國立政治大學金融學系

碩士論文

指導教授：江彌修　博士

# 固定比例投資組合保險策略之模擬分析

# (Simulation Analysis on CPPIs)

研究生：陳冠宇

中華民國一Ｏ一年七月

# 謝辭

十分感謝江彌修老師這一年多來指導我完成論文，每個禮拜的討論和不定時的聚餐，總是鞭策著我前進。老師每次都會在 meeting 結束後關心我們之後的出路，也提供了許多寶貴的意見，對我們的幫助很大。

還要感謝哲偉和春霖，我同研究室的好夥伴，沒有了他們的協助，我想我是無法寫完這篇論文的。他們都會不吝於協助我，並討論學術上面的問題，使我獲益良多。

另外感謝這兩年來班上同學們的陪伴，讓我度過了精彩的碩士生涯。也要感謝口試委員們的寶貴意見，讓我的論文能有更進一步的空間。

最後感謝我的家人們，他們給予了我許多資源與關懷，讓我能順利完成碩士學位！

# 摘要

本篇論文利用 CPPI 策略模擬信用衍生性商品，進行信用 CPPI 投資組合淨值分析，並且做其風險衡量和敏感度分析。本篇論文採用 Variance Gamma 模型，模擬信用價差動態，並且利用 Gaussian Copula 模擬信用違約的時間點，結合價差動態和信用違約的兩個模型，探討 CPPI 策略下的投資組合淨值分析與風險探討。

在本文可以看到以下重要結果，首先是模擬信用 CPPI 的過程，根據 CPPI 策略底下的拆解項，分析影響策略績效的情形。第二點是 CPPI 缺口風險的分析探討，列出可能造成缺口風險的原因。第三點為利用不同的目標乘數，模擬信用 CPPI 資產組合淨值的表現，可以發現在目標乘數比較低的時候，藉由蒙地卡羅模擬，平均 CPPI 投資組合淨值下來表現較好，反而目標乘數越大，投資組合淨值表現越不好。第四點為敏感度分析，在價差模型中的峰態係數變動下，影響 CPPI 投資組合淨值較大，峰態係數越大，會導致投資組合淨值表現越差。

# 目次

# 第一章 緒論

在 2008 年金融海嘯之前，全世界已經充斥了許多信用衍生性商品，包括 CDOs(Collateralized Debt Obligations)-square、constant-maturity CDS(CMCDS)、long-short synthetic CDOs 和信用商品連結的 CPPI，這些商品利用了價差和個別性違約的因素，產生了產品間不同的特性。

近幾年來，我們看到結構型信用衍生性商品有快速的發展，其中的一個就是信用固定比例投資組合保險(credit Constant Proportion Portfolio Insurance)。信用 CPPI 是一個保本的投資策略，投資組合所投資的資金配置在無風險性資產和信用衍生性商品上，所投資的風險性資產通常是一籃子的或是標準化的公司擔保債權憑證(Collateralized Debt Obligation)，譬如是 iTraxx 或是 CDX。在標的信用性資產價差的跳躍，會造成 CPPI 價值面臨損失風險，也就是所謂的缺口風險(Gap Risk)。

越來越多的投資者偏好有保本型的投資策略，特別是對於結構型信用市場上的新投資者。對於傳統的投資者而言，信用 CPPI 是一種多角化的投資概念，這個策略因為內含槓桿乘數的應用，可能創造較高的報酬收益。此外，信用 CPPI 也提供了鎖住下方風險和創造上方利益的優點，這是與傳統的信用產品不同的地方。對於管理者而言，信用 CPPI 的策略有很大的彈性去管理他的曝險部位，讓他有機會帶給比傳統 CDO 商品更大的利益。

Constant Proportion Portfolio Insurance 一開始是由 Perold 和 Sharpe 在 1986 年對固定收益產品所提出的策略，而 Black 和 Jones 在 1987 年對股票商品所提出，提供一個投資組合的避險，廣泛的運用在避險基金上面。然而，在最近幾年，CPPI 策略逐漸使用在信用連結的商品。並不是所有的策略和產品與一開始的 CPPI 策略相同，有些投資人使用 CPPI 動態的資產配置去保障本金，而有些投資人利用 CPPI 去獲取更大潛在的利益。

金融機構為了要保護他們可能受到損失的部位，他們通常會去投資一些衍生性商品做避險的動作。搭配衍生性商品的策略開始快速的發展，如：CPPI、Constant Proportion Debt Obligation(CPDO)等。雖然這兩個策略在決定他們投資的部位是不同的，不過他們都嘗試著要提供投資組合保本的情況。更進一步來說，他們投資部份的資金在風險性資產上，而將剩餘的資金投資在安全無風險的資產，投資組合的價值在每一期計算的結果，會根據多少部位在風險性資產和所運用的策略而有所不同。

在雙方同意一份契約後，其中一方無法履行財務上的義務，就會造成信用風險。舉一個簡單的例子，當一個人與銀行貸款，在契約所規定的期間內，這個人無法根據契約償還金額給銀行，這個時候，其中的一方不在履行雙方所協定的義務後，違約的情況就發生了，也就產生了信用風險。通常金融商品的品質和價格都會考慮信用風險所帶來的效用，有許多不同的方法將此風險呈現出來，並且用來定價金融商品。

投資組合保險(portfolio insurance)主要目的是用來鎖定下方風險，以確保投資組合在市場變動下所保留的資本。CPPI 是一個簡化的隨時間動態配置資產組合的方法，投資者一開始設定一個可接受的投資組合下限，然後計算投資組合扣掉設定的底限後所多出來的價值，藉由乘數來決定要配置多少部位在風險性資產上。一開始所設定的底限和乘數，都是考慮投資人風險忍受程度所決定在模型上的外生變數。所有投資在風險部位的金額在本文稱為曝險部位，而將剩下投資在無風險性資產(如：債券，T-bills)。

當所採用的乘數越高，越多投資人和資金會參與投資的風險性資產上，導致這些風險性資產價格會往上升；然而乘數越高，投資組合觸及到投資組合所設定的底限速度也會越快。當準備金額歸零時，曝險部位也會趨近於零。在連續的時間下，投資組合會低過所設定的價值底限。投資組合低過價值底限的情況，會出

現在投資者有機會交易前，標的資產產生大幅度的下跌。

本篇論文利用 CPPI 策略模擬信用衍生性商品，進行信用 CPPI 投資組合淨值的分析，並且做其風險衡量和敏感度分析。本篇論文採用 Variance Gamma 模型模擬信用價差動態，並且利用 Gaussian Copula 模擬信用違約的時間點，結合價差動態和信用違約的模型，探討 CPPI 策略下的投資組合淨值分析與風險探討。

我們可以在本文看到以下重要結果，首先是模擬信用 CPPI 的過程，CPPI 投資組合淨值的拆解項，包括曝險部位、已實現乘數和準備金額等，藉由模擬的過程，可以了解其中各項的變動和影響 CPPI 的效果。第二點是 CPPI 缺口風險(Gap Risk)的分析探討。第三點為利用不同的目標乘數下，信用 CPPI 資產組合淨值的表現，根據不同的起始乘數，模擬針對 CPPI 策略的影響。第四點是敏感度分析。

本文以下的章節安排如下：在第一章緒論，先點出 CPPI 的演進與背景；在第二章文獻回顧，針對 CPPI 論文相關的文獻作簡述與探討；在第三章模型設定，對於所使用模型作介紹和定義其中的參數；在第四章實證分析，對於所使用的模型模擬結果進行分析；在第五章結論，總結本文的貢獻以及建議之後的研究方向。

# 第二章　文獻回顧

結構型信用商品市場在持續成長中，這個商品的保護機制一直持續較高的需求，所以 CPPI 和 CPDO 是為了商品的保護機制所發展出來的。Joossens 和 Schoutens (2008)於文獻中探討 CPPI 大約在十幾年前已經開始在市場上使用，固定比例規則被使用在決定於為了極大化利益，如何在每一期分配風險性資產和無風險性資產配置的投資策略。CPDO 則是在 2006 年被發展出來，相似的固定比例規則使用在配置風險性和無風險性資產上，CPDO 也會在每期結算調整直到目標達到為止。了解這兩個策略如何動態調整他們的投資，就可以發現到他們之間造成損失的差異點，CPPI 策略的投資組合淨值有機率會低於其本金保護水準，造成損失；而 CPDO 造成損失的時候，是在 cash-out 事件發生的情況。

Prigent (2005)於文獻中探討 CPPI 在市場上比較差的情況下，為了解在到期前可能會有較差的表現，所以作者提供額外的保險在準備金額上，也就是在投資組合淨額達到本金保護水準時，投資人會收到一筆錢。特別的是，作者根據他所提出的策略，分析了新的保證費用和投資組合表現。Cipollini (2008)為了捕捉 CPPI 投資組合分配的特性和分析報酬，作者對於 CPPI 提出了較嚴謹的數學模型。作者為了做比較簡單的蒙地卡羅模擬，提出了封閉解的模型，並且分析和利用衍生性商品對 CPPI 做避險策略。

從一開始投資用部分的本金做投資組合的保護是最近比較普及的一種策略，Khuman 和 Constantinou (2009)比較了一般的 CPPI 策略和兩個簡單策略，分別是無風險和無缺口(gapless)的投資。在大多數的情況下，就一個設定最低保本限度的投資人角度，一般的 CPPI 策略再不考慮成本跟費用的條件，不會表現的比無缺口和無風險策略好。即使 CPPI 策略的預期價值通常會高於文獻中所提出的比較簡單的策略，作者認為超額的報酬要對於風險所要做的調整。這篇文獻中，並

沒有討論到其他的風險因子,包括利率和流動性風險等,這些因子是會影響 CPPI 策略。不過在考慮多個風險因子底下的 CPPI 策略,CPPI 表現的比率會優於簡單策略的比率。

CPPI 策略是連續時間下的投資組合，如果將此條件放寬，主要的困難點就在對於離散時間下的交易策略的選擇，和 CPPI 對於缺口風險的風險控管。離散時間下的交易策略選擇對於 CPPI 策略來說是非常重要的,Jessen (2010)基於市場考量下找到與 CPPI 策略交易相似的區間帶，雖然這個區間帶仍有少數的交易條件所干預。不過對於這個區間帶所考量的準備金額來說,他可以考慮到建構隨機利率根據隨機的本金保護水準。作者在文獻中也提到利用選擇權來避險,和利用人為的本金保護水準來有效地減少缺口風險。而使用人為的本金保護水準的優點,是可以不用倚靠特定可行的避險工具。Con 和 Tankov (2007)針對標的資產發生跳躍情況所造成的缺口風險,提出簡單的架構,利用可解析解球出預期損失和損失的分配。這種方法可以去評估缺口風險和其依據投資者的風險趨避程度所設定的目標乘數。作者利用了每日的股價和指數作為參數,計算跳躍情況下的模型。在文獻中，作者也提到了目前 CPPI 策略有越來越多使用在信用的市場上，信用 CPPI 產品是基於 CPPI 策略使用在違約債券的投資組合或是信用違約交換上。然而這些產品所產生往下方風險跳躍的幅度是有可能超過作者在文獻中所探討的。

Garcia、Goossens 和 Schoutens (2007)利用多維度的跳躍模型去模擬相關的價差指數,而此模型是利用交換選擇權和個別指數去校準的。作者利用蒙地卡羅模擬投資組合策略和缺口風險。另外作者用股價指數或是權益分券指數去結合信用商品為例子的多維度 VG 動態過程,混合的 CPPI 或是其他相關產品如:CPDO,利用了股票和信用相關產品去定價模擬的。

Yueh (2010)在文獻中描述了 CPPI 策略運作的過程，並且檢測了信用 CPPI 投資組合的淨值。利用 iTraxx 指數在 CPPI 策略中當作風險性資產，找出 CPPI 策略中的乘數變化。使用越高的乘數效果，會帶來越大的 CPPI 投資組合淨值，當然也可能產生更大的損失。給定固定的乘數下，投資在權益分券的投資組合淨值，與次償分券相比，提供了較大的風險與報酬。這個結果也強調了信用 CPPI 的管理者，應該要小心的使用目標乘數，因為他可能會被 CDO 分券或是更複雜的產品，造成更大的影響。實際的證據指出，CPPI 策略在高波動的情況下通常是表現的不好的，如果風險性資產突然在投資組合調整之前，大幅度的下跌，CPPI 可能會無法提供他的保本機制，也就出現所謂的缺口風險。文獻中也對信用 CPPI 未來提出了要控管缺口風險，不是從頭到尾都保持固定的乘數，而是要一個動態的乘數去提供較快速的風險性資產調整，以避免投資組合價值快速的跌落。

# 第三章　模型設定

本章主要區分為四個小節，第一節解釋 CPPI 策略，和解釋 CPPI 策略中常用的名詞定義。第二節介紹價差動態模型設定，利用 Levy process 下的 Variance Gamma 模型，來模擬價差動態。第三節則是描述違約模型，利用 Gaussian Copula 模擬考慮違約時點下的準備金額和現金帳戶價值。第四節是校準模型的說明。

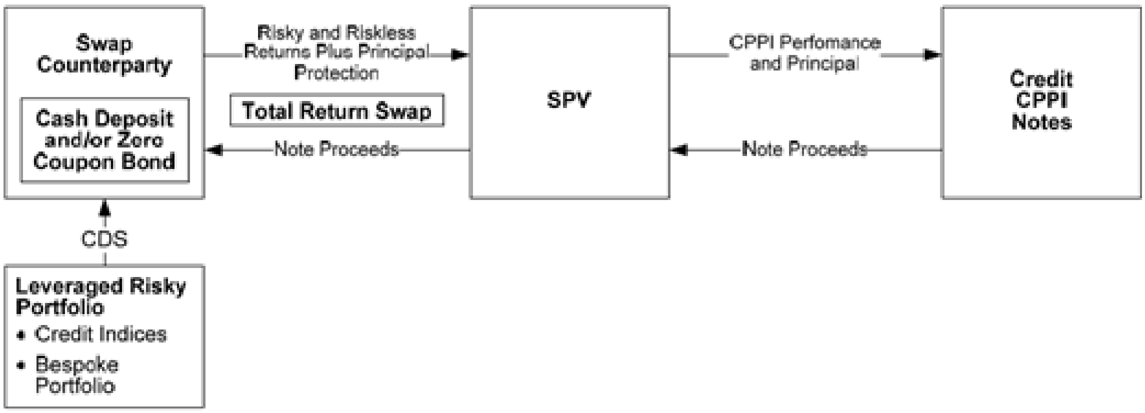
## 第一節 CPPI 策略

CPPI 是一種投資組合的保險策略，主要目的在於控制投資組合的下檔風險。CPPI 將投資組合分為風險性資產與無風險性資產，決定二種投資組合內資產配置比率後，透過電腦模擬分析模式，隨市場的漲跌波動，調整投資組合資產比重。這種投資策略過去常用在股市投資，設定包括大盤指數、金融指數、電子指數與個股等重要參數值，作為增加持股或減少持股的依據，維持股票部位在固定比例，將下檔風險嚴格控制在一定範圍以內，以追求穩健報酬。

CPPI 策略運作原理為：當資產組合總淨值上升時，將資金由無風險資產(現金或國家發行債券等)移轉至風險性資產(股票或大盤指數)，藉以獲得較高的獲利機會；反之，當資產組合總淨值減少時，降低風險性資產投資金額，並將資金移轉至無風險資產，以減少其損失程度。當資產組合總淨值觸及投資組合價值底限時，將出清全部風險性資產而全數投資於無風險資產，以達到保本的要求。

CPPI 策略的概念是非常普遍的，而且不限制在特定的風險性資產上。這個策略逐漸廣泛地使用在結構性商品和信用投資組合上。信用 CPPI 投資組合是高槓桿的交易在信用投資組合上，假設投資人想要特定保本比例的保護在他一開始的投資，CPPI 策略允許部份的本金去配置在無風險性資產上，以保證投資組合

不會低於特定的價值。而配置在無風險性資產的價值稱為此投資組合的下限，為了去創造更高的報酬，利用剩下的金額(扣除掉投資在無風險性資產後的價值)，以槓桿的方式去投資在風險性資產。也就是投資者的部分本金，被用以槓桿的方式去投資在信用產品上。




資料來源: Fitch

圖一：將 SPV 視為發行者的 CPPI 結構

信用 CPPI 是被特定的銀行或是透過特別目的機構(Special-Purpose Vehicle)所發行。當 SPV 發行一個 CPPI 策略的投資組合時，他的結構與 synthetic CDO 相似。一個交換(swap)的總報酬通常被使用在發行者投資組合的曝險部位之中。圖一為將 SPV 是為發行者的 CPPI 架構。

為了方便解釋，以下是策略中常用的名詞定義說明：

N：期初投入本金(Initial investment amount)

G：本金保護水準(Cost of guarantee)

II：利息收入(Interest income from cash deposit account, II)

$PI_{RE}$：溢酬收入(Premium income earned from credit investment with value of RE)

$MM_{RE}$：每期結算(Mark-to-market value of credit portfolio with exposure RE)

R：準備金額(Reserve)

RE：曝險部位(Risky exposure of credit portfolio)

CD：現金帳戶價值(Cash deposit account value)

NAV：投資組合組合淨值(Net asset value of portfolio, NAV)

$\overline{m}$：目標乘數(Target multiplier)

$\overline{m}_{max}$：乘數上限(Maximum target multiplier allowed)

$\overline{m}_{min}$：乘數下限(Minimum target multiplier allowed)

$m_t$：已實現乘數(Realized multiplier)

定義 3.1.1：本金保護水準(G)

$$G(t) = N \times (1 + r)^{-(T-(t\times\delta_t))} \tag{3.1.1}$$

本金保護水準是為達到投資人保本要求所設定的，在傳統 CPPI 策略的保本比例為 100%，因此一般以同樣到期年限的零息債券的現值作為 CPPI 策略的本金保護水準。

定義 3.1.2：利息收入(II)

$$II(t) = r \times \delta_t \times CD(t-1) \tag{3.1.2}$$

根據前一期現金帳戶的金額所配發的利息。

定義 3.1.3：溢酬收入($PI_{RE}$)

$$PI_{RE(t-1)}(t) = RE(t-1) \times \hat{s} \times \delta_t \tag{3.1.3}$$

指擔保債權憑證分券的溢酬收入，在本文中為投資在 CDO 指數上所獲得的溢酬收入。

定義 3.1.4：每期結算($MM_{RE}$)

$$MM_{RE(t-1)}(t) = RE(t-1) \times DV01 \times (s(t) - s(t-1)) \tag{3.1.4}$$

其中 DV01 也就是 Risky Duration，為改變 1bp 的價差下，影響 CDS 交易 mark-to-market 的變化。我們通常使用 Risky Duration 去對價差 1bp 變動所帶來的交易風險分析，所以 DV01 含有存續期間的概念。

市場上的環境會隨時間變化而有所改變，因此投資在擔保債權憑證分券上的價值也會隨著市場的狀況而改變。因為 CPPI 策略是一種動態調整的策略，如果

在每個交易日做調整的效果不一定很好，而且成本也過大，所以市場上的作法大多是在某些特定時點觀察市場狀況，如每月、每三個月或是半年的最後一個交易日等，都是常見的觀察特點。

定義 3.1.5：準備金額(R)

$$R(t) + G(t) = R(t-1) + G(t-1) + II(t) + PI_{RE(t-1)}(t) + MM_{RE(t-1)}(t) \tag{3.1.5}$$

準備金額是根據上一期的交易損益，來做為當期交易的準備額度。

定義 3.1.6：曝險部位(RE)

$$RE(t) = R(t) \times \bar{m} \tag{3.1.6}$$

利用準備金額成上目標乘數後，用以投入風險性資產的金額，所以為 CPPI 策略下的曝險部位。

定義 3.1.7：現金帳戶價值(CD)

$$CD(t) = CD(t-1) + II(t) + PI_{RE(t-1)}(t) - [MM_{RE(t)}(t) - MM_{RE(t-1)}(t)] \tag{3.1.7}$$

指的是 CPPI 策略下，前一期現金帳戶加上利息收入，再加上溢酬收入後，扣除每期結算後的現金帳戶價值。

定義 3.1.8：投資組合組合淨值(NAV)

$$NAV(t) = R(t) + G(t) \tag{3.1.8}$$

計算在不同時點下，總投資組合的價值，即準備金額加上本金保護水準的總和。

定義 3.1.9：已實現乘數($m_t$)

$$m(t) = \frac{RE(t-1)}{R(t)} \tag{3.1.9}$$

前期曝險部位與當期結算後的準備金額之間的倍數關係，若是已實現乘數較乘數上限值大，或是較乘數下限值小時，則引起動態調整機制，即調整當期曝險部位至目標乘數下對應的曝險部位；反之，若是已實現乘數落在限制區間內，則不做任何調整。

Montenary, Picone 和 Bartheis (2005)首先提出了簡化版本的信用 CPPI 投資策略。我們在本文中修改了一部份他們所提出的信用 CPPI 投資策略，並以下列形式表達：

一、計算本金保護水準(Cost of guarantee at time t, G(t))

$$G(t) = N \times (1 + r)^{-(T-(t \times \delta_t))}$$

二、更新準備金額 R(t)

$$R(t) + G(t) = R(t-1) + G(t-1) + II(t) + PI_{RE(t-1)}(t) + MM_{RE(t-1)}(t)$$

三、藉由目標乘數去計算下一期的曝險部位 RE(t)

$$RE(t) = R(t) \times \bar{m}$$

四、計算已實現乘數 m(t)

$$m(t) = \frac{RE(t-1)}{R(t)}$$

並且與目標乘數做比較，如果$\bar{m}_{min} < m(t) < \bar{m}_{max}$，下一期曝險部位維持不變，也就是說，$RE(t) = RE(t-1)$。否則，就必須要與目標乘數做調整，$RE(t) = R(t) \times \bar{m}$。

五、更新下一期的現金價值帳戶 CD(t)

$$CD(t) = CD(t-1) + II(t) + PI_{RE(t-1)}(t) - [MM_{RE(t)}(t) - MM_{RE(t-1)}(t)]$$

和計算下一期的資產組合淨值

$$NAV(t) = R(t) + G(t)$$

## 第二節 價差模型設定

模擬一個價差的過程，在布朗運動底下，有一些良好的特性，如：獨立性(independence)和定態(stationary of the increments)是可以保留下來的，但是要去掉常態的限制(constraints of normality)和路徑的連續(continuity of the paths)。為了要創造這樣的過程，我們將自己限制在一個無窮可分割分配(infinitely divisible distributions)的群體中(假定$\emptyset(u)$是一個隨機變數 X 的特徵函數，給定任意正整數 n，$\emptyset(u)$是一個可展至 n 階的特徵函數，稱這一種函數為無窮可分割)。對於一個無窮可分割分配，一個隨機過程可以被定義在起始值為零、獨立性和定態的特徵函數內。這種過程我們稱為 Levy processes。

Levy process 定義：

一個隨機過程$X=\{X_t, t \geq 0\}$定義在機率空間$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$，滿足：

1. $X_t$是一個連續過程，$\forall \varepsilon > 0, \lim_{h \to 0} \mathbb{P}(|X_{t+h} - X_t| \geq \varepsilon) = 0$
2. $X_0$=0
3. 隨機過程有定態
4. 隨機過程有獨立的增量

Levy process 在近期變得比較流行，也比較常運用在實務上。我們也可以在 Schoutens(2003)論文內找到較深入的運用 Levy process 在財務上。複合型的卜瓦松過程、迦瑪過程、反高斯過程和 Variance Gamma 過程都是應用在 Levy process 的例子。

一個跳躍型態的 Levy process 有以下的形式：

$$X_t = \gamma t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} Y_i \tag{3.2.1}$$

$(N_t)_{t \geq 0}$是一個 Poisson process。去完整定義一個參數的模型，我們必須辨別其跳躍幅度的分配$v_0(x)$。正確辨別$v_0$尾巴行為在極端情況下是特別重要的，考慮跳躍情況下的尾巴行為，重大影響了此過程的機率密度函數尾巴行為。

在 Merton 模型下，跳躍形式 log-$X_t$假定服從 Gaussian 分配，也就是說 $Y_I \sim N(\mu, \delta^2)$，

$$P\{X_t \in A\} = \sum_{k=0}^{\infty} P\{X_t \in A | N_t = k\} P\{N_t = k\} \tag{3.2.2}$$

這會使$X_t$的機率分配滿足

$$p_t(x) = e^{-\lambda t} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k \exp\{-\frac{(x-\gamma t-k\mu)^2}{2(\sigma^2 t+k\delta^2)}\}}{k!\sqrt{2\pi(\sigma^2 t+k\delta^2)}} \tag{3.2.3}$$

在 Kou 模型下，跳躍形態的分配是一個對稱的指數機率密度函數：

$$v_0(dx) = [p\lambda_+ e^{-\lambda_+ x} 1_{x>0} + (1-p)\lambda_- e^{-\lambda_- |x|} 1_{x<0}]dx \qquad (3.2.4)$$

其中$\lambda_+ > 0, \lambda_- > 0$表示正向和負向的尾部跳躍幅度。在這個模型中，報酬的機率分配有 semi-heavy (exponetial) tails。而 Kou 模型比 Merton 好的原因是，指數隨機變數的無記憶性(memoryless property)，對於期望值有可解析的表示。

為了要模擬一些 spread 的指數，如：iTraxx Europe 和其相關的 Dow Jones CDX.NA.IG 等，我們在此引用了 Variance Gamma process。假設在一個投資組合內有 N 個資產，$i \in \{1,2,\dots,N\}$，X 為一 Variance Gamma(VG)過程：

$$X_t^{(i)} = \theta_i G_t + \sigma_i W_{G_t}^{(i)} \qquad (3.2.5)$$

$(G_t)_{t\geq 0}$是一個 Gamma 過程，其參數為$(v^{-1}, v)$，

$(W_t^{(i)})_{t\geq 0}$是一個布朗運動。

$X_t^{(i)}$過程通常不是對稱的，除非是在$\theta_i = 0$的情況下。然而，兩個資產(i≠j)過程的相關性為：

$$\rho_{ij} = \frac{\theta_i\theta_j v + \sigma_i\sigma_j\rho_{ij}^{w}}{\sqrt{\sigma_i^2+\theta_i^2 v}\sqrt{\sigma_j^2+\theta_j^2 v}} \qquad (3.2.6)$$

而在投資組合內，其資產的過程為：

$$S_t^{(i)} = S_0^{(i)} \times \exp\,(r_t t + X_t^{(i)} + w_i t) \qquad (3.2.7)$$

$r_t$為在 t 時點下的無風險利率，而且

$$W_i = \frac{1}{v}\log\,(1 - \frac{1}{2}\sigma_i^2 v - \theta_i v) \qquad (3.2.8)$$

在上述的模型下，投資組合內所有資產的過程服從 Gamma 過程$(G_t)_{t\geq 0}$，Luciano 和 Schoutens (2003)強調所有資產受限於相同的經濟環境，所以這些資訊的傳遞會影響投資組合內所有資產的交易時間。然而，其中的布朗運動是互相獨立的，這些資產的相關性是在共同交易時間下所造成的。

## 第三節 違約相關性描述

利用蒙地卡羅模擬相關違約的次數是近年來常用的方法。模擬分為兩個階段，首先產生違約次數，再來計算違約所帶來的費用與償付的現金流量。當現金流量為非常態的形式，或是我們想要評價較複雜的結構型商品，蒙地卡羅模擬提供比較多彈性和直觀的一種方法。我們也可以藉由模擬的過程，來了解模型的行為。

債務人的相關違約次數和相關的損失是由適當的時間區間內，利用蒙地卡羅模擬損失分配函數，算出預期的損失。在本研究中，我們使用了債務人的違約相關矩陣和邊際債務人倖存函數，而取得違約次數。

在 M 個因子底下的違約邊際分配，$P_1(x_1),\ P_2(x_2),\dots,P_M(x_M)$，定義 C 為一個 copula 函式

$$C:[0,1]^M \to [0,1]: C\big(P_1(x_1),P_2(x_2),\dots,P_M(x_M)\big) = P(x_1,x_2,\dots,x_M) \qquad (3.3.1)$$

P 為聯合違約分配。Sklar (1973) 的結果表示，將每個邊際分配成為多因子分配函式，可以寫成 copula 的一種形式。也就是說，聯合分配$P(x_1,x_2,\dots,x_M)$和每個邊際分配$P_1(x_1),P_2(x_2),\dots,P_M(x_M)$，存在一個 copula 函式，如上面式子所表示。

Gaussian Copula 是一種市場上較常使用的一種 copula，他是由 Li (1999) 為了信用衍生性商品和風險管理，從 Gupton et el. (1997) 修改而成的。以下為 Gaussian Copula 的定義

$$C\big(N(x_1),N(x_2),\dots,N(x_M)\big) = N_M(x_1,x_2,\dots,x_M,\Sigma) \qquad (3.3.2)$$

N 為標準常態分配函式，$N_M$為多維度 Gaussian 分配函數其平均數為 0 標準差為 1 和相關性矩陣$\Sigma$。

有很多因素讓 Gaussian Copula 在實務上有廣泛的應用；第一點，常態分配和多元常態分配是大家熟知的和容易在數值上取得的；第二點也是結合實務的理由，能夠使用假設在公司價值模型，探討股票資料的用途去決定相關性矩陣$\Sigma$，

我們可以使用其他的 copula 模型去較準其參數。

以下的結果(Lucas, 1995)是廣泛使用在校準目的。$P_2(x_1,x_2,\sum)$, $P(x_1)$和$P(x_2)$為參考$S_1$和$S_2$的聯合和邊際違約機率，$\sum$為他們的相關性參數。在$S_1$和$S_2$之間的違約相關性$\rho_{12}$為

$$\rho_{12}=\frac{P_2(x_1,x_2,\sum)-P(x_1)P(x_2)}{\sqrt{P(x_1)\left(1-P(x_1)\right)P(x_2)(1-P(x_2))}} \quad (3.3.3)$$

這個由是直觀的相關性定義的結果

$$\rho_{xy}=\frac{cov(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}=\frac{E[XY]-E[X]E[Y]}{\sqrt{EX^2-(EX)^2}\sqrt{EY^2-(EY)^2}} \quad (3.3.4)$$

當一個 copula 被選取後，他還是需要藉由其他新 copula 去校準其參數。一個簡單的方法去校準違約參數，是使用上述違約相關性$\rho_{12}$去評估在 Gaussian Copula 底下的$\sum$。

在本文我們利用 Gaussian Copula 去模擬 CDO 分券違約的時間點，並將其違約的情況，從準備金額中按比例扣除。本文設定總共有 125 檔信用違約交換，所以假定在某一期有 3 家違約，則必須按照比例(3/125)，在該期透過曝險部位扣除準備金額。

## 第四節 校準方法

對於價差的校準，我們利用以下兩種方式，第一種為動差法，第二種為最大概似估計法。

1. 動差法(Method of Moment Generating Function)

假定$X_{\Delta t} = \log\left(S(t+\Delta t)/S(t)\right)$的動差生成函數為：

$$M_X(z) = e^{\bar{\mu}z}\left(1-\bar{\theta}vz-\frac{1}{2}v\bar{\sigma}^2z^2\right)^{-\frac{\Delta t}{v}} \tag{3.4.1}$$

並且取得在$\Delta t$變動下的四階中央動差：

$$E[X] = \bar{X} = (\bar{\mu}+\bar{\theta})\Delta t \tag{3.4.2}$$

$$E[(X-\bar{X})^2] = (v\bar{\theta}^2+\bar{\sigma}^2)\Delta t \tag{3.4.3}$$

$$E[(X-\bar{X})^3] = (2\bar{\theta}^3v^2+3\bar{\sigma}^2v\bar{\theta})\Delta t \tag{3.4.4}$$

$$E[(X-\bar{X})^4] = \left(3v\bar{\sigma}^4+12\bar{\theta}^2\bar{\sigma}^2v^2+6\bar{\theta}^4v^3\right)\Delta t+(3\bar{\sigma}^4+6\bar{\theta}^2\bar{\sigma}^2v+3\bar{\theta}^4v^2)(\Delta t)^2 \tag{3.4.5}$$

接著考慮其偏態(S)和峰態(K)：

$$S = \frac{(2\bar{\theta}^3v^2+3\bar{\sigma}^2v\bar{\theta})\Delta t}{((v\bar{\theta}^2+\bar{\sigma}^2)\Delta t)^{3/2}} \tag{3.4.6}$$

$$K = \frac{\left(3v\bar{\sigma}^4+12\bar{\theta}^2\bar{\sigma}^2v^2+6\bar{\theta}^4v^3\right)\Delta t+(3\bar{\sigma}^4+6\bar{\theta}^2\bar{\sigma}^2v+3\bar{\theta}^4v^2)(\Delta t)^2}{((v\bar{\theta}^2+\bar{\sigma}^2)\Delta t)^2} \tag{3.4.7}$$

假設$\bar{\theta}$是很小的，所以我們忽略$\bar{\theta}^2$、$\bar{\theta}^3$、$\bar{\theta}^4$，重新獲得 S 和 K

$$S = \frac{3v\bar{\theta}}{\bar{\sigma}\sqrt{\Delta t}} \tag{3.4.8}$$

$$K = 3\left(1+\frac{v}{\Delta t}\right) \tag{3.4.9}$$

所以對於 VG 價差的參數會變成：

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{V}{\Delta t}} \tag{3.4.10}$$

$$v = (\frac{K}{3} - 1)\Delta t \quad (3.4.11)$$

$$\bar{\theta} = \frac{S\bar{\sigma}\sqrt{\Delta t}}{3v} \quad (3.4.12)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\bar{X}}{\Delta t} - \bar{\theta} \quad (3.4.13)$$

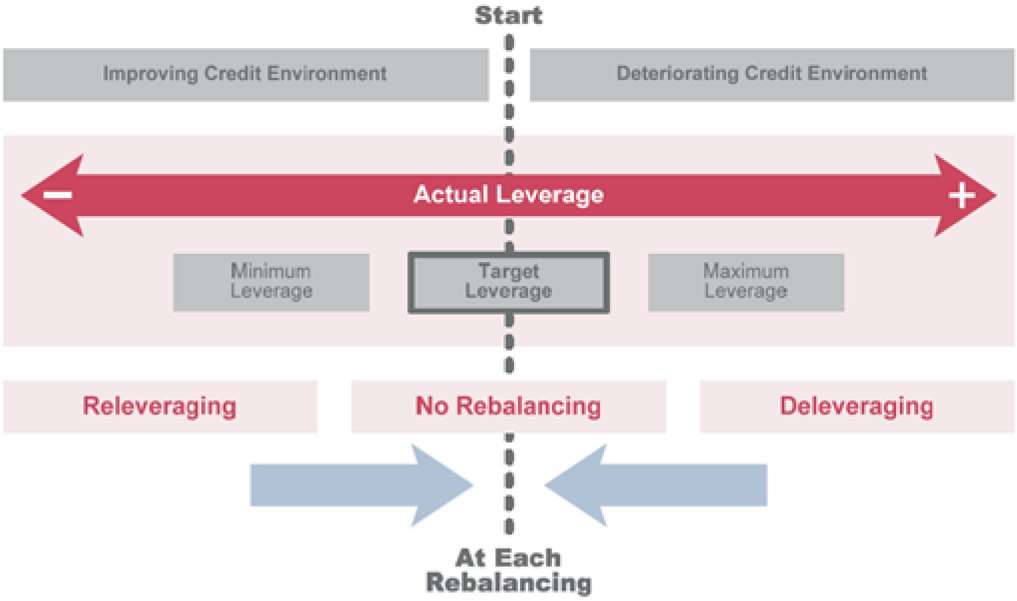
2. 最大概似比法(Method of Maximum Likelihood Estimation)

給定一組獨立的 log 報酬序列$\log(S(t_{i+1})/S(t_i))$，其中$t_{i+1} - t_i = \Delta t$，在$(x_1, x_2, \ldots, x_n)$底下，讓$\pi = \{\bar{\mu}, \bar{\theta}, \bar{\sigma}, v\}$為 Variance Gamma 機率密度函數中的參數，而$\pi$的最大概似估計值是由取對數概似函數，$L(\pi) = \prod_{i=1}^{x} f(x_i; \pi)$，找出一組極大化的概似函數所取得。

# 第四章 實證分析

已實現乘數在其投資組合交易中，是倚靠風險性資產的表現情況來決定的。已實現乘數的算法，為曝險部位除以準備金額的結果。其中已實現乘數是每一期都會觀察監控的，為了要節省每一期調整曝險部位的成本，已實現乘數允許在特定的區間移動，如果已實現乘數在特定的區間內，則不需要去調整曝險部位的大小。






資料來源：Fitch

圖二：CPPI 運作架構

藉由圖二的表示，我們有以下的情境：

1. 如果交易的情況良好(如：價差縮小)，則每期結算的利益將會增加到準備金額內，所以減少了已實現乘數。當已實現乘數觸及到乘數下限時，透過動態的乘數調整，曝險部位將會擴大持有。
2. 如果交易的情況惡劣，每期結算金額會造成準備金額的損失，所以他會增加

已實現乘數。當已實現乘數觸及到乘數上限時，透過動態的乘數調整，曝險部位將會減少持有狀況。

3. 如果已實現乘數在乘數上限與乘數下限之間遊走，將不會調整其曝險部位。

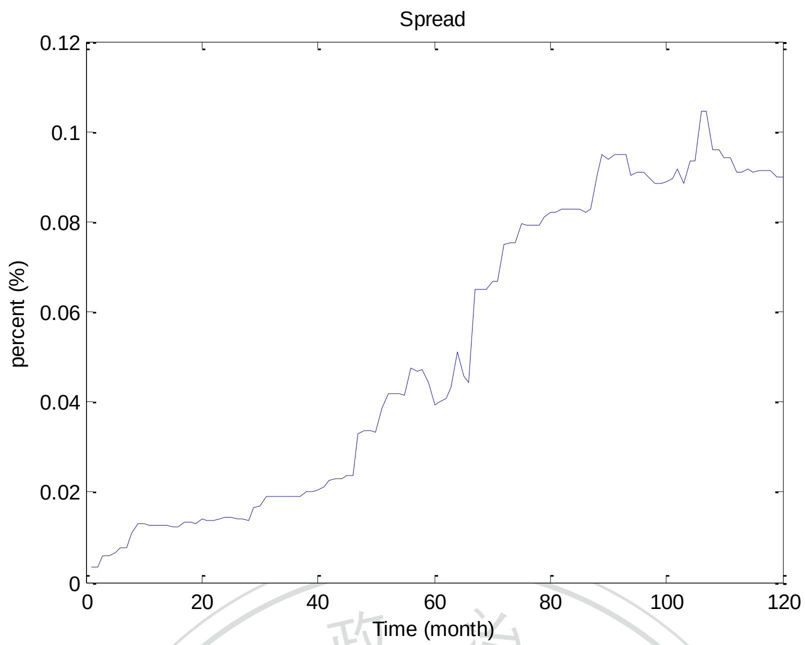
本章主要分成四個小節，第一小節為模擬信用 CPPI 的結果，第二小節為缺口風險的描述，第三小節為不同目標乘數下，信用 CPPI 資產組合淨值的表現，最後一節為敏感度分析。

## 第一節 信用 CPPI

在模擬信用 CPPI 與價差動態，本文對價差模擬所使用的是 Variance Gamma 模型，我們利用第三章的校準模型，校準了價差的參數，其中的參數設定為：

表一：信用 CPPI 參數設定

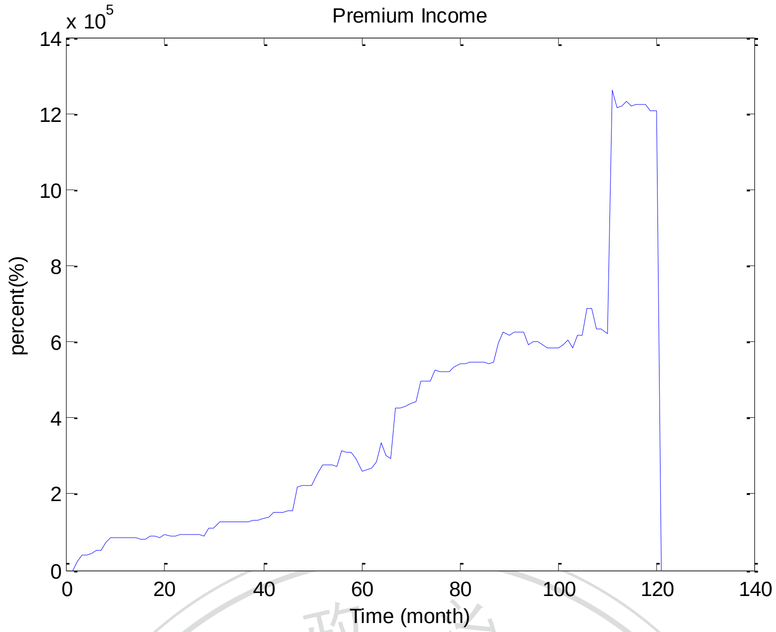
| 信用 CPPI 與價差設定 | | | |
|---|---|---|---|
| **本金** | $50,000,000 | **theta(θ)** | 0.293521 |
| **目標乘數** | 4 | **vega(v)** | 0.537475 |
| **乘數下限** | 2 | **sigma(σ)** | 0.278278 |
| **乘數上限** | 6 | **omega(w)** | 0.02129 |
| **期間** | 10 年 | | |
| **每期結算期間** | 1 個月 | | |




圖三：價差的動態

本文在模擬價差的動態是利用 Variance Gamma 模型，使用此模型的好處是我們可以調整其偏態係數(theta)、峰態係數(vega)和波動度(sigma)，針對我們所想要模擬的對像做調整。在此我們利用 Variance Gamma 模型模擬價差指數的動態。並且利用此價差動態，產生 CPPI 投資組合在每一期的時間下，探討績效的表現和實際的變化。

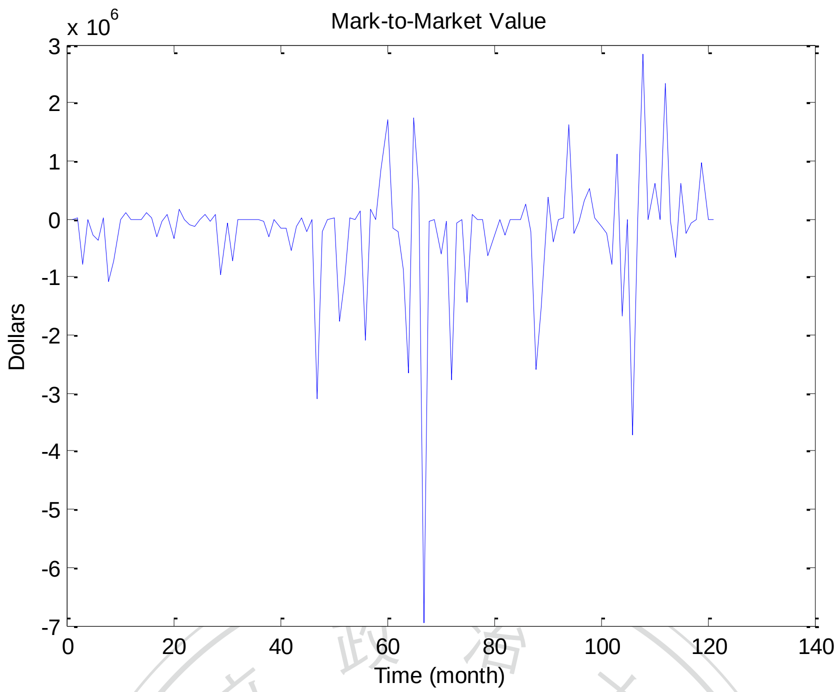
由圖三我們可以發現價差是隨時間逐漸往上升的，在 100 期以後甚至有超過 0.1 percent 的價差；並且我們在模擬的過程中，也可以發現到價差有跳躍的情況，因為在現實世界中，價差不會是平滑的曲線，而是跳動的情況，另外，在這種跳躍的情況下，會導致每期的價差擴大，造成 CPPI 每期結算價值的損失，進而影響到準備金額和現金帳戶價值。




圖四：溢酬收入

溢酬收入為根據前一期的曝險部位和價差所決定的，當曝險部位與價差上升的時候，溢酬收入會跟著上升；相反的，當曝險部位和價差下降，會導致溢酬收入下降。所以溢酬收入主要是受到曝險部位和價差的乘積所影響。當價差上升的時候，表示市場交易狀況不好，雖然在溢酬收入會上升，但是計算每期結算金額時，會被抵銷掉。

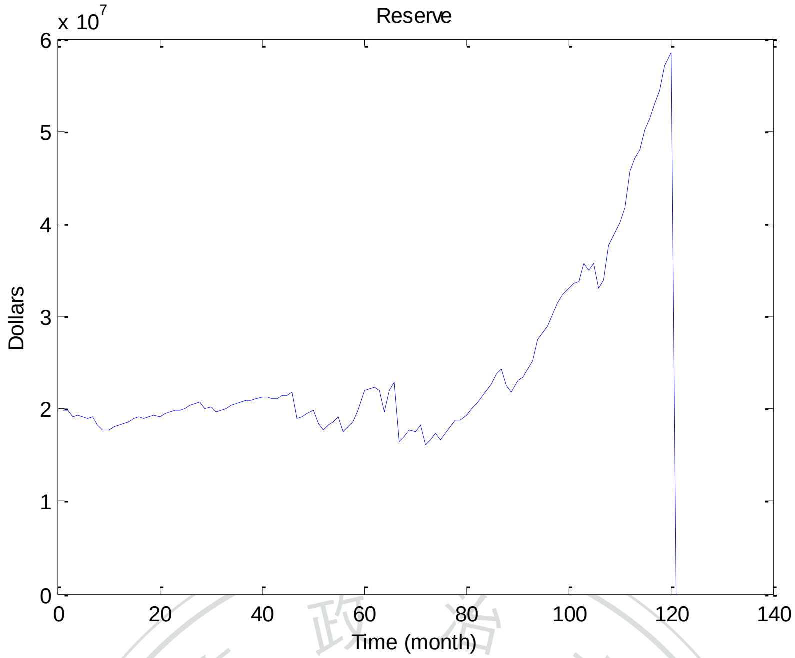
在圖四中，溢酬收入也隨著 spread 的上升，跟著往上升；並且在圖中也有跟 Spread 一樣，出現幾次跳躍的情況。不過在第 110 期左右，溢酬收入出現了大幅度的上升，主要的原因是溢酬收入隨著價差上升後，增加了準備金額，在透過動態乘數的調整後，導致曝險部位的調整，所以溢酬收入才會跟著曝險部位一起跳躍上升。




圖五：每期結算金額

每期結算金額是透過曝險部位、DV01 和價差變動所調整的，當價差變動擴大，表示市場的交易狀況不好，造成計算 DV01 會是損失的狀態，影響了每期結算金額變成虧損的情況。相反的，當價差變動縮小，表示市場交易狀況良好，造成 DV01 呈現盈餘的狀態，使每期結算金額賺取到這次變動的利益。

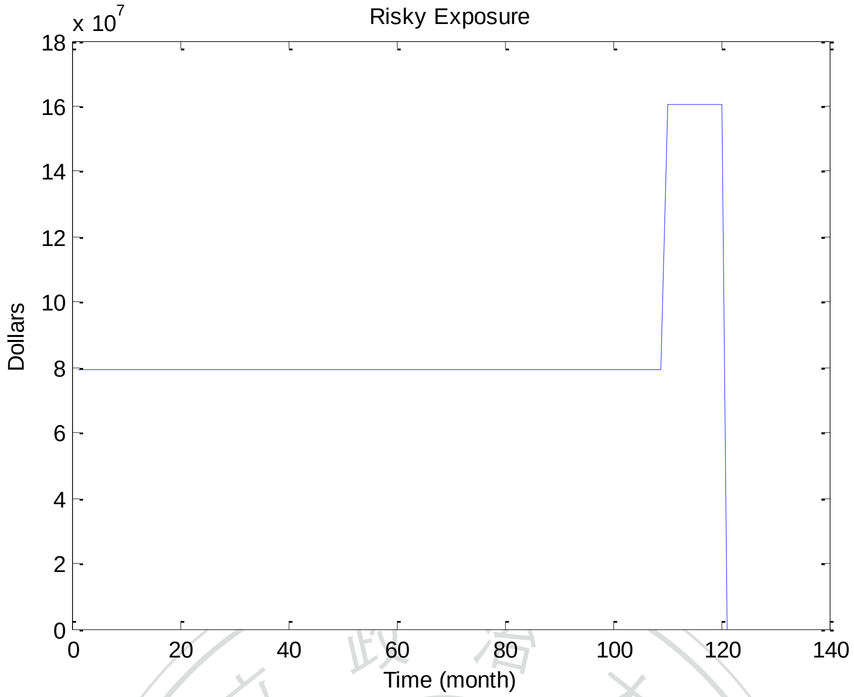
於圖五中，我們可以觀察到每期結算金額，由於在價差的圖片中，我們可以看到價差是往上升的，所以每期結算金額大部分都是處於虧損的狀態；並且也因為跳躍的情況，每期結算金額也呈現跳躍的動作。另外，在第 60 期到 80 期，與第 100 期到 120 期之間，每期結算金額出現較大幅度的變動，主要的原因是由於價差在這些期間內，出現了比較大幅度的跳躍。




圖六：準備金額

準備金額是根據前一期的準備金額、利息收入、溢酬收入和每期結算金額所決定的。當價差上升的時候，溢酬收入上升，每期結算金額下降，如果每期結算金額的下降幅度超過了溢酬收入和利息收入，則準備金額會下降，也就表示了，市場在處於不良的情況下，減少了準備金額，進而可能會影響到已實現乘數，觸及到乘數上限，需要調整乘數動態。

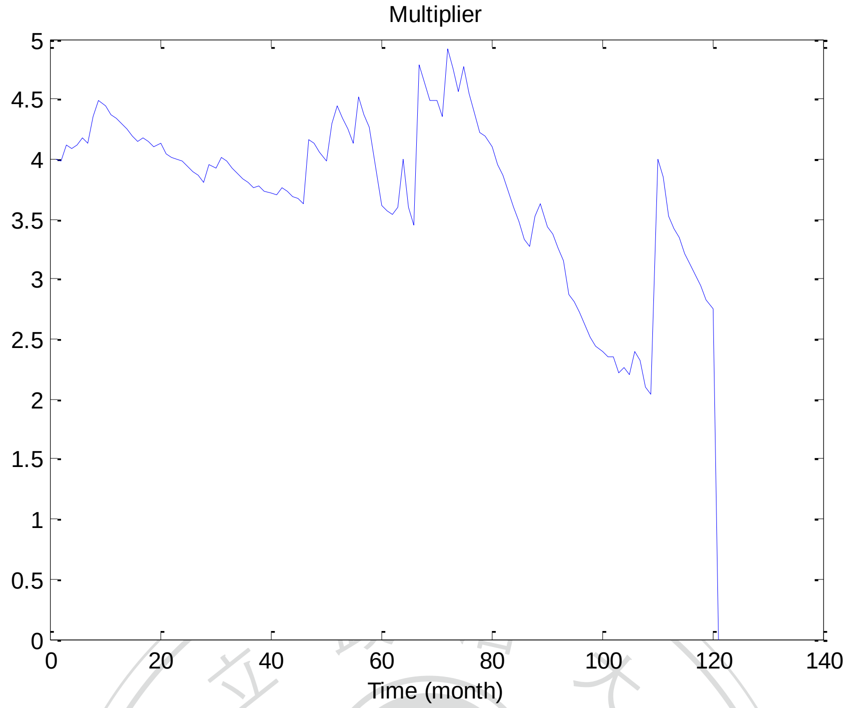
我們可以在圖六中看到準備金額的變化，在第 80 期以前，準備金額因為溢酬收入和每期結算的相互影響，仍在兩千萬美元附近起伏；但是在第 100 期之後，因為受到了動態乘數調整的關係，溢酬收入大幅的上升，影響了準備金額在這之後都有上升的趨勢。




圖七：曝險部位

曝險部位是讓已實現乘數來做決定的。如果已實現乘數在乘數上下限之間遊走，則不會調整曝險部位。若是當價差上升，造成每期結算金額損失，準備金額下降，使已實現乘數觸及到了乘數上限，就需要動態調整曝險部位；也就是說，在市場情況不好的時候，在 CPPI 策略下，可能會減少曝險部位的持有。

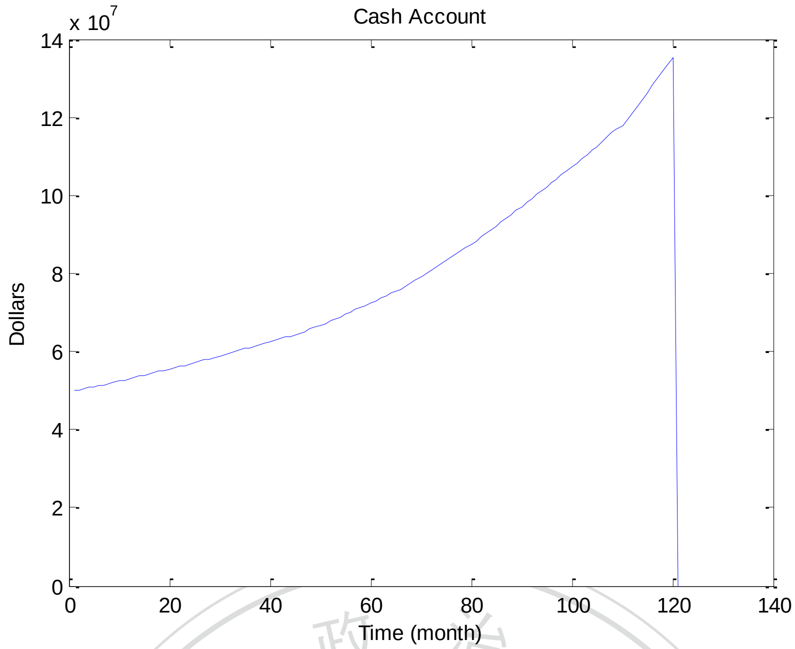
在圖七中可以看到曝險部位的變化，在第 100 期以前都維持一樣的曝險部位，直到過了第 100 期以後才發生變化。主要的因素在於計算已實現乘數，低過於期初所設定的乘數下限($\bar{m}_{min}$=2)，在動態乘數的調整下，將曝險部位擴大，也說明了在模擬的過程中，投資組合在市場上的情況越來越好，為了要提高投資組合最大獲利的可能性，投入在風險性資產的部位越大越好。所以這邊將曝險部位擴大，以追求更高的報酬。




圖八：已實現乘數

已實現乘數為曝險部位除以準備金額的結果。如果當交易的情況良好(如：價差縮小)，則每期結算的利益將會增加到準備金額內，所以減少了已實現乘數。要是已實現乘數觸及到乘數下限時，透過動態的乘數調整，曝險部位將會擴大持有。如果已實現乘數在乘數上限與乘數下限之間遊走，將不會調整其曝險部位的持有。

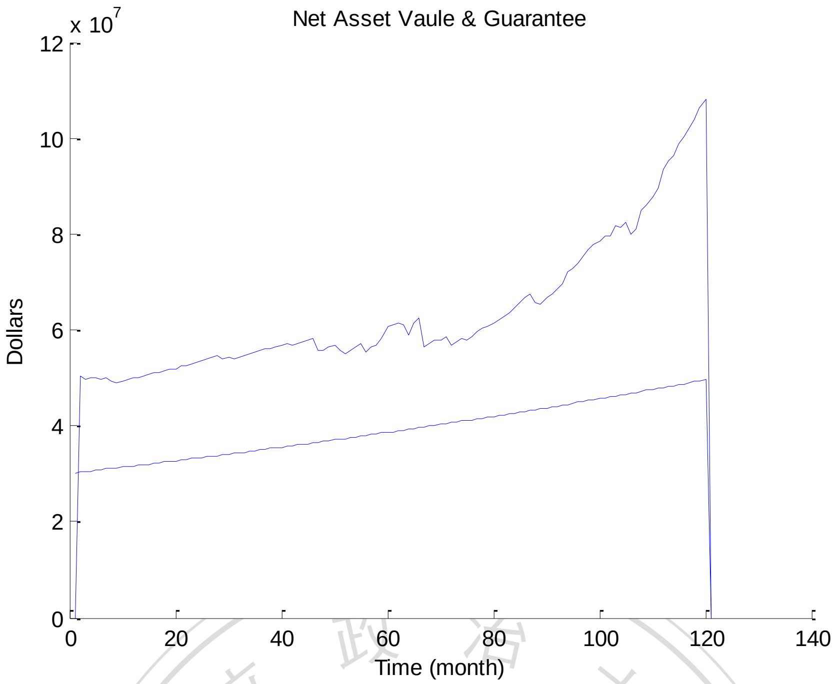
由圖八可以了解到 CPPI 在每期的已實現乘數，從一開始的目標乘數(m=4)，變動的範圍在 2~6 之間，這是在期初投入本金之前所設定的乘數上下限。在過了第 60 期之後，已實現乘數逐漸下降，直到碰觸乘數下限之後，再重新調整乘數，這是因為計算已實現乘數時，準備金額隨著溢酬收入的上升，降低了已實現乘數，也就表示了，在溢酬收入所賺得的部分，影響了整個 CPPI 的準備金額，造成需要調整乘數的結果。




圖九：現金帳戶價值

現金帳戶價值為前一期的現金帳戶價值、當期的利息收入、前一期的溢酬收入和當期與前期的每期結算金額之差額所決定的。延伸了準備金額的概念，主要是用來檢視，利用目標乘數提高的風險性資產和無風險性資產，他們現金帳戶價值的表示。

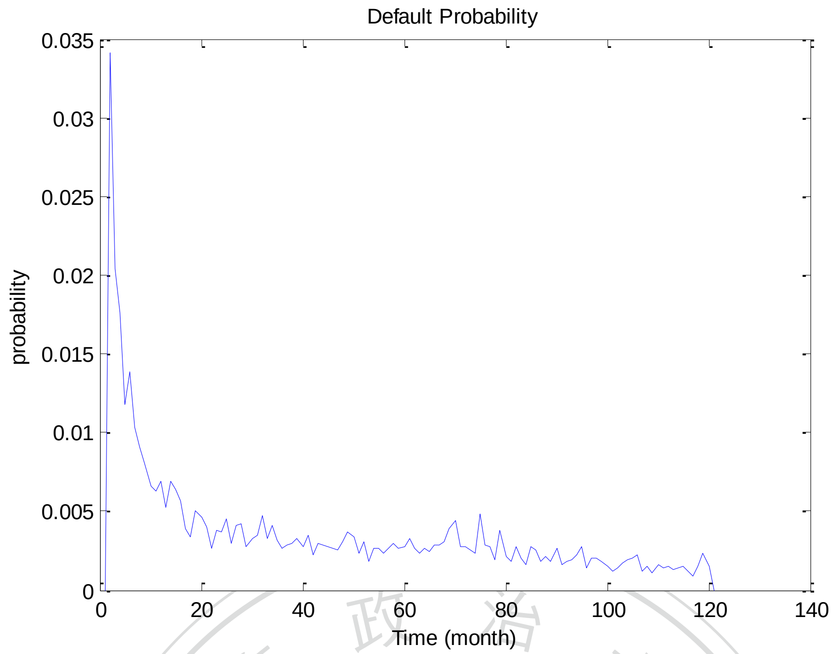
圖九表示了 CPPI 的現金帳戶價值，因為在整個投資組合需要投入風險性資產和無風險性資產的金額上升，導致整個現金帳戶價值也跟著上升。也就是說，整個信用 CPPI 策略在這次模擬的情況，是有獲利的，表示了模擬該次的市場狀況良好，CPPI 策略擴大了他在風險性資產上，持有的部位。




圖十：投資組合淨值與本金保護水準

投資組合淨值是由準備金額和本金保護水準所組成。如果交易的情況良好(如：價差縮小)，則每期結算的利益將會增加到準備金額內，所以減少了已實現乘數。當已實現乘數觸及到乘數下限時，透過動態的乘數調整，曝險部位將會擴大持有，進而增加了準備金額，所以提高了投資組合淨額的價值。若是在相反的狀況下，則會減少投資組合淨額價值。

由圖十可以看出 CPPI 整個的投資組合價值和本金保護水準之間的差異，從之前的價差的上升，影響了溢酬收入上升和準備金額的上升，再透過動態乘數調整，放大了投資在風險性資產上的曝險部位，最後將投資組合價值拉高。特別的是，在第 100 期以後的投資組合價值，以比較快速的速度上升；從圖十中可以看出，在第 100 期以後的斜率變化越來越大，也說明著，在這期間，因為 CPPI 策略受到市場看好的影響，提高了他在風險性資產的曝險部位，並成功的賺得更高的報酬，達到了 CPPI 提高往上獲利的目標。




圖十一：違約機率

在本文我們利用 Gaussian Copula 去模擬信用違約交換其違約的時間點，並將其違約的情況，從準備金額內按比例扣除。本文設定總共有 125 檔信用違約交換，所以假定在某一期有 3 家違約，則必須按照比例(3/125)，在該期透過曝險部位來扣除準備金額。在本文假設違約回復率為 0.4。

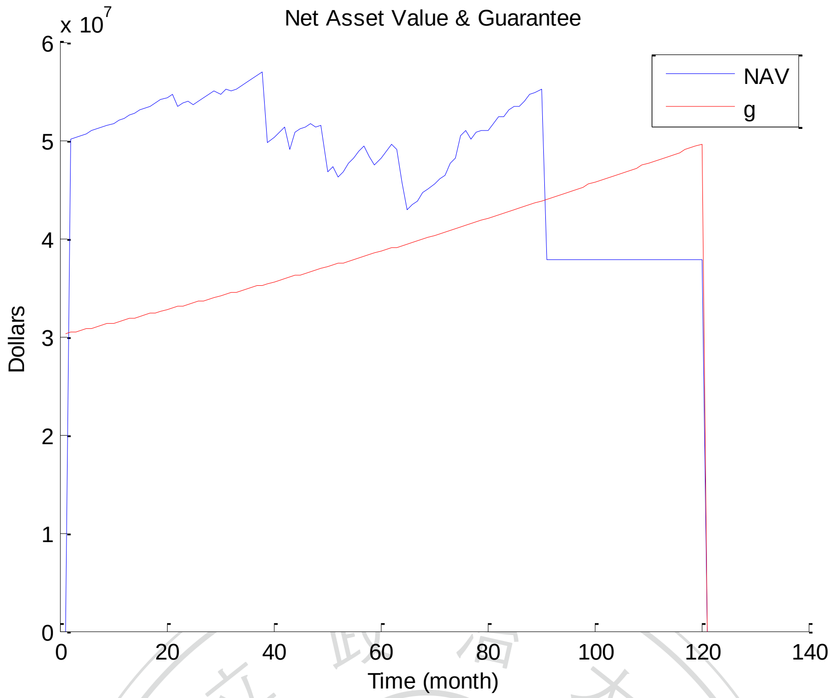
圖十一為違約的情況，在模擬期間發生的機率，可以發現到在 Gaussian Copula 底下違約的情況，在期初的時候，違約的機率較高，之後的違約機率一直遞減到期末。表示了在期初，比較多有違約的情況，然而在到期末的時候，因為考慮到持有成本與機會成本下，違約的情況下降。

## 第二節 缺口風險(Gap Risk)

缺口風險是一個信用投資組合，快速的損失其價值，無法變賣其標的資產去彌補準備金額，所導致投資組合淨額低於本金保護水準的風險。這也是因為發生這種狀況的時候，投資組合內沒有足夠的現金去購買無風險性資產，已維持本金保護水準。自從 CPPI 的機制是保障投資人能有保本的效果，所以當發生缺口風險的時候，這個風險是由發行人所持有的。

突然的價差擴大，是造成投資組合迅速損失其價值低於本金保護水準的因素。這種情況能算是更進階的流動性風險。所以 CPPI 發行人會想辦法創造出一個模型去評估缺口風險所影響在每一期交易的損失。CPPI 的缺口風險發生是基於以下的因素：

1. 標的指數突然的大幅度變動
2. 目標乘數：當目標乘數越大，在信用投資組合內，突然間的指數擴大會造成較大的影響。這也說明了為甚麼會有乘數上限的原因。
3. 準備金額：因為本金保護水準會在期末的時候上升到與面值差不多的價格，所以要是投資組合淨值在期末發生突然的變動，很容易造成缺口風險的產生。
4. 乘數上限：要是將乘數上限不要設定太高，在準備金額下降時，很容易觸及到乘數上限，重新調整曝險部位。然而，將乘數上限設定太高，會使乘數的動態調整一直無法啟動。
5. 每期結算的期間：如果每期結算的期間越長，距離下次能調整曝險部位的時間也就越久，無法即時調整曝險部位，容易引發缺口風險。但是，如果縮短每期結算期間，會提高交易的成本。
6. 市場流動性：市場流動性的降低會削弱 CPPI 發行者變賣標的資產的能力。




圖十二：投資組合淨值與本金保護水準

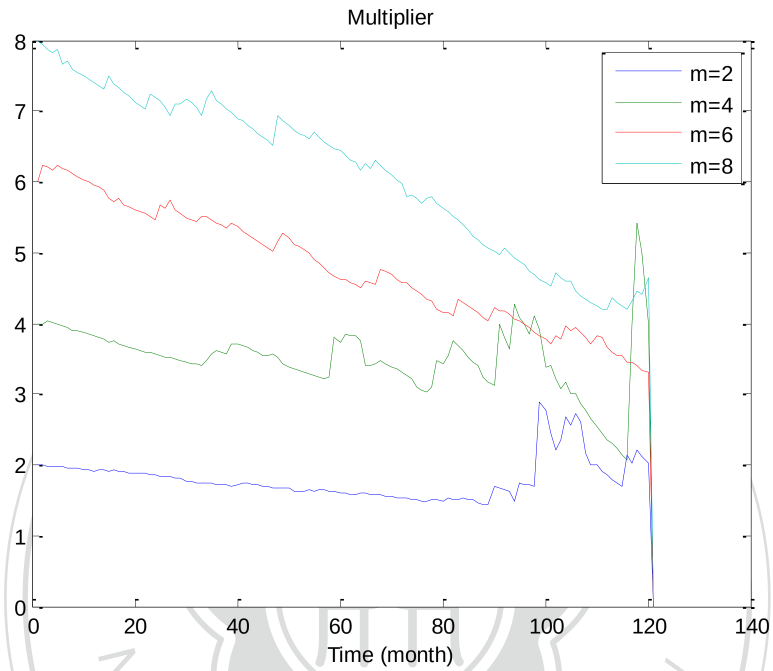
由圖十二我們可以看到 CPPI 策略下的投資組合淨值與本金保護水準之間的關係，在第 80 期到第 100 期之間，出現了投資組合淨值低過於本金保護水準，所以在 CPPI 策略下，將資產全部出售，之後的投資組合價值就一直維持出售後的金額，也就是 cash-out。這也表示了整個 CPPI 投資組合在 cash-out 之後，就不會再有任何變化，結束了整個投資組合的投資情況，也就是一個 CPPI 策略下保本的一個機制，這個機制不會讓投資組合的損失擴大，將下方風險給鎖定住。

然而出現 CPPI 投資組合淨值突然大幅低過於本金保護水準的情況，在之前的文獻稱為缺口風險，一開始出現這個風險的原因，是因為市場上出現大幅度的衰退或是不利投資的消息，造成投資標的價值迅速下降，CPPI 策略無法即時的將投資組合內的資產變現，產生了流動性風險。

在本文模擬 CPPI 策略下，也有出現缺口風險的情況，其主要的原因就是價差大幅度的跳躍，影響了每期結算金額和準備金額，曝險部位和已實現乘數來不及調整，造成了投資組合淨值低於本金保護水準的結果。

## 第三節　不同目標乘數變動的影響

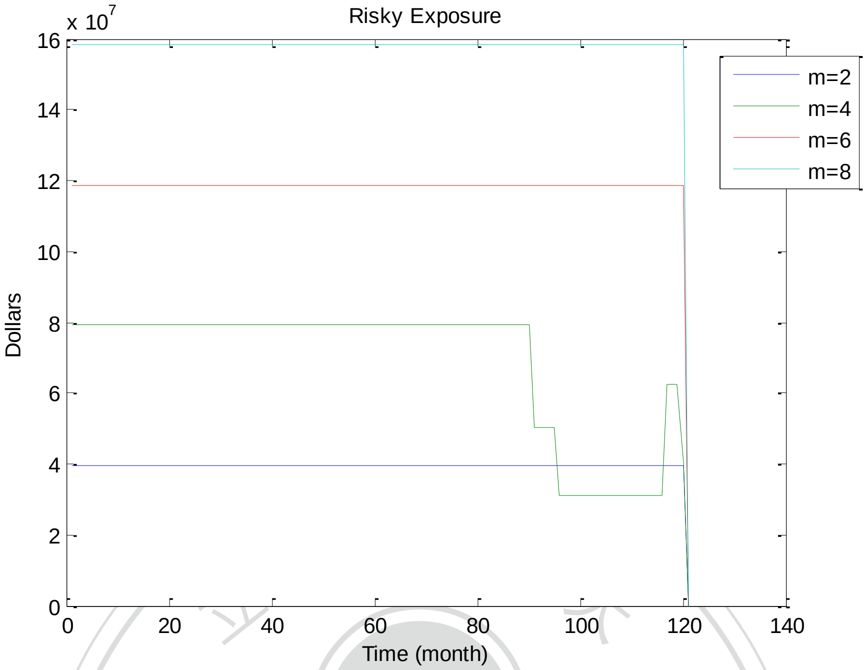
這一節我們將討論在不同目標乘數的條件下，影響信用 CPPI 投資組合的模擬情況與結果分析。




圖十三：不同目標乘數下的已實現乘數

由圖十三可知，在不同目標乘數底下，模擬過程中調整乘數的動態。目標乘數為 2(m=2)的情況底下，可以看到乘數的變動是在乘數下限 1($\bar{m}_{min}$=1)和乘數上限 3($\bar{m}_{max}$=3)之間徘徊，並不會超過 1~3 的範圍，當觸及到上下限範圍時，目標乘數將會被調整乘一開始所設定的目標乘數。當然在目標乘數等於 4、6 和 8 的時候，都跟在目標乘數等於 2 的情況一樣，不會超過其乘數所設定的上下限。

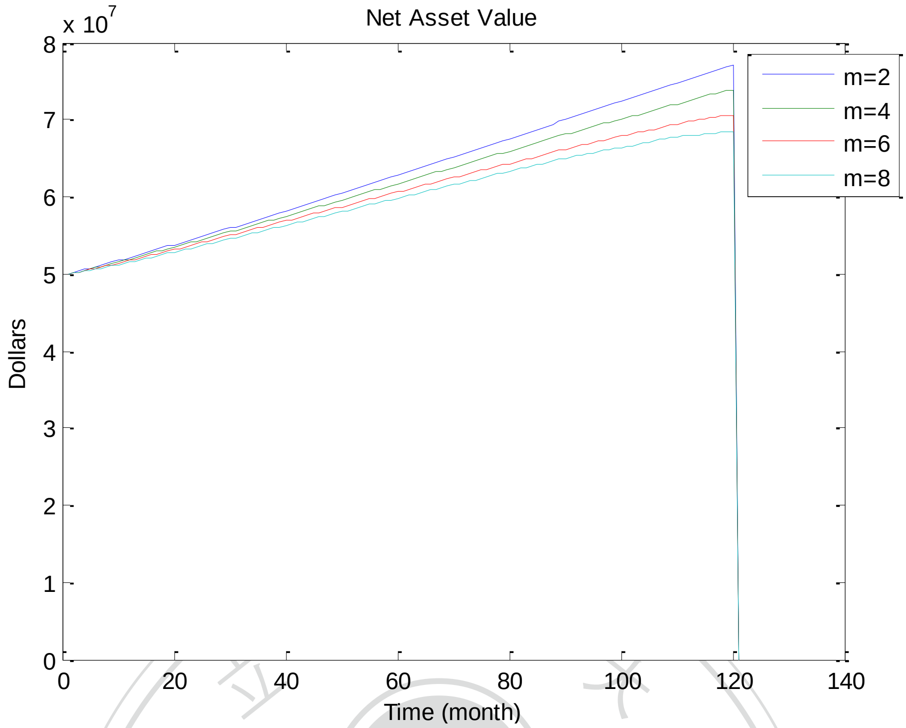
在目標乘數等於 4 下的第 100 期以後，我們可以看到已實現乘數大幅度的跳動，可能的原因是因為價差大幅度的上升，造成每期結算金額虧損，降低了準備金額，所以已實現乘數才會往上大幅度的跳動。另一方面來說，市場交易狀況變差，使得已實現乘數觸及到了乘數上限，需要動態調整曝險金額的大小，應付流動性的問題。




圖十四：不同目標乘數下的曝險部位

可以藉由圖十四中了解，不同的目標乘數設定下，曝險部位載每期的變化。曝險部位為在 CPPI 投資組合中，利用乘數的槓桿投入在風險性資產的部位。在目標乘數未觸及到乘數上下限，則曝險部位不會有所改變，跟上一期一樣；然而當目標乘數觸即到乘數上下限時，曝險部位需要根據準備金額和一開始設定的目標乘數，來調整該期的曝險部位。

我們可以看到，在目標乘數為 2、6 和 8 的時候，曝險部位並沒有做任何調整，是因為他們的目標乘數沒有觸及到其乘數的上下限，所以沒有改變。可是在目標乘數為 4 的情況下，從第 80 期以後，曝險部位一直在改變，主要原因是因為準備金額變動，影響了目標乘數觸即到上下限，需要調整期曝險部位的大小，所以才會造成此變動。




圖十五：不同目標乘數下的投資組合淨值

圖十五為藉由蒙地卡羅模擬 10,000 次後，得到在不同目標乘數下，其平均投資組合淨值在不同時間下的關係。整個信用 CPPI 投資組合的價值，會受到投入在風險性資產的金額所影響，然而在 CPPI 下所設定的目標乘數的不同，會造成不同的曝險部位，所以我們可以藉由上面的圖表來看到不同乘數比例下的 CPPI 投資組合淨額。

透過一萬次的模擬後，我們可以看到平均的 CPPI 投資組合淨值，當目標乘數等於 2 時，投資組合的淨額較大，而當目標乘數越大時，投資組合淨額越小。因為透過目標乘數後，所投入在風險性資產的金額越高，得到的溢酬收入雖然也越高，可是卻因為透過每期結算所扣除的金額，大幅度的抵消了較高目標乘數所帶來的溢酬收入，使得高目標乘數 CPPI 投資組合淨額沒有表現地比低目標乘數 CPPI 投資組合淨額好。

表二：不同目標乘數下的投資組合報酬率和風險值

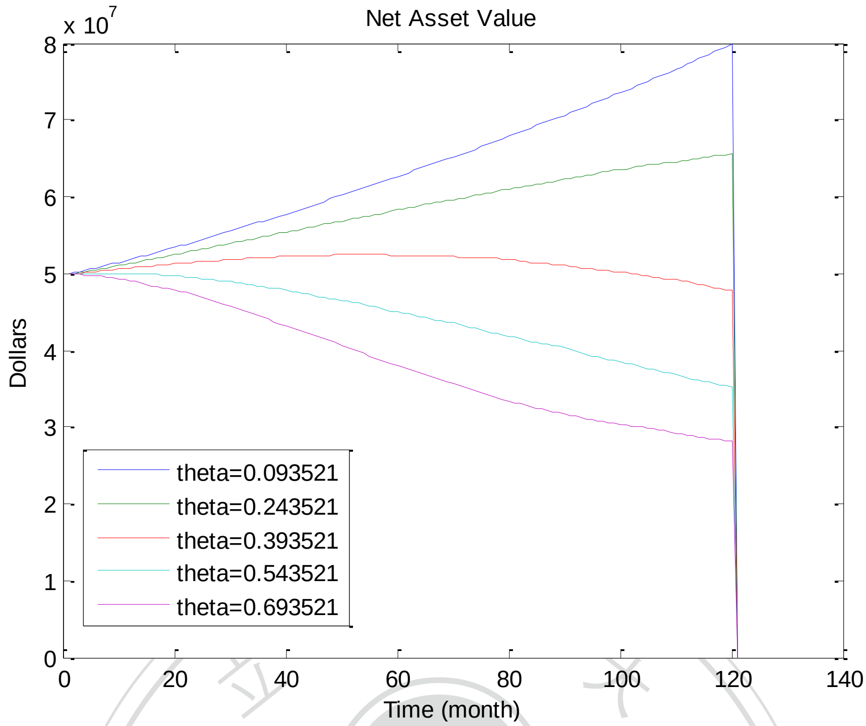
| 目標乘數 | Return Rate | VaR(99%) |
|---|---|---|
| m=2 | 0.0443 | $0.3292*10^8$ |
| m=4 | 0.0398 | $0.2226*10^8$ |
| m=6 | 0.0351 | $0.0914*10^8$ |
| m=8 | 0.0318 | $0.0721*10^8$ |

表二為不同目標乘數下，其報酬收益率和 99%信賴水準下最後一期的風險值。我們透過上表來檢視，不同目標乘數的設定，對於 CPPI 投資組合的結果。在目標乘數為 2 的時候，投資組合年報酬率為 0.0443；目標乘數為 8 的時候，投資組合年報酬率為 0.0318。當目標乘數越大，其投資組合報酬率越低，我們也可以透過上面的圖來確認。另外，在目標乘數為 2 的時候，99%風險值為 $0.3292*10^8$；在目標乘數為 8 的時候，其風險值為 $0.0721*10^8$。所以當目標乘數越大，風險值也就越小，也就是說隨著目標乘數的上升，承擔的風險也就越大。因為所投入的風險性資產金額越高，其可能會帶來的風險也隨之越大。

在本文透過模擬後的結果，可以發現在利用 CPPI 策略下，目標乘數為 2 的模擬情況，平均報酬率較高，也就表示我們並不需要投入過多的資金在風險性資產上，投資組合淨值的表現較佳。

## 第四節 敏感度分析

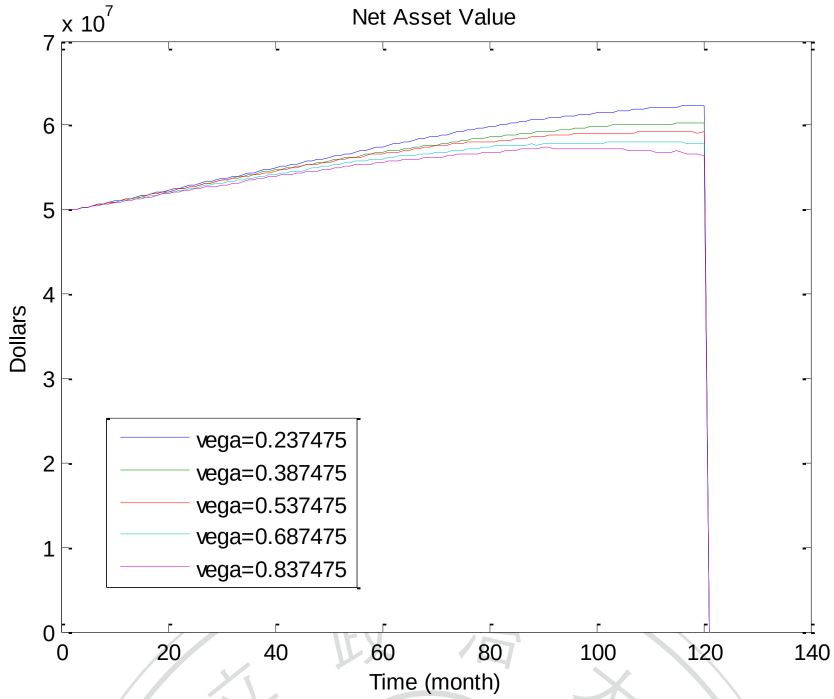
在本節我們將介紹價差使用的模型，Variance Gamma 中的三個參數，偏態(theta)、峰態(vega)和波動度(sigma)，對信用 CPPI 投資組合淨值做敏感度分析。以下所給定的 CPPI 目標乘數為 4，模擬次數為 10,000 次。




圖十六：偏態係數敏感度分析圖

圖十六是當偏態參數變動，所造成的 CPPI 投資組合淨值的關係圖。在本文使用的 Variance Gamma 模型中的 theta(θ)為偏態係數，偏態係數越大，表示分配的圖形越往右偏，而當偏態係數越靠近零，表示分配的圖形為不偏的，偏態係數若是小於零，則表示分配圖形為左偏。

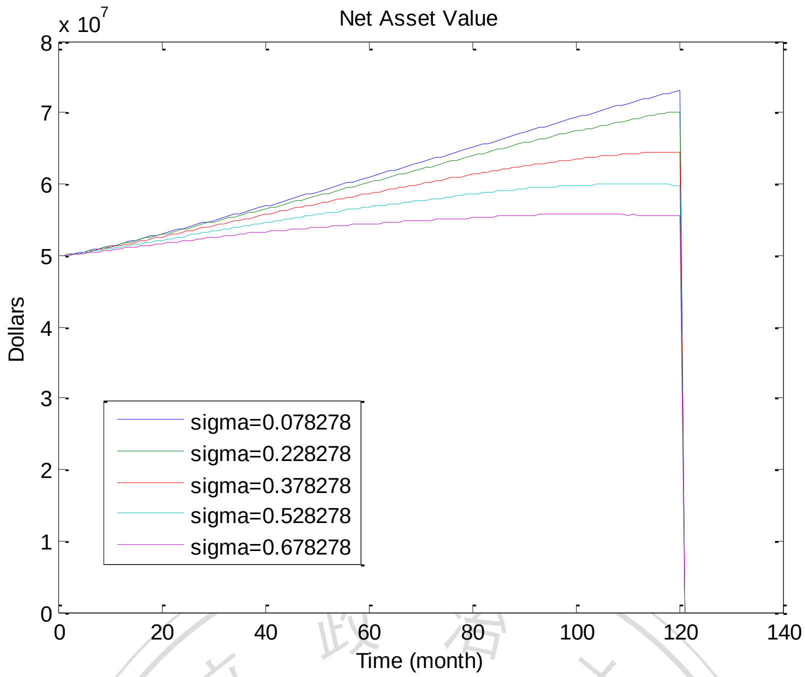
由圖十六我們可以得知，當偏態係數越大的時候，CPPI 投資組合淨值越低，也就是說，在價差分配越往右偏時，CPPI 投資組合淨值會表現越差。甚至在偏態係數超過 0.5435 之後，投資組合淨值會低於一開始所投入的本金($50,000,000)。在 Variance Gamma 模型下，偏態係數越大，圖形越呈現右偏的情況，整個 CPPI 投資組合淨額的績效會出現無法保本的情形。




圖十七：峰態係數敏感度分析圖

圖十七為 Variance Gamma 模型中，不同峰態係數對於 CPPI 投資組合淨值的關係圖。當峰態係數 vega(v)越大的時候，表示此分配會呈現高峽峰的情況；相反的，要是峰態係數越低，表示此分配的圖形會呈現低闊峰。而在峰態係數等於3 的時候，統計上稱為常態峰。

然而在圖十七我們可以看到，在峰態係數越高的時候，CPPI 投資組合淨值會越低，也就表示了，在價差 Variance Gamma 模型中，分配圖形越呈現脫離低闊峰的情況，則此 CPPI 投資組合淨值會表現的越差。




圖十八：波動度敏感度分析圖

圖十八為在 VG 模型下，不同波動度(sigma)所造成的 CPPI 投資組合淨值影響。模型波動度要是越大，所產生出的價差模型變動程度會越大，表示市場的情況越不穩定，也就越會影響到 CPPI 的績效。相反的，要是波動度越小，影響價差模型變動程度變小，比較不會有較大的價差變動，也就降低了缺口風險出現的機會。

從圖十八我們可以看到，Variance Gamma 模型的波動度越大，CPPI 投資組合淨值越低；也就表示，在市場充斥著較不穩定的情形，CPPI 投資組合的淨值表現的越差，CPPI 策略在這種市場情況底下，是比較不適用的。

# 第五章 結論與建議

本篇論文利用 CPPI 策略模擬信用衍生性商品，進行信用 CPPI 投資組合淨值分析，並且做其風險衡量和敏感度分析。本篇論文採用 Variance Gamma 模型，模擬信用價差動態，並且利用 Gaussian Copula 模擬信用違約的時間點，結合價差動態和信用違約的兩個模型，探討 CPPI 策略下的投資組合淨值分析與風險探討。

我們可以在本文看到以下重要結果，首先是模擬信用 CPPI 的過程，CPPI 投資組合淨值的拆解項，包括曝險部位、已實現乘數和準備金額等，藉由模擬的過程，可以了解其中各項的變動和影響 CPPI 的效果。第二點是 CPPI 缺口風險的分析探討，以及討論可能產生缺口風險的因素。第三點為利用不同的目標乘數，模擬信用 CPPI 資產組合淨值的表現，根據不同的起始乘數，針對 CPPI 策略下資產組合淨值的影響。第四點為敏感度分析，探討參數變動對於 CPPI 資產組合淨值產生的改變。

本篇論文是利用 Variance Gamma 模型模擬價差動態，對於整個信用 CPPI 策略流程的結果進行探討與分析，並且加上考慮 CDO 分券違約時所造成的損失，透過蒙地卡羅模擬信用 CPPI 策略的研究。通常在模擬標的信用價差的時候使用 Cox 過程，融合跳躍(jump)和違約風險的情況。缺口風險不是那麼容易利用其他衍生性商品來避險的，在考慮缺口風險下的評價模型，會需要用到過去歷史資料來做校準。另外在對缺口風險評價時，有些發行者還會在 CPPI 結構中再加上隱含的成本。

在模擬管理 CPPI 策略時，也需要考慮交易成本，而考慮交易成本的函數包括標的指數的買賣價差、投資組合的結算期間和標的物的波動度。舉例來說：可以將每期結算期間，變成有需要變動乘數的時候再結算，而不是一個固定期間就結算，這樣可以減少交易的成本。這些成本都會是需要考慮到 CPPI 策略裡面的。

本文並沒有對交易成本和缺口風險做評價分析和應對的方法，日後的研究可以利用其他模型，考量交易成本的條件下，對信用 CPPI 模型中可能出現的缺口風險，求出避險策略，促使 CPPI 策略能有更廣泛的運用。

# 參考文獻


Cipollini, A., 2008, "Capital Protection: Modeling the CPPI Portfolio", *Working Paper, Fixed Income and Relative Value Research, Deutsche Bank AG (London)*.

Cont, R. and Tankov, P., 2007, "Constant Proportion Portfolio Insurance in presence of Jumps in Asset Prices", *Columbia University Center for Financial Engineering Financial Engineering Report* No. 2007-10.

Garcia, J., Goossens, S. and Schoutens, W., 2007, "Let's Jump Together Pricing of Credit Derivatives: From Index Swaptions to CPPIs", *SSRN Working Paper Series*.

Jessen, C., 2010, "Constant Proportion Portfolio Insurance: Discrete-time Trading and Gap Risk Coverage", *Working Paper, 23rd Australasian Finance and Banking Conference 2010 paper*.

Jin, W. and Whetten, M., 2005, "Anatomy of Credit CPPI", *Working Paper, Nomura Fixed Income Research*.

Joossens, E. and Schoutens, W., 2008, "An Overview of Portfolio Insurances: CPPI and CPDO", *JRC Scientific and Technical Reports*.

Khuman, A. and Constantinou, N., 2009, "How Does CPPI Perform Against the Simplest Guarantee Strategies", *Working Paper, Centre for Computational Finance and Economic Agents (CCFEA)*.

Linden, A., Lecointe, C. H. and Segger, H., 2006, "Rating Credit CPPI and CPDO", *Working Paper, Global Criteria Report, Derivative Fitch*.

Ma, Q. P., 2008, "Sub-optimality of Threshold and Constant Proportion Portfolio Insurance Strategies in Defined Contribution Pension Plans", *DISCUSSION PAPER* PI-0819.

O'Kane, D. and Turnbull S., 2003, "Valuation of Credit Default Swaps", *QCR Quarterly*, vol. 2003-Q1/Q2.

Prigent, J. L. and Tahar, F., 2005, "CPPI with Cushion Insurance", *Working Paper, THEMA University of Cergy-Pontoise*.

Yueh, M. L., 2010, "An Empirical Analysis of CPPI Strategies for Credit Index Tranches", *Journal of Fixed Income*; Spring 2010; 19, 4; ProQuest pg. 22.