義大利男性與女性95th Percentile之變化 (Raw Data)

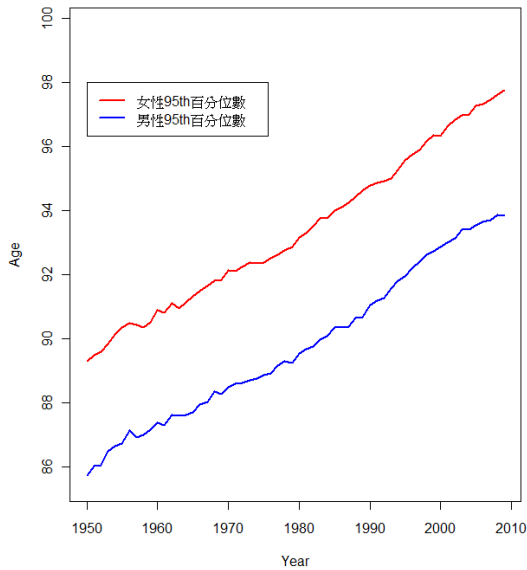


義大利男性與女性95th Percentile之變化 (Life Table Data)

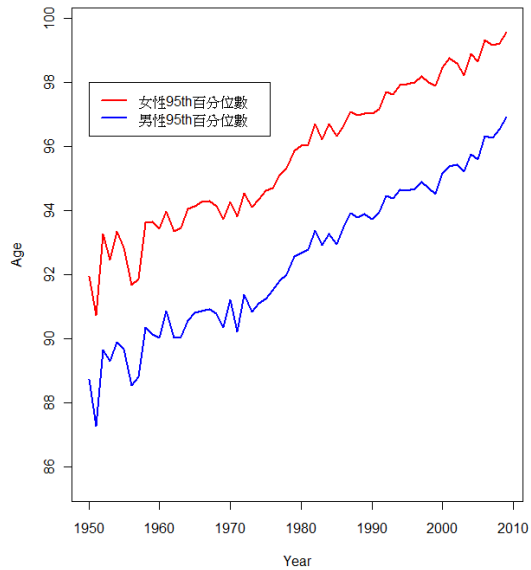


附圖 5-5、義大利男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值

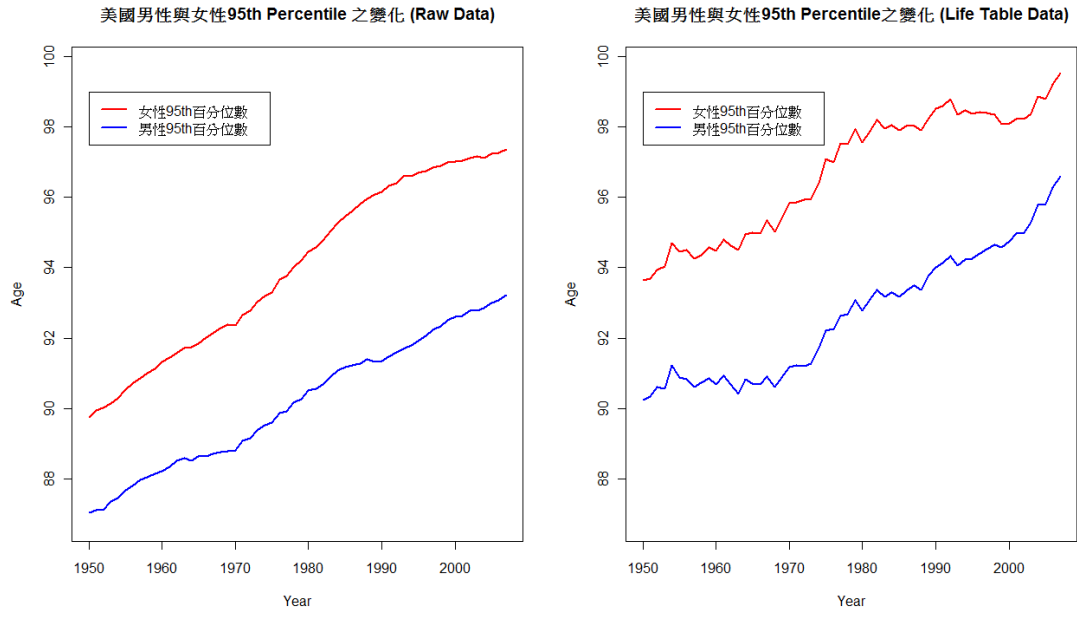
西班牙男性與女性95th Percentile之變化 (Raw Data)



西班牙男性與女性95th Percentile之變化 (Life Table Data)



附圖 5-6、西班牙男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值



附圖 5-7、美國男性與女性死亡年齡百分之九十五位數之估計值

