

國立政治大學金融學系研究所

碩士學位論文

考量環境保護下能源產業之財務風險管理：

煉油廠實證

Financial Risk Management in Energy Industry

under the Environmental Protection:

· Evidence from Refinery ·

指導教授：林士貴博士

研究生：王品昕撰

中華民國一百零一年六月

謝辭

在這兩年金融所的訓練下，我學到了很多專業知識並逐漸向成為金融專業人才的目標邁進。能夠順利完成論文，我需要感謝許多人。首先要感謝我的指導老師-林士貴老師。林老師是一位認真又親切的老師，在課業與論文用心教導，有任何問題都可以直接提出來討論，培養了我獨立思考、解決問題的能力。在日常生活中老師也教導了我許多待人處事的道理，使我有更正確的態度面對人生未來的道路。

另外，特別感謝我的父母，辛苦培養我讀書學習，期間花費了許多金錢與心力，這些我都銘記在心，現在我將要步入社會，我會加倍努力，以回報你們對我的養育之恩。

最後感謝我所有的家人與朋友，在寫論文的一年中，因為有你們的關心和支持，我才有勇氣面對困難並持續努力，順利完成學業。現在我將步入人生下一個階段，我知道你們仍會在背後支持我，故面對未知的將來我可以昂首闊步地向目標邁進。

王品昕謹誌於

國立政治大學金融學系研究所

中華民國一百零一年六月

考量環境保護下能源產業之財務風險管理：煉油廠實證

學生：王品昕

指導教授：林士貴博士

國立政治大學金融學系

摘要

Schwarz (1997)提出均數回復過程 (Mean-Reverting Process, MR) 捕捉能源價格的動態過程，而 Lucia and Schwarz (2002)將此模型結合確定季節性函數，並推導出期貨價格封閉解。然而，能源價格常會因為未預期事件的發生而產生大幅度的變動，為了描述價格跳躍的現象，Clewlow and Strickland (2000)延伸 Schwarz 的模型提出均數回復跳躍擴散模型 (Mean-reverting jump diffusion process, MRJD)，此模型除了保留均數回復模型對能源價格會回復至長期水準的描述外，再加上跳躍項來描述價格的異常變動。而 Cartea and Figueroa (2005)則同時考慮季節性和跳躍因子，並推導出期貨價格封閉解。另外，雖然台灣目前並非京都議定書所規範的國家，但環境保護是未來的趨勢，故在衡量能源產業財務風險時，除了考慮相關原料和產品，應考慮碳權交易之影響。為了探討財務風險管理在能源產業之應用，本文以煉油廠為例，將其表示成特定期貨部位的投資組合，並透過計算投資組合風險值來衡量煉油廠的財務風險。文中使用結合季節性的均數回復過程、均數回復跳躍擴散過程進行模型配適。實證結果顯示，均數回復跳躍擴散模型在回溯測試下表現最佳；另外，考慮碳權交易後會使得煉油廠的財務風險上升。

關鍵詞：均數回復過程、均數回復跳躍擴散過程、季節性、風險值、能源、碳權。

Financial Risk Management in Energy Industry under the Environmental Protection:
Evidence from Refinery

Student: Pin-Hsin Wang

Advisor: Dr. Shih-Kuei Lin

National Chengchi University Department of Money and Banking

Abstract

Schwarz (1997) proposes the mean-reverting process (MR) to model energy spot price dynamics, and Lucia and Schwarz (2002) extend this model by including mean reversion and a deterministic seasonality. This model can capture the mean-reversion of energy price, but fail to account for the huge and non-negligible price movement in the market. Clewlow and Strickland (2000) extend Schwarz's model to mean-reverting jump diffusion process (MRJD). Cartea and Figueroa (2005) present a model which captures the most importance characteristics of energy spot prices such as mean reversion, jumps and seasonality, and provide a closed-form solution for the forward. Although Taiwan is not the member of Kyoto Protocol, but Environmental Protection is a trend in the future. In order to measure the financial risk induced by energy industries, we should consider the effect of emission trading. In this paper, we discuss the implication of financial risk management in energy industries by analyzing the exposure of refinery which represented certain energy futures portfolios. We use MR and MRJD process with seasonality to model energy spot price dynamics, and calibrate the parameters to historical data. And, we consider the interaction of all of positions and calculate the Value-at-Risk of portfolios. The results show that among various approaches the MRJD presents more efficient results in back-testing, and emission trading poses additional risk factors which will increase the financial risk for refineries.

Keywords : mean-reverting process; mean-reverting jump diffusion process; seasonality; Value-at-Risk; energy; emission certificate.

目錄

1	緒論	1
1.1	研究動機與背景	1
1.2	研究目的	3
1.3	研究架構	3
2	文獻回顧	4
2.1	能源價格動態模型回顧	4
2.2	能源投資組合之風險管理	6
2.3	碳權交易市場	8
2.3.1	京都議定書之彈性減量機制與碳排放市場	9
2.3.2	碳權相關文獻	10
3	模型與期貨理論價格	12
3.1	對數價格模型	12
3.1.1	季節性	13
3.1.2	均數回復過程	14
3.1.3	均數回復跳躍擴散過程	15
3.2	期貨理論價格	16
3.2.1	MR 期貨理論價格	16
3.2.2	MRJD 期貨理論價格	17
3.2.3	波動度	18
4	估計與檢定	19
4.1	估計	19

4.1.1	估計季節性函數.....	19
4.1.2	估計 MR 模型	20
4.1.3	估計 MRJD 模型.....	22
4.1.4	估計風險溢酬.....	24
4.2	概似度比檢定.....	24
5	實證分析.....	26
5.1	研究樣本.....	27
5.2	資料分析與參數估計.....	28
5.2.1	敘述統計.....	28
5.2.2	季節性.....	28
5.2.3	參數估計與檢定.....	30
5.3	煉油廠投資組合.....	31
5.4	風險值.....	32
6	結論.....	34
	參考文獻.....	35
	附錄 A：證明 MRJD 模型的期貨價格封閉解.....	38

表目錄

表 1 常用之風險值模型比較.....	42
表 2 樣本期間.....	43
表 3 原油現貨年度對數報酬之敘述統計.....	44
表 4 汽油現貨年度對數報酬之敘述統計.....	45
表 5 熱燃油現貨年度對數報酬之敘述統計.....	46
表 6 熱燃油現貨年度對數報酬之敘述統計.....	47
表 7 能源商品相關係數.....	47
表 8 季節性參數估計結果.....	48
表 9 風險溢酬估計結果.....	48
表 10 隨機模型參數估計結果.....	49
表 11 回溯測試結果（投資組合 1）.....	50
表 12 回溯測試結果（投資組合 2）.....	51

圖目錄

圖 1 實證分析流程圖.....	52
圖 2 原油現貨價格走勢圖.....	53
圖 3 汽油現貨價格走勢圖.....	53
圖 4 熱燃油現貨價格走勢圖.....	54
圖 5 碳權現貨價格走勢圖.....	54
圖 6 原油現貨對數報酬.....	55
圖 7 汽油現貨對數報酬.....	55
圖 8 熱燃油現貨對數報酬.....	56

圖 9 碳權現貨對數報酬.....	56
圖 10 原油季節性.....	57
圖 11 汽油季節性.....	57
圖 12 熱燃油季節性.....	58
圖 13 過去熱燃油季節性.....	58
圖 14 原油去除季節性序列.....	59
圖 15 汽油去除季節性序列.....	59
圖 16 熱燃油去除季節性序列.....	60
圖 17 原油常態檢定圖.....	60
圖 18 汽油常態檢定圖.....	61
圖 19 熱燃油常態檢定圖.....	61
圖 20 碳權常態檢定圖.....	62
圖 21 投資組合走勢圖.....	62
圖 22 投資組合 1 之風險值.....	63
圖 23 投資組合 2 之風險值.....	63

1 緒論

1.1 研究動機與背景

能源是世界經濟發展的基礎，其用途包括發電、運輸及商品製造等等，因此能源的價格變動將會影響到全球經濟發展。美國能源資訊協會（Energy Information Administration, EIA）研究指出目前能源的使用仍是以石化燃料（煤炭、石油與天然氣）為大宗，其中以石油為最大消耗能源。但根據英國石油公司（British Petroleum）出版的「Statistical Review of World Energy 2011」之資料預估，全球能源資源蘊藏量，如果繼續以現今的消費量使用，原油約可開採 46.2 年，天然氣約可開採 58.6 年，煤炭約可開採 118 年，可看出現在全世界依賴最深的主要能源—石油及天然氣，在 21 世紀的前半，就將日趨枯竭，導致能源供需緊張。不僅如此，能源價格亦受到廣大的市場投機者（如投資銀行、對沖基金以及避險基金等等）投資操作的影響，這些種種原因導致近年來能源波動十分劇烈。以原油市場為例，西德州中級原油價格在金融海嘯中於短短 4 個月內由每桶 145 美元的歷史高點跌至每桶 30 美元，跌幅將近 80%。

能源市場的劇烈波動會對產業發展產生重大的影響，首當其衝的就是國內外能源相關產業的獲利情形。以煉油廠為例，根據美國能源資訊協會的財務報告系統（Financial Reporting System）統計資料，美國主要煉油廠的 2005 年至 2009 年的煉油獲利變動劇烈，於 2006 年達到 254 億美元後一路下滑，到 2009 年甚至出現虧損 93 億美元的情形，進一步分析得知其收入主要來自成品油銷售，而成本主要來自煉油原料（如原油），在這樣的收入和成本結構下原油、成品油的價格會直接影響到煉油廠的獲利情形，故能源價格的劇烈波動會使得國內外煉油廠曝露在巨大的財務風險之中。有鑑於此，本研究認為煉油廠、發電廠及其他能源

市場參與者應該透過計算風險值衡量市場風險，以便於規劃風險管理策略。

為了衡量能源市場風險，我們必須捕捉能源商品的特性，找出適當的動態過程，以計算風險值。根據過去研究顯示能源價格具有以下兩個特性：(一) 能源價格往往具有強烈的季節性。(二) 去除季節性後的能源價格具有均數回復的現象。在金融市場中，經常使用對數常態作為價格模型，然而此模型並不適用於能源市場，由於能源市場在事件發生後，隨著時間的演進會回復到長期水準，而非像對數常態模型一樣有持久的影響，因此對於能源價格的行為一般使用均數回復模型 (Mean-Reverting Model, MR) 加以捕捉。由於近年來能源價格波動劇烈，使用單純的均數回復模型似乎不足以適當描述能源價格的行為，因此本文也使用考慮跳躍現象的均數回復跳躍擴散模型 (Mean-Reverting Jump Diffusion Model, MRJD) 作為價格模型進行比較。能源價格間往往存在一定的相關程度，為了完整衡量能源市場參與者的市場風險，本研究以煉油廠為例，將煉油廠表示成特定期貨部位的投資組合，內容包括長部位的汽油和熱燃油 (持有產品)、短部位的原油 (需買入原料)，考慮之間的相關性，透過計算投資組合的風險值來衡量煉油廠的財務風險。

由於化石燃料使用時所產生的副產品-溫室氣體已嚴重衝擊全球氣候與生態環境，為了地球的永續發展，2005年2月16日生效的京都議定書，規範公約的主要工業國家未來溫室氣體排放目標，減量目標可透過排放交易來抵減排放額度，其中以歐盟排放交易機制下的歐盟排碳配額 (EU Allowances, EUAs) 規模最大。從那時起碳排放量不再只是環保意識與道德勸說，更直接影響到國家的發展、公司的獲利。雖然台灣目前並非京都議定書所規範的國家，但環境保護是未來的趨勢，應當及早考量排碳限額對於我國相關產業的影響，因此在衡量煉油廠財務風險時，除了考慮相關原料和產品，本研究認為還需考慮加入碳權交易之影響。

1.2 研究目的

本研究的主要目的在於找出適當的能源商品模型以衡量能源產業的財務風險，其內容如下：

1. 推導結合季節性的 MR 和 MRJD 模型期貨價格封閉解，以計算期貨價格之風險值。
2. 將煉油廠表示成特定的期貨部位的投資組合（長部位的汽油、熱燃油和短部位的原油），考慮商品間的相關性並計算風險值，以衡量財務風險。
3. 探討加入碳權交易後煉油廠財務風險的變動情形，並找出使風險極小化的資產比例配置。

1.3 研究架構

本文架構如下：第二章文獻回顧；第三章介紹均數回復模型和均數回復跳躍擴散模型，並計算考慮季節性後期貨理論價格的封閉解；第四章介紹模型參數的估計和檢定；第五章利用原油、燃油和汽油期貨建構投資組合，計算風險值以衡量煉油廠的財務風險，並且探討加入碳權交易對於風險的影響；第六章為本文研究結論。

2 文獻回顧

2.1 能源價格動態模型回顧

Black-Scholes (1973) 使用布朗運動 (Brownian Motion) 來描述股價的動態過程，此過程包括漂移項和隨機項，並假設股價服從對數常態分配。此模型的期貨、選擇權等衍生性商品的封閉解和避險參數皆能計算出來，並使用於交易與避險操作上，因此 B-S 模型在股票市場上深受歡迎並廣泛運用。然而，股價常會因為未預期的事件發生而產生大幅度的變動，使市場報酬率較 B-S 模型假設的常態分配來得厚尾、有較多的極端值。為了描述股價跳躍的現象，Merton (1976) 提出了跳躍擴散模型 (Jump Diffusion Model)，此模型除了保留 B-S 模型對正常股價變動的描述外，再加上跳躍項來描述股價的異常變動。跳躍項包括了跳躍頻率與跳躍幅度，並假設跳躍頻率服從卜松過程、跳躍幅度為對數常態分配。Ball and Torous (1983) 提出當固定時間間隔足夠小時，跳躍發生超過兩次的機率是微不足道的，故將跳躍頻率從 Merton 假設的卜松過程簡化為百努利過程 (Bernoulli Process)，如此在保留經濟意涵的同時，亦增加模型的實用程度。Ball and Torous (1985) 對紐約證券交易所上市的 30 檔股票進行實證分析，發現對大部份的股票來說加入跳躍因子的模型有顯著的解釋能力，解決了 B-S 模型無法解釋的報酬率厚尾現象。

然而，在股票市場適用的模型並不代表在其他市場也有良好的解釋能力。能源市場與股票市場的價格行為存在很大的差異，觀察石油、天然氣等能源商品可發現以下特性：(一) 相較於股票市場，能源商品流動性較差、波動度較高且有很大的儲藏成本。(二) 能源價格具有回復至長期價格水準的行為。(三) 多數能源商品具有強烈的季節性。(四) 商品間存在很高的相關性 (尤其是原料和精煉產品之間)。由於能源市場有不同於股票市場之特性，故使用 B-S 模型並不適當。

在能源評價文獻中，一般假設能源價格具有均數回復的現象。Schwarz (1997) 比較三種考慮均數回復現象的商品價格隨機模型，並推導出期貨理論價格。第一個模型為單因子模型，假設商品的對數價格服從均數回復過程；第二個模型考慮了第二個隨機因子，假設便利收益率服從均數回復過程；而第三個模型再加入隨機利率的影響。此研究利用卡爾曼濾波法 (Kalman Filter Methodology) 估計三個模型的參數，並分別使用銅、石油和黃金資料進行實證分析，結果顯示能源具有強烈的均數回復現象。

然而，能源價格除具有回復至長期水準的特性外，還存在跳躍和季節性等現象，若使用單純的均數回復模型恐怕無法良好描述能源價格的行為，因此國外學者紛紛針對如何改善均數回復模型進行研究。Clewlow and Strickland (2000) 將 Schwarz 的模型加入跳躍項，提出了均數回復跳躍擴散過程，書中利用蒙地卡羅模擬法計算期貨和選擇權價格，然而並未推導出在該模型下的期貨價格封閉解。

Lucia and Schwarz (2002) 說明捕捉電力價格行為特性的重要性，並運用於衍生性商品之評價。此篇論文分析北歐電力交易所的電力現貨、期貨和遠期價格，發現季節性對於現貨價格和遠期價格曲線有重大的影響。故作者將現貨價格拆解成季節性和去除季節性部分，分別透過確定函數和均數回復模型捕捉價格行為，並推導出包含季節性因子的期貨價格封閉解。結果顯示，使用正弦函數得以有效描述季節性之現象。

Cartea and Figueroa (2005) 分析英格蘭和威爾士市場的即期價格資料，顯示電力價格同時具有均數回復、季節性以及跳躍之特性，故提出電力價格服從結合季節性的均數回復跳躍擴散模型，並推導出相應的遠期價格封閉解。文中使用即期價格資料估計隨機模型和季節性參數，並藉由極小化遠期理論價格與市價的平方差估計市場風險溢酬，結果顯示在這些參數下，均數回復跳躍擴散模型得以有效捕捉電力價格行為。此篇論文假設均數回復水準為零，但我們認為此假設並不通

用於各種能源價格，因此，本文將推導考慮均數回復水準參數下，結合季節性的均數回復跳躍擴散模型之期貨理論價格封閉解。

2.2 能源投資組合之風險管理

1993 年 J.P. Morgan 前任總裁 Dennis Weatherstone 要求業務部門於每日午四點十五分提出一頁的簡短報告，內容應摘要公司暴露於市場行情變動的風險，以作為未來二十四小時公司潛在損失的預估值，此為著名的「4:15 Report」，同時也是現今最熱門的風險管理工具-風險值(Value at Risk, VaR)。1994 年 J.P Morgan 在網路上公開其開發的 Risk Metrics 系統和資料庫，並免費提供計算風險值所需的數據資料，以及詳細的技術手冊¹，使得業界、學術和市場參與者可以更方便的計算風險值以進行風險管理與相關研究。

風險值的使用動力，不僅來自於美國大型投資銀行，也來自於金融監理機構。特別值得注意的是，1996 年巴賽爾銀行監理委員會提出「資本協定涵蓋市場風險修正案」，允許商業銀行使用內部模型計算風險值以衡量市場風險，並以此來評斷銀行資本適足率的標準。而 1997 年美國證券管理委員會強制要求銀行等儲蓄機構揭露市場風險，透過計算風險值量化衍生性金融商品和財務工具的曝險程度。由於風險值可以總和公司所面臨的各種市場風險，以簡單的數字有效量化風險，讓管理階層人員清楚知道公司資產潛在損失的上限，再加上各項法規及主管機關的要求，已使得風險值快速發展成為衡量或揭露風險之標準化指標。

根據 Jorion (2007)的定義，風險值為「給定特定的信賴水準下，衡量在某一目標期間 (Target Horizon) 內，投資組合的損失上限」。為了計算風險值，公司必須收集整個公司部位與市場資料，利用這些資料建構 P&L (Profits and Losses)

1. 見 J.P.Morgan (1996)

的機率密度函數，以找出該分配的特定的百分位數，即為所謂的風險值。

Jorion (2007)將風險值的計算方法分為兩大類：

- 局部評價法 (Local-Valuation Method)：僅利用初始投資組合對風險因子的敏感度來衡量風險，此類方法以 Delta-Normal 法作為代表。由於此類方法計算風險值時皆會用到變異數-共變異數矩陣，故又被稱為變異數-共變異數法 (Variance-Covariance Method)。
- 完全評價法 (Full-Valuation Method)：重新評價投資組合的價值，進而求出風險值。常用的方法包括歷史模擬法 (Historical Simulation Method) 和蒙地卡羅模擬法 (Monte Carlo Simulation Method)。

常用的三種風險值計算方法包括變異數-共變異數法、歷史模擬法和蒙地卡羅模擬法。變異數-共變異數法假設模型為常態分配、計算容易，但無法捕捉厚尾現象；歷史模擬法模型為實際報酬分配、計算容易，但無法反應風險的時間變異與歷史資料以外之特殊事件；而蒙地卡羅模擬法使用一般化之模型、可捕捉厚尾現象和處理非線性商品，但具有模型風險，三種方法的詳細比較整理於表 1。

在風險值模型的評價上，Basle Committee (1996)提出回溯測試(Back Testing)來檢測風險值模型是否合宜，此法比較一段期間風險值與實際值之差異，探討實際損失超過估計的風險值之次數，以確認模型估計結果是否符合最初信賴水準的設定。Kupiec (1995)提出失敗比率檢定 (Proportion of Failure Test)，針對估計的風險值進行測試，其目的在於檢定模型設定的失敗比率 (即為顯著水準) 是否於實際比率相同。上述兩種檢定方法皆假設失敗的發生為序列獨立，然而 Christoffersen (1998)認為實際上失敗情形可能存在序列相依，故對風險值模型檢定提出三個 LR 檢定，除了考慮失敗次數外亦對於是否存在連續失敗的情形進行檢定。

近年來有許多能源市場風險值的實證文獻，研究方向大致分為 ARCH-type 模型、極端值理論、以及現貨模型。Mauro (1999)發展如何利用風險值衡量能源產業的價格風險。文中介紹風險值的理論基礎，並衡量煉油產業的曝險程度。另外，他們亦指出能源產業的財務風險日益增加，因此需要使用風險值進行價格風險管理。

Sadeghi and Shavvalpour (2006)指出隨著能源市場的競爭與解禁，能源市場已成為相對自由且具有高度價格波動的市場，故需透過量化風險來進行風險管理，而其中風險值已成為量化市場風險的必備工具。計算風險值有許多種方法，而本文中介紹的方法是 ARMA 估計修正之歷史模擬法 (Historical Simulation ARMA Forecasts, HSAF) 和 GARCH 模型修正之變異數共變異數法 (Variance-Covariance based on GARCH Model)。結果顯示，HSAF 方法有較佳的表現。

Marimoutou et al. (2009)使用非條件極端值模型 (Unconditional EVT Model) 和條件極端值模型 (Conditional EVT Model) 預測原油市場多空交易部位的風險值，並與其他常見的風險值模型 (如 GARCH、歷史模擬法、濾網歷史模擬法) 進行比較。結果顯示，條件極端值模型與濾網歷史模擬法較傳統方法有顯著的提升。

Andriosopoulos and Nomikos (2011) 利用多種隨機模型 (如 GBM、MR、MRJD 等) 捕捉能源價格的動態過程，並針對多種能源即期價格的風險值進行估計。由於對於能源交易者和風險管理者來說，能有效捕捉分配雙尾特性是十分重要的，故此研究依能源的長短部位分別進行討論。結果顯示，MRJD 模型下的各種油品相關能源風險值，不論是長部位還是短部位皆通過回溯測試之檢定。

2.3 碳權交易市場

京都議定書為已開發國家和經濟轉型國家制定了具有法力約束力的溫室氣

體減排和限排目標，使得碳排放權成為稀有資源，發現碳排放權價格的交易市場應運而生。

2.3.1 京都議定書之彈性減量機制與碳排放市場

京都議定書遵循 Coase (1960)的產權理論，即企業在治理溫室氣體上具有成本差異，既然日常的商品交換可以視為產權之交換，因此溫室氣體排放權也可進行交換，如此碳權交易成為市場經濟架構解決汙染問題最有效率的方式。

為了有效達成減碳目標，京都議定書制定了三種彈性減碳機制：共同減量機制(Joint Implementation, JI)、清潔發展機制(Clean Development Mechanism, CDM)和國際排放交易(International Emission Trading, IET)。共同減量是已開發國家間以項目為基礎的減碳合作；清潔發展機制是已開發國家和開發中國家以項目為基礎的排放量交易，開發中國家從中獲得排放配額、開發中國家獲得資金和技術；國際排放交易則是已開發國家間的碳權交易機制。

由於京都議定書規定原歐盟 15 國在 2008 年至 2012 年的溫室氣體排放量需較 1990 年減少 8%，歐盟為幫助其成員達成減排承諾，於 2005 年 1 月正式運作歐盟排放交易體系(EU Emission Trading Scheme, EU ETS)，根據世界銀行「State and Trends of the Carbon Market 2011」的數據顯示，歐盟排放交易體系的交易金額佔全部市場交易金額的比例為 84%，為目前世界上規模最大的碳權交易市場。

歐盟排放交易計畫分為兩期階段，第一階段(Phase I)從 2005 年至 2008 年，僅針對少數對排放量有重大影響的經濟部門進行規範，主要為能源相關產業如電力、煉油等等，此階段對於各成員國和相關產業營運者來說，為「邊做邊學」的時期。而第二階段(Phase II)從 2008 年至 2012 年，與京都議定書的第一個承諾期同步，主要規範工業部門的二氧化碳排放量。歐盟將近 12,000 家工業排放實體參與了歐盟排放交易體系，佔歐盟二氧化碳排放量 45% 以上，歐盟排放交易

體系的制度與京都議定書中的國際排放機制一致，每一家工業排放實體都會被分配到一定數量的 EUA，一單位的 EUA 表示擁有排放一公噸二氧化碳同等氣體的權利。歐盟規定工業排放實體之減量標準，若是超額減量可賣出 EUAs，若是減量未達標準，則須從市場上買進 EUAs。

由京都議定書是目前唯一規範減少溫室氣體排放的國際條約，所以 2012 年京都議定書第一階段承諾到期後續簽第二承諾期，是全球合作抗氣候變遷的必要措施。2011 年 12 月於南非德班召開的《聯合國氣候變化框架公約》第 17 次締約方會議中達成各國達成協議，將繼續《京都議定書》第二承諾期，並於 2013 年開始實施，延長京都議定書 5 年至 8 年。

2.3.2 碳權相關文獻

在經濟分析方面，目前許多研究已驗證了碳排放交易具有顯著的成本效果，例如 Zhang (2000)發展的模型研究碳權排放市場規模的擴大對於已開發國家和開發中國家之影響。該模型對 12 個國家和地區的邊際減碳成本進行分析，結果顯示，隨著碳權排放市場的擴大，已開發國家和開發中國家的總受益將會隨之提高。

在碳權市場方面，由於歐盟排放交易體系於 2005 年 1 月始正式運作，最初的三年 EUAs 價格十分不穩定。Alberola (2007)分析歐盟排放交易體系下每日 EUAs 之價格，並依其結構轉變而區分為兩階段。第一階段 (Period I) 為需求過於供給時期，期間由 2005/01/02 至 2006/04/28；第二階段 (Period II) 為供給過於需求時期，期間由 2006/05/01 至 2007/12/31。而 Lin et al. (2012)進一步延伸 Alberola (2007)的看法，設第三階段 (Period III) 為供需均衡時期，期間為 2008/01/02 至 2010/12/31，文中指出雖然於 2008 年下半年受到金融海嘯的衝擊，但在於 2009 年 2 月初達到谷底後，該市場慢慢恢復正常機制，EUAs 價格亦趨

於穩定。

在理論模型方面，Seifert et al. (2008) 將處罰金等碳權市場特色納入模型中，並使用動態均衡理論模型推導出 PDE 以分析碳權現貨價格，結果發現其動態過程未包含任何季節效果。Daskalakis (2009) 研究歐盟排放交易體系下三個主要市場，包括法國電力交易所 (Powernext)、北歐電力交易所 (Nord Pool) 和歐洲氣候交易所 (European Climate Exchange) 之 EUAs 資料，並且使用多種模型進行配適，結果顯示跳躍擴散過程無論是在動態過程的檢定上或是評價結果皆比 BSM 的表現好。

在風險管理方面，Börger et al. (2009) 研究歐洲電力、石油、天然氣、煤以及碳權期貨實際報酬資料，並使用 copula 和變量廣義雙曲線分配 (Multivariate Generalized Hyperbolic Distributions, GH) 描述能源相關商品的聯合分配。文中將發電廠表示成特定期貨部位的投資組合，藉由計算此投資組合的風險值來衡量發電廠的財務風險。結果顯示，GH 分配較常態分配對於能源投資組合的風險有更實際的描述，且此分配的風險值與期望損失皆有計算公式，故易於應用；而 Copula 方法較有彈性去描述統計的特性，但可能需要花費較多的時間才得以分析投資組合。最後，研究者發現碳權交易對於發電廠的風險管理策略十分重要，藉由持有相反部位的碳權，得以降低風險。

由碳權市場過去之研究，我們得知碳權價格具有跳躍的現象，然而並不具有能源商品常見的季節性效果；另外，在歐盟排放交易體系初運作的前幾年，碳權價格變動劇烈其價格發現功能有待提升，直到 2009 年 2 月初市場才趨於成熟且穩定，最後，我們發現碳權交易會影響能源產業的財務風險，故本文在衡量風險時會把碳權交易納入考量。

3 模型與期貨理論價格

3.1 對數價格模型

能源價格的行為具有季節性和回復至長期水準這兩項特性。大部分的能源價格會受到季節性循環的影響且隨著能源的短缺有節節高升的趨勢。例如，汽油價格往往在夏季達到高峰，其原因在於夏季為旅遊的季節，故運輸需求大增。然而，在去除這些影響後，能源商品因具有一定的生產成本和需求，使得價格有回復至長期水準之現象。因此，本文將能源價格拆成兩部分進行分析：季節性效果和去除季節性資料。

考慮季節性的影響，將對數價格分為季節性部分 $g(t)$ 與未含季節性部分 X_t ：

$$\ln S_t = g(t) + X_t \quad (1)$$

則即期價格為

$$S_t = e^{g(t)+X_t} = G(t) \times e^{X_t} \quad (2)$$

其中 $G(t) = e^{g(t)}$ 為確定函數 (Deterministic Function)， X_t 為去除季節性的序列。

針對受時間影響的對數價格變動，本文參考 Pilipovic (1997) 和 Mayer et al. (2011) 使用確定性季節函數進行捕捉，其中三角函數描述價格規律循環的部分、時間趨勢項捕捉價格變動趨勢；而針對去除季節性資料部分，則使用分別使用 Schwarz (1997) 提出的均數回復過程 (Mean-Reverting process, MR) 和 Clewlow and Strickland (2000) 提出的均數回復跳躍擴散模型 (Mean-Reverting Jump Diffusion Model, MRJD)，來捕捉能源價格回復至長期水準和跳躍的現象。

3.1.1 季節性

由於大部分的能源價格具有強烈的季節性行為，故本文在模型中結合確定性的季節性函數來捕捉價格高低循環的現象。針對季節性效果過去的文獻主要以兩類方式進行配適：配適分段常數函數（Piecewise Constant Function）或是三角函數。前者是將不同月份或是季節以虛擬變數（Dummy Variable）表示，藉此捕捉價格的季節性循環，Bhanot (2000)、Haldrup and Nielsen (2006)等使用此方法。而後者藉由三角函數捕捉季節性效果，包括 Pilipovic (1999)、Cartea and Figueroa (2005)、Weron (2006)、Mayer et al. (2011)等皆使用方法。由於使用虛擬變數無法提供一個平滑的季節性函數，故在評價期貨契約時可能會產生不連續的現象，造成評價上的問題，因此，本文使用三角函數來描述季節性行為，函數設定同 Mayer et al. (2011)。

本文將季節性函數 $g(t)$ 設定成以下形式：

$$g(t) = a_1 + a_2 \times t + a_3 \cos\left(\frac{2\pi(t - a_4)}{250}\right) \quad (3)$$

其中 a_1 為常數項， a_2 為時間趨勢項用來捕捉能源價格的趨勢， a_3 為季節性大小用來描述季節循環對於對數價格的影響程度， a_4 為季節性位置參數用來描述能源價格每年達到高峰和谷底的位置。將上式偏微分後，得到

$$dg(t) = \left[a_2 - \frac{2\pi}{250} \times a_3 \sin\left(\frac{2\pi(t - a_4)}{250}\right) \right] dt \quad (4)$$

顯示季節性效果對於對數價格的影響，僅來自於時間項的變動並未包含隨機項。針對不同能源商品分別估計季節性函數的參數，再將原始對數價格減掉季節性影響，得到去除季節性後的時間序列，即

$$X_t = Y_t - g(t) \quad (5)$$

此部分本文使用兩種隨機過程—MR 和 MRJD 進行模型配適。

3.1.2 均數回復過程

Schwarz (1997)提出均數回復過程 (Mean-Reverting process, MR)，此過程假設對數價格 X_t 具有回復至長期水準之現象：

$$dX_t = \alpha(m - X_t)dt + \sigma dZ_t^P \quad (6)$$

其中 α 為均數回復速度且必大於零， m 為均數回復水準即長期而言對數價格會收斂至此水準， σ 為即期價格的瞬時波動度， dZ_t^P 為在 P 測度下的布朗運動。

此模型假設均數回復速度 α 大於零，故事件的發生不會對價格造成永久的影響，而會使得對數價格具有回復至長期水準的現象：

1. 當對數價格小於長期水準 ($X_t < m$) 時，此模型中的 $\alpha(m - X_t)dt$ 項大於零，故會有一股力量將對數價格往上拉，最終回到長期水準 m 。
2. 當對數價格大於長期水準 ($X_t > m$) 時，此模型中的 $\alpha(m - X_t)dt$ 項小於零，故會有一股力量將對數價格向下拉，最終回到長期水準 m 。

考慮市場風險 h (假設為常數)，將此過程轉換到風險中立測度 (Q Measure) 下，則

$$dX_t = \alpha(m^* - X_t)dt + \sigma dZ_t^Q \quad (7)$$

其中 $m^* = m - h \frac{\sigma}{\alpha}$ 、 dZ_t^Q 為在 Q 測度下的布朗運動。

3.1.3 均數回復跳躍擴散過程

由於能源價格波動劇烈，故本文亦考慮加入跳躍因子的動態過程作為對數價格模型。Clewlow and Strickland (2000) 假設能源對數價格 X_t 服從均數回復跳躍擴散過程 (Mean-Reverting Jump Diffusion Process, MRJD)：

$$dX_t = \alpha(m - X_t)dt + \sigma dZ_t^P + \ln J dq_t \quad (8)$$

其中 α 為均數回復速度且必大於零， m 為均數回復水準即長期而言對數價格會收斂至此水準， σ 為即期價格的瞬時波動度， dZ_t^P 為在 P 測度下的布朗運動， J 為隨機跳躍幅度， dq_t 為跳躍頻率服從頻率為 $\lambda \Delta t$ 的卜松過程 (Poisson Process)，並假設 J 、 dZ_t 和 dq_t 彼此獨立。針對跳躍幅度 J ，本文假設其服從對數常態分配，即 $\ln J \sim N(\mu_J, \sigma_J^2)$ ；另外由於跳躍產生的風險為非系統風險、可分散，故假設 $E[J] = 1$ ，即跳躍風險不會提供任何的風險溢酬。有了上述假設，我們可得到對數跳躍幅度 $\ln J$ 為

$$\ln J \sim N\left(-\frac{\sigma_J^2}{2}, \sigma_J^2\right) \quad (9)$$

將等式(A 8)轉換到風險中立 Q 測度下，則

$$dX_t = \alpha(m^* - X_t)dt + \sigma dZ_t^Q + \ln J dq_t \quad (10)$$

其中 $m^* = m - h \frac{\sigma}{\alpha}$ ， dZ_t^Q 為在 Q 測度下的布朗運動。

3.2 期貨理論價格

由於到期日為 T 的期貨價格會等於在風險中立 Q 測度下現貨價格的條件期望值：

$$F(t, T) = E_t^Q[S_T] \quad (11)$$

因此，我們必須對價格的隨機微分方程進行積分求出精確的 S_T ，之後再計算期望值。定義原始對數價格 $Y_t \equiv \ln S_t$ ，考慮季節性影響後， Y_t 為：

$$Y_t = g(t) + X_t \quad (12)$$

其中 $g(t)$ 為季節性函數， X_t 為去除季節性的對數價格序列。將等式(12)偏微分後，可得對數價格的隨機微分方程為

$$dY_t = dg(t) + dX_t \quad (13)$$

此時原始對數價格的變動受到季節性和隨機過程所影響。

3.2.1 MR 期貨理論價格

結合 MR 模型和季節性後，對數價格在風險中立測度 Q 下的動態過程為

$$dY_t = \alpha(\mu(t) - Y_t)dt + \sigma dZ_t^Q \quad (14)$$

其中 $\mu(t) = m^* + g(t) + \frac{1}{\alpha} \frac{dg}{dt}$ ，顯示此時對數價格的長期水準已並非常數，而是會受到季節性的影響、隨時間而變動。將等式(14)乘以適當的積分因子後，並積分 t 至 T ，可得對數價格在時間 T 為

$$Y_T = g(T) + (Y_t - g(t))e^{-\alpha(T-t)} + m^*(1 - e^{-\alpha(T-t)}) + \sigma \int_t^T e^{-\alpha(T-s)} dZ_s^Q \quad (15)$$

由於 $S_T = e^{Y_T}$ ，我們將等式(15)代入等式(11)可計算出期貨理論價格為

$$\begin{aligned}
F(t, T) &= E_t^Q [S_T] \\
&= E_t^Q [e^{Y_T}] \\
&= \exp \left\{ g(T) + (\ln S_t - g(t)) e^{-\alpha(T-t)} + m^* (1 - e^{-\alpha(T-t)}) + \frac{\sigma^2}{4\alpha} (1 - e^{-2\alpha(T-t)}) \right\}
\end{aligned} \tag{16}$$

3.2.2 MRJD 期貨理論價格

同理，結合 MRJD 模型和季節性後，對數價格在風險中立測度 Q 下的動態瞬時過程為

$$\begin{aligned}
dY_t &= \alpha(m^* + g(t)) + \frac{1}{\alpha} \frac{dg}{dt} - Y_t dt + \sigma dZ_t^Q + \ln Jdq_t^Q \\
&= \alpha(\mu(t) - Y_t) dt + \sigma dZ_t^Q + \ln Jdq_t^Q
\end{aligned} \tag{17}$$

其中 $\mu(t) = m^* + g(t) + \frac{1}{\alpha} \frac{dg}{dt}$ 。將等式 (17) 乘以適當的積分因子並進行積分，可得

$$\begin{aligned}
Y_T &= g(T) + (Y_t - g(t)) e^{-\alpha(T-t)} + m^* (1 - e^{-\alpha(T-t)}) + \sigma \int_t^T e^{-\alpha(T-s)} dZ_s^Q \\
&\quad + \int_t^T e^{-\alpha(T-s)} \ln Jdq_s^Q
\end{aligned} \tag{18}$$

由於 $S_T = e^{Y_T}$ ，我們將等式 (17) 代入等式(11)計算出期貨理論價格

$$\begin{aligned}
F(t, T) &= E_t^Q [S_T] \\
&= E_t^Q [e^{Y_T}] \\
&= E_t^Q \left[e^{g(T)} e^{(Y_t - g(t)) e^{-\alpha(T-t)}} e^{m^* (1 - e^{-\alpha(T-t)})} e^{\sigma \int_t^T e^{-\alpha(T-s)} dZ_s^Q} e^{\int_t^T e^{-\alpha(T-s)} \ln Jdq_s^Q} \right] \\
&= \exp \left\{ g(T) + (\ln S_t - g(t)) e^{-\alpha(T-t)} + m^* (1 - e^{-\alpha(T-t)}) \right\} \\
&\quad \times E_t^Q \left[e^{\sigma \int_t^T e^{-\alpha(T-s)} dZ_s^Q} \right] E_t^Q \left[e^{\int_t^T e^{-\alpha(T-s)} \ln Jdq_s^Q} \right]
\end{aligned} \tag{19}$$

本文於附錄 A 證明上式中的兩個期望值分別為

$$E_t^Q \left[e^{\sigma \int_t^T e^{-\alpha(T-s)} dZ_s^Q} \right] = e^{\frac{\sigma^2}{4\alpha} (1 - e^{-2\alpha(T-t)})} \tag{20}$$

$$E_t^Q \left[e^{\int_t^T e^{-\alpha(T-s)} \ln J dq_s^Q} \right] = \exp \left\{ \int_t^T e^{-\frac{\sigma_J^2}{2} e^{-\alpha(T-s)} + \frac{\sigma_J^2}{2} e^{-2\alpha(T-s)}} \lambda ds - \lambda(T-t) \right\} \quad (21)$$

故結合季節性的 MRJD 模型之期貨理論價格封閉解為

$$F(t, T) = \exp \left\{ \begin{aligned} &g(T) + (\ln S_t - g(t)) e^{-\alpha(T-t)} + m^* (1 - e^{-\alpha(T-t)}) + \frac{\sigma^2}{4\alpha} (1 - e^{-2\alpha(T-t)}) \\ &+ \int_t^T e^{-\frac{\sigma_J^2}{2} e^{-\alpha(T-s)} + \frac{\sigma_J^2}{2} e^{-2\alpha(T-s)}} \lambda ds - \lambda(T-t) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

3.2.3 波動度

Samuelson (1965) 提出到期效果假說 (Maturity Effect Hypothesis)，期貨價格波動度會隨著到期日的接近而增加，其原因在於當期貨契約接近到期日時，會有較多的交易量，因而產生較大的價格波動。Pilipovic (1999) 針對能源商品進行分析，結果顯示由於能源有儲存上的限制，使得現貨價格有極高的波動度，而遠期價格波動度則隨著到期日的增加而有顯著的遞減。事實上，本文使用的 MR 和 MRJD 模型隱含了上述之特性。

以 MR 模型為例，現貨價格和期貨價格波動度分別為 (23) 和 (24)，其中現貨價格波動度為常數，而期貨價格波動度則隨著距到期日的增加呈指數遞減：

$$\sigma_t^S = \sqrt{\frac{E_t \left[\left(\frac{dS}{S} \right)^2 \right]}{dt}} = \sigma \quad (23)$$

$$\sigma_t^F = \sqrt{\frac{E_t \left[\left(\frac{dF_{t,T}}{F_{t,T}} \right)^2 \right]}{dt}} = e^{-\alpha(T-t)} \sigma \quad (24)$$

4 估計與檢定

4.1 估計

本節介紹季節性、MR 和 MRJD 模型的參數估計與模型檢定方法。常見的參數估計方法包括最小平方法、動差法和最大概似估計法。其中自我迴歸的最小平方法估計出的參數有時不會落在合理的區間內²，而動差法在小樣本時存在嚴重的偏誤，且當需估計的參數較多時，需計算高階動差，故造成計算上的困難。相較於前兩種方法，最大概似估計法具有一致性、不變性等良好性質，故本文使用最大概似估計法去估計 MR 和 MRJD 模型的參數。

4.1.1 估計季節性函數

季節性函數之設定為等式(25)，我們將原始對數價格序列進行非線性迴歸，找出參數估計值 $\hat{\theta} = (\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{a}_4)$ 。

$$g(t) = a_1 + a_2 \times t + a_3 \cos\left(\frac{2\pi(t - a_4)}{250}\right) \quad (25)$$

由於能源平均價格逐年上升且會隨著季節而有規律的變動，因此對於參數的估計值我們有以下的預期：

1. a_2 的估計值應為正值。
2. a_4 的估計值會依能源商品而異。例如，汽油價格於夏季達到高峰，故估計值應為-125 左右。

2. 見 Dixit and Pindyck (1994) 第三章

4.1.2 估計 MR 模型

假設 MR 模型的動態過程為

$$dX_t = \alpha(m - X_t)dt + \sigma dZ_t^P \quad (26)$$

此模型的參數為 $\theta = (\alpha, m, \sigma)$ 。我們將等式(26)表示成

$$X_T = X_t e^{-\alpha(T-t)} + m(1 - e^{-\alpha(T-t)}) + \sigma \int_t^T e^{-\alpha(T-s)} dZ_s^P \quad (27)$$

在固定每段時間長度 Δt 下， X_t 為常態分配，期望值和變異數分別為等式(28)和等式(29)：

$$E_{t-1}[X_t] = X_{t-1} e^{-\alpha \Delta t} + m(1 - e^{-\alpha \Delta t}) \quad (28)$$

$$\text{Var}_{t-1}[X_t] = \frac{\sigma^2}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha \Delta t}) \quad (29)$$

故對數即期價格的機率密度函數為

$$f(X_t, X_{t-1}; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}^2}} \exp \left[-\frac{\left(X_t - X_{t-1} e^{-\alpha \Delta t} - m(1 - e^{-\alpha \Delta t}) \right)^2}{2\hat{\sigma}^2} \right] \quad (30)$$

其中

$$\hat{\sigma}^2 = \sigma^2 \frac{1 - e^{-2\alpha \Delta t}}{2\alpha} \quad (31)$$

我們根據 $t=1, 2, \dots, T$ 得到對數概似函數為

$$\begin{aligned} \ell(\theta) &= \sum_{t=1}^T \ln f(X_t, X_{t-1}; m, \alpha, \hat{\sigma}) \\ &= -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - T \ln(\hat{\sigma}) - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2} \sum_{t=1}^T \left(X_t - X_{t-1} e^{-\alpha \Delta t} - m(1 - e^{-\alpha \Delta t}) \right)^2 \end{aligned} \quad (32)$$

令對數概似函數的一階條件為零：

$$\frac{\partial l(\theta)}{\partial m} = 0, \quad \frac{\partial l(\theta)}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial l(\theta)}{\partial \hat{\sigma}} = 0, \quad (33)$$

可得

$$m = \frac{\sum_{t=1}^T (X_t - X_{t-1} e^{-\alpha \Delta t})}{T(1 - e^{-\alpha \Delta t})} \quad (34)$$

$$\alpha = -\frac{1}{\Delta t} \ln \frac{\sum_{t=1}^T (X_t - m)(X_{t-1} - m)}{\sum_{t=1}^T (X_{t-1} - m)^2} \quad (35)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [X_t - m - e^{-\alpha \Delta t} (X_{t-1} - m)]^2 \quad (36)$$

此三個一階條件彼此相關，其中 m 和 α 皆與 $\hat{\sigma}$ 獨立，因此只要解出其中一個參數就可知道另一個，再將 α 和 m 代入即可得到 $\hat{\sigma}$ 。為了表示方便，我們給定以下符號：

$$S_x = \sum_{t=1}^T X_{t-1}, \quad S_y = \sum_{t=1}^T X_t, \quad S_{xx} = \sum_{t=1}^T X_{t-1}^2, \quad S_{xy} = \sum_{t=1}^T X_{t-1} X_t, \quad S_{yy} = \sum_{t=1}^T X_t^2$$

故經過整理和運算後可求出最大概似估計值，可得均數回復水準 m 為

$$m = \frac{S_y S_{xx} - S_x S_{xy}}{T(S_{xx} - S_{xy}) - (S_x^2 - S_x S_y)} \quad (37)$$

均數回復速度 α 為

$$\alpha = -\frac{1}{\Delta t} \ln \frac{S_{xy} - m S_x - m S_y + T m^2}{S_{xx} - 2m S_x + T m^2} \quad (38)$$

變異數可得如下

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \left[S_{yy} - 2e^{-\alpha\Delta t} S_{xy} + e^{-2\alpha\Delta t} S_{xx} - 2m(1 - e^{-\alpha\Delta t})(S_y - e^{-\alpha\Delta t} S_x) \right. \\ \left. + Tm^2(1 - e^{-\alpha\Delta t})^2 \right] \quad (39)$$

$$\sigma^2 = \hat{\sigma}^2 \frac{2\alpha}{1 - e^{-2\alpha\Delta t}} \quad (40)$$

4.1.3 估計 MRJD 模型

假設 MRJD 模型的動態過程為

$$dX_t = \alpha(m - X_{t-1})dt + \sigma dZ_t^P + \ln J dq_t \\ = \alpha(m - X_{t-1})dt + \sigma\sqrt{dt}\varepsilon + \ln J dq_t \quad (41)$$

其中 ε 為標準常態分配，跳躍大小 J 服從平均數 μ_J 、變異數為 σ_J^2 之對數常態分配， dq_t 為卜松過程、其頻率為 $\lambda\Delta t$ 。當每段時間長度 Δt 相同時，為了表示方便，我們以 R_t 、 α^* 、 σ^* 、 λ^* 替代 dX_t 、 $\alpha\Delta t$ 、 $\sigma\sqrt{\Delta t}$ 、 $\lambda\Delta t$ ，將資產報酬動態過程改寫為

$$R_t = \alpha^*(m - x_{t-1}) + \sigma^*\varepsilon + \ln J dq_t \quad (42)$$

故此模型的參數為 $\theta = (\alpha^*, m, \sigma^*, \mu_J, \sigma_J, \lambda^*)$ 。

Ball and Torous (1983)指出當固定時間間隔足夠小時，跳躍發生超過兩次的機率是微不足道的，故可將跳躍頻率從卜松過程簡化為百努利過程 (Bernoulli Process)， dq_t 為：

$$dq_t = \begin{cases} 1 & \text{with probability } \lambda^* \\ 0 & \text{with probability } 1 - \lambda^* \end{cases} \quad (43)$$

其中 λ^* 為跳躍發生的機率。當 dq_t 等於 1 時，表示發生跳躍 (Jump)，此情形的

發生機率為 λ^* ；當 dq_t 等於 0 時，表示未發生跳躍，此情形的發生機率為 $1-\lambda^*$ 。

由於 $f(R_t|\theta) = f(R_t|dq_t=i, \theta)P(dq_t=i|\theta)$ 、 $i=0,1$ ，其中

$$R_t | dq_t = i \sim N\left(\alpha^*(m-x_{t-1}) + i\mu_j, (\sigma^*)^2 + i\sigma_j^2\right) \quad (44)$$

故 $R = \{R_1, \dots, R_T\}$ 的概似函數為

$$\begin{aligned} L(\theta|R) &= \prod_{t=1}^T \left[\sum_{i=0}^1 f(R_t | dq_t = i, \theta) P(dq_t = i | \theta) \right] \\ &= \prod_{t=1}^T \left[\lambda^* \times \frac{1}{\sqrt{2\pi((\sigma^*)^2 + \sigma_j^2)}} \exp\left(-\frac{(x_t - \alpha^*(m-x_{t-1}) - \mu_j)^2}{2((\sigma^*)^2 + \sigma_j^2)}\right) \right. \\ &\quad \left. + (1-\lambda^*) \times \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^*)^2}} \exp\left(-\frac{(x_t - \alpha^*(m-x_{t-1}))^2}{2(\sigma^*)^2}\right) \right] \end{aligned} \quad (45)$$

對概似函數取對數，並令 $\ln L(\theta|R) = \ell$ ，則

$$\ell(\theta) = \sum_{t=1}^T \ln \left[\lambda^* \times \frac{1}{\sqrt{2\pi((\sigma^*)^2 + \sigma_j^2)}} \exp\left(-\frac{(x_t - \alpha^*(m-x_{t-1}) - \mu_j)^2}{2((\sigma^*)^2 + \sigma_j^2)}\right) \right. \\ \left. + (1-\lambda^*) \times \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^*)^2}} \exp\left(-\frac{(x_t - \alpha^*(m-x_{t-1}))^2}{2(\sigma^*)^2}\right) \right] \quad (46)$$

此概似函數較為複雜，我們利用程式運算找出使對數概似函數極大化的最大概似估計值。

4.1.4 估計風險溢酬

藉由極小化期貨理論價格與實際價格的相對誤差平方和 (Sum of Squared Relative Errors, SSRE) 去估計風險溢酬 h ，即

$$\min_h \sum_{t=1}^T \left(\frac{FMP_t - FP_t}{FMP_t} \right)^2 \quad (47)$$

其中 FMP_t 和 FP_t 分別代表期貨市場價格和期貨模型理論價格。我們將不同日期的期貨市場價格與理論價格相比較，找出使兩者價格最接近，意即 SSRE 最小的 h ，作為我們對風險溢酬的估計值。

4.2 概似度比檢定

本小節檢定能源價格是否具有跳躍的現象，意即加入跳躍因子的 MRJD 是否較 MR 模型對於資料有較高的解釋能力。我們使用概似度比檢定法 (Likelihood Ratio Test, LRT) 來進行檢定。

檢定虛無假設 $H_0: \theta \in \theta_0$ 、對立假設 $H_1: \theta \in \theta_1$ ，其中 $\theta_0 \subset \theta_1$ ，定義檢定統計量 Λ ：

$$\Lambda = \frac{\sup_{\theta \in \theta_0} L(\theta)}{\sup_{\theta \in \theta_1} L(\theta)}$$

其中 $\sup_{\theta \in \theta_i} L(\theta)$ 為最大概似估計值 $\theta \in \theta_i$ 使概似函數值 $L(\theta)$ 為最大。當樣本數夠大時，檢定統計量 $-2 \ln \Lambda$ 會趨近自由度為 r 的卡方分配。在給定顯著水準 α 下，若 $-2 \ln \Lambda > \chi_{r, 1-\alpha}^2$ ，則拒絕 H_0 ；反之，則無法拒絕 H_0 。

為了檢定能源價格是否有跳躍的現象，我們將虛無假設與對立假設定義如下：

$$H_0: \text{價格不存在跳躍現象} (\mu_j = 0, \sigma_j = 0, \lambda' = 0)$$

H_1 : 價格存在跳躍現象 ($\mu_j \neq 0, \sigma_j \neq 0, \lambda' \neq 0$)

虛無假設的對數概似函數為

$$\ell(\theta_0) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - T \ln(\hat{\sigma}) - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2} \sum_{t=1}^T \left(X_t - X_{t-1} e^{-\alpha \Delta t} - m(1 - e^{-\alpha \Delta t}) \right)^2 \quad (48)$$

對立假設的對數概似函數為

$$\ell(\theta_1) = \sum_{t=1}^T \ln \left(\begin{aligned} & \lambda^* \times \frac{1}{\sqrt{2\pi((\sigma^*)^2 + \sigma_j^2)}} \exp \left(-\frac{(x_s - \alpha^*(m - x_{t-1}) - \mu_j)^2}{2((\sigma^*)^2 + \sigma_j^2)} \right) \\ & + (1 - \lambda^*) \times \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^*)^2}} \exp \left(-\frac{(x_s - \alpha^*(m - x_{t-1}))^2}{2(\sigma^*)^2} \right) \end{aligned} \right) \quad (49)$$

虛無假設的模型有 3 個參數，而對立假設有 6 個參數，故當樣本數夠大時，統計量 $-2 \ln \Lambda$ 為自由度 3 ($r = 6 - 3 = 3$)、顯著水準為 α 的卡方分配。

5 實證分析

為了探討財務風險管理在能源產業之應用，本文以煉油廠為例，將其表示成特定期貨部位的投資組合，並透過計算投資組合風險值來衡量煉油廠的財務風險，至於其他風險（如營運風險、流動性風險等等）不在本文中加以討論。5.1 介紹本文研究樣本，包括原油、汽油、熱燃油以及碳權的現貨和期貨資料。5.2 分析資料並針對季節性、MR 和 MRJD 模型進行參數估計。5.3 建構代表煉油廠的投資組合。5.4 計算投資組合風險值，以衡量煉油廠的財務風險。實證分析過程（如圖 1 所示）大致分為以下步驟：

- 分析資料：分析原油、汽油、熱燃油和碳權現貨價格資料
- 去除季節性：利用現貨價格估計季節性，並得到去除季節性資料
- 參數估計：使用去除季節性資料估計 MR 和 MRJD 模型參數；使用期貨資料估計風險溢酬
- 建構代表煉油廠的投資組合
- 計算風險值：考慮能源商品間的相關性，並計算風險值以衡量煉油廠的財務風險
- 回溯測試：針對 2009/2/2 至 2011/12/30 期間進行回溯測試，並比較對數價格中常態分配、MR、MRJD 模型何者表現較佳

5.1 研究樣本

本文研究樣本為原油、汽油、熱燃油以及碳權的現貨和期貨價格資料。關於期貨契約，本研究使用原油、無鉛汽油、熱燃油近月期貨和 2012 年 12 月之碳權期貨。主要資料來源為 EIA。

● 原油

原油為製造石油產品的原料，本研究使用紐約商業交易所 (NYMEX) 的西德州中級原油 (West Texas Intermediate, WTI) 期貨和現貨收盤價作為代表，此期貨契約是目前世界上交易最活躍的商品期貨。該期貨契約以 1000 桶為單位，其報價單位 USD/bbl (美元/桶)。

● 汽油

汽油為石油製品中銷售量最大的一種，主要用於交通運輸工具的燃料，因此在旅遊旺季的時候需求量會大增。本研究使用 NYMEX 的 RBOB 無鉛汽油 (RBOB Regular Gasoline) 期貨和現貨收盤價作為代表。該期貨契約以 42,000 加侖 (1000 桶) 為單位，其報價單位 USd/gallon (美分/加侖)，為了分析方便，將單位轉換為 USD/bbl (美元/桶)³。

● 熱燃油

熱燃油為原油分餾裂解的中間產品，約佔原油耗料的 25% 左右，主要是充當燃料，為美國冬季家庭暖氣的重要來源。本研究使用 NYMEX 的 2 號熱燃油 (No. 2 Heating Oil, HO) 期貨和現貨收盤價作為代表。該期貨契約以 42,000 加侖 (1000 桶) 為單位，其報價單位 USd/gallon (美分/加侖)，為了分析方便，將

3. 1 桶(Barrel)等於 42 加侖(Gallon)

單位轉換為 USD/bbl (美元/桶)。

● 碳權

在煉油廠透過燃燒裂解原油的過程中，會排放二氧化碳等溫室氣體。本研究使用洲際交易所 (ICE) 的歐洲氣候交易所 (ECX) 歐盟排放權配額 (EUAs) 期貨和現貨收盤價作為代表。該期貨契約以 1000 個排放配額為單位，每個排放配額都表示擁有排放一公噸二氧化碳同等氣體的權利，其報價單位為 EUR/MT (歐元/公噸)，為了分析方便，將單位轉換為 USD/MT (美元/公噸)。

關於現貨資料期間，原油、汽油、熱燃油期間為 2000/1/4 至 2011/12/30；而碳權交易市場因直到 2009 年 2 月初才趨於成熟且穩定，故本文使用 2009/2/2 至 2011/12/30 之資料。關於期貨資料期間，為配合碳權資料期間，期貨皆使用 2009/2/2 至 2011/12/30 之資料，整理如表 2。

5.2 資料分析與參數估計

5.2.1 敘述統計

本節分析原油、汽油、熱燃油和碳權現貨收盤價，發現原油、汽油和熱燃油現貨價格長期來說具有上漲的趨勢 (見圖 2 至圖 4)，而碳權現貨價格則維持在一定水準上下 (見圖 5)。我們將價格轉換為對數報酬 R_t ($R_t = \ln(S_t/S_{t-1})$) (見圖 6 至圖 9)，並計算報酬率的敘述統計量，包括四個動差 (平均數、標準差、偏態、峰態) 和報酬率超過 $\pm 3\%$ 之天數，整理於表 3 至表 6。整體來看以 2008 年和 2009 年金融海嘯時期標準差最大、超過 $\pm 3\%$ 的比例也最高。另外觀察峰態數值，可發現大部分皆高於 3 (常態分配的峰態)，顯示存在較多的極端值，即具有厚尾的現象。表 7 為各商品間的相關係數，其中石油商品間的相關係數約為 0.7 左右，而與碳權的相關係數則介於 0.22 至 0.36 之間。

5.2.2 季節性

能源價格大多存在季節性的現象。例如，汽油的需求旺季在每年的六月到九月，因為夏季期間為旅遊旺季，對於汽油的需求較大；而熱燃油在每年的需求旺季在每年的十一月到隔年二月，因為冬季具有取暖的需要。因此，一般認為汽油和熱燃油價格分別會在夏季和冬季達到高峰，而原油價格則是受到成品油的需求所影響。

圖 10 呈現原油之季節性現象，顯示其價格於每年夏季達到高峰。主要原因除了夏季為能源需求旺季外，颶風季節的來臨亦嚴重影響原油的供給。美國於六月份正式進入颶風季節，石油設施可能會受到遭受颶風的侵襲及破壞，導致石油產能不足，而近年來由於全球暖化使得極端天氣事件更強更頻繁，也使得石油供給更加吃緊。例如：2005 年 8 月卡崔娜颶風對美國紐奧良造成嚴重破壞，並導致墨西哥灣附近三分之一以上油田被迫關閉、七座煉油廠和一座美國重要原油出口設施也暫時停工，產能下降造成市場緊張。

圖 11 呈現汽油之季節性現象，顯示其價格於每年夏季達到高峰。主要原因除了受到夏季原油價格走高外，更重要的是夏季為旅遊旺季，使駕車需求明顯增加，帶動汽油需求成長。圖 12 呈現熱燃油之季節性現象，顯示其價格於每年夏季達到高峰，此現象與 Pilipovic (1998) 使用 1990 年代資料的實證分析結果不同。本文使用 1986 年至 1999 年的歷史資料計算平均價格，圖 13 顯示過去熱燃油價格的確會因冬季的取暖需求而在冬季達到高峰。然而，使用較近期資料計算（見圖 12），卻發現近 5 年、10 年平均價格於夏季達到高峰，探究季節性效果改變之原因，可能受到全球暖化、氣候異常、美國煉油廠意外頻傳，以及投機資金大量進入能源市場等等因素之影響，所造成的結果。針對碳權價格，由於資料較少且近期研究（Seifer et al. (2008)）指出並未包含季節性，故本文便不加以分析其季節性效果。

由於原油、汽油和熱燃油價格具有季節性效果，本文利用確定函數等式(3)

捕捉此現象，季節性參數估計結果整理於表 8，其中時間趨勢項皆為正數且大小皆於 0.0005 左右，顯示這些商品價格長期來說具有上漲之現象；關於季節性位置，原油、汽油、熱燃油分別約為-121、-130 和-111，換算成月份大約在六月左右。我們估計出季節性參數後，利用等式(5)可得去除季節性之時間序列（如圖 14 至圖 16 所示）。

5.2.3 參數估計與檢定

大多隨機模型假設報酬率為常態分配，然而能源即期價格較常態分配波動較大、有較多極端事件的發生。圖 17 至圖 20 顯示原油、汽油、熱燃油和碳權現貨價格報酬率皆呈現厚尾的現象，意即極端事件發生的機率較常態分配高，故本文將使用具有跳躍因子的 MRJD 模型捕捉此現象。本文針對去除季節性資料⁴估計 MR 和 MRJD 模型參數，MR 模型共有 3 個參數，包括均數回復速度、均數回復水準、波動度；而 MRJD 模型則是較 MR 模型多了跳躍現象之相關參數，包括對數跳躍幅度的期望值和變異數以及跳躍頻率。本文將使用這些參數的估計值進行蒙地卡羅模擬法以計算投資組合風險值，估計結果整理於表 10。另外，表 10 亦呈現各模型極大化的對數概似函數值（Log Likelihood Function, LLF）與概似度比檢定法（Likelihood Ratio Test, LRT）下的檢定統計量。自由度為 3 之卡方分配在給定顯著水準為 0.05 和 0.01 下臨界值分別為 7.8147 和 11.3449，而原油、汽油、熱燃油和碳權的檢定統計量分別約為 413、219、771、69，比較兩者可發現這些能源商品之檢定統計量遠遠超過臨界值，顯示的確存在跳躍之現象。本文利用隨機模型參數估計結果計算期貨理論價格，並藉由極小化理論價格與實際價格的相對誤差平方和去估計風險溢酬，估計結果整理於表 9。

5. 由於碳權不具有季節性現象，故本文直接使用原始現貨價格資料估計 MR 和 MRJD 模型參數。

5.3 煉油廠投資組合

能源生產者的投資組合受到很多因素的影響，以煉油廠為例，重大影響因素包括：公司大小、煉油廠類型、產品類型和比例等等。當然我們可以假設各種能源投資組合去分析公司的曝險情形，不過此處以最典型的例子來做說明。我們假設一個傳統的煉油廠（未生產原油或是製造其他石化產品，僅專注於成品油的生產），並使用常見的裂解比例 3:2:1（三桶原油煉解出兩桶汽油和一桶熱燃油）作為代表。站在煉油廠的角度來看，他們需要買入原油並持有成品油，故當原油價格上漲或成品油價格下跌時，會不利於煉油廠；反之，當原油價格下跌或成品油價格上漲時，則有利於煉油廠的獲利情形。另外，由於京都議定書的規定，能源相關產業必須從市場上買入碳權以符合溫室氣體減排之標準，從此環境保護不再只是道德勸說，直接影響到國家發展與公司獲利情形；雖然台灣目前並非京都議定書所規範的國家，但環境保護是未來的趨勢，故在衡量能源產業財務風險時，除了考慮相關原料和產品，應考慮碳權交易之影響。為了探討財務風險管理在能源產業之應用，本文以煉油廠為例，將其表示特定期貨部位的投資組合，包括短部位的原油、長部位的汽油和熱燃油，而考量環境保護後，則需再加入短部位的碳權。關於碳權部位之大小，由於工業排放實體須購買 EUAs 之數量，受到被分配排放配額的多寡、機器效能、技術等因素影響，故本文將碳權部位設為 0.1，目的在於比較加入碳權交易之影響。因此我們建構以下兩個投資組合，分別為未考慮（投資組合 1）和考慮碳權交易（投資組合 2）下煉油廠的投資組合：

$$P_{1,t} = -3 \times \text{Futures}_{C,t} + 2 \times \text{Futures}_{G,t} + 1 \times \text{Futures}_{H,t}$$

$$P_{2,t} = -3 \times \text{Futures}_{C,t} + 2 \times \text{Futures}_{G,t} + 1 \times \text{Futures}_{H,t} - 0.1 \times \text{Futures}_{E,t}$$

其中 $\text{Futures}_{C,t}$ 為原油期貨、 $\text{Futures}_{G,t}$ 為汽油期貨、 $\text{Futures}_{H,t}$ 為熱燃油期貨、 $\text{Futures}_{E,t}$ 為碳權期貨。圖 21 為兩個投資組合之走勢圖，顯示投資組合價值受到

相關能源商品間的相對價格所影響。另外，投資組合 1 和投資組合 2 對數報酬之波動度分別為 0.0916 和 0.1004，顯示加入碳權交易後使得風險增加。

5.4 風險值

由於投資組合包含多種風險來源，故計算投資組合風險值時，必須考慮不同資產或不同風險因子間的相關係數，才可適當描述投資組合損益分配並計算風險值。本文使用 Cholesky 分解法將投資組合風險因子的變異數-共變異數矩陣分解，再利用分解後的矩陣把相關變數轉換為獨立變數間的線性組合，以解決風險因子間相關的問題。

利用 5.2 節中季節性、MR 和 MRJD 模型的參數估計結果，我們依照下列步驟進行蒙地卡羅模擬法計算每日的風險值：

- 步驟 1：選擇隨機過程
- 步驟 2：產生一連串的隨機變數，並藉此模擬出現貨價格
- 步驟 3：將模擬之現貨價格帶入期貨價格封閉解，求出期貨價值
- 步驟 4：計算期貨投資組合的價值
- 步驟 5：重複步驟 2 至步驟 4 共 N 次(e.g. N=10,000)
- 得到投資組合的損益分配，並計算出風險值

透過上述步驟，我們計算出兩個投資組合在 2009/2/2 至 2011/12/30 期間的各模型之日風險值，比較圖 22、圖 23 可發現增加額外風險性資產（碳權）的投資組合 2 較投資組合 1 的風險值來得高。然而，Börger et al. (2009)指出在代表發電廠的投資組合中加入碳權交易將會使得風險下降，此結論與本文結果不同，其原因在於電力與碳權價格相關程度極高，使得加入反向部位的碳權後，導致投資組合

風險下降，而本文中雖然成品油與碳權也存在一定的相關程度，但不足以抵銷多增加風險資產所帶來的波動度，故整體風險上升。

本文透過回溯測試 (Back Testing) 檢定各種風險值模型的穿透次數是否符合期望次數之假設，以判斷何種模型表現最佳。回溯測試結果顯示，不論有無加入碳權交易整體來看以 MRJD 模型表現最佳，而 MR 和常態模型有低估風險值的現象。接著，我們將測試期間分成 2009 年 (期間 1)、2010 年 (期間 2)、2011 年 (期間 3) 進行分析，發現期間 1 和期間 2 以 MRJD 模型表現最佳，由於此期間市場波動價大、有較多極端事件發生，故 MRJD 模型的跳躍項成功的捕捉此現象。而市場較為平靜的期間 3 則是以 MR 模型表現最佳，檢定結果整理於表 11、表 12。



6 結論

從過去文獻得知多數能源價格具有季節性、回復至長期水準、跳躍之現象，故本文將對數價格拆成季節性部分和去除季節性部分進行分析。我們分析原油、汽油、熱燃油、碳權現貨價格，發現除了碳權並未受季節循環影響外，其餘能源商品的平均價格皆於夏季達到高峰，即存在季節性效果，此部分本文使用三角函數捕捉此現象。接著，我們針對去除季節性資料估計均數回復過程和均數回復跳躍擴散過程之參數並進行 LRT 檢定，發現原油、汽油、熱燃油、碳權價格使用均數回復跳躍擴散過程較均數回復過程有較好的解釋力。

為了探討財務風險管理在能源產業之應用，本文以煉油廠為例，將其表示成特定期貨部位的投資組合，並透過計算投資組合風險值來衡量煉油廠的財務風險。雖然台灣目前並非京都議定書所規範的國家，但環境保護是未來的趨勢，故本文亦考量加入碳權交易之影響。實證結果顯示，不論有無加入碳權交易整體來看以均數回復跳躍擴散過程在回溯測試下表現最佳，而均數回復過程和常態模型皆有低估風險值的現象。最後，我們發現加入碳權交易後會使得煉油廠的財務風險上升。

雖然在煉油廠的例子中，加入碳權交易會使得財務風險增加，然而面對氣候變遷環境保護是不得不的選擇。因此，在未來延伸部分我們可以研究在何種能源商品配置比例下，會使得能源產業財務風險極小化，期望降低碳權交易對於能源產業之衝擊。

參考文獻

- Alberola, E., Chevallier J. and Chèze, B. (2008), "Price drivers and structural breaks in European carbon price 2005-2007," *Energy Policy* 36, 787-797.
- Andriosopoulos, K. and Nomikos, N. (2011), "Risk management in the energy markets and Value-at-Risk modeling: a Hybrid approach," 1st Conference of Financial Engineering and Banking Society.
- Ball, C. A. and Torous, W. N. (1983), "A simplified jump process for common stock returns," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 18, 53-65.
- Ball, C. A. and Torous, W. N. (1985), "On jumps in common stock prices and their impact on call option pricing," *Journal of Finance* 40, 155-173.
- Basle Committee on Banking Supervision (1996), "Supervisory framework for the use of backtesting in conjunction with the internal models approach to market risk capital requirements," Basle: Bank for International Settlement.
- Bhanot, K. (2000), "Behavior of power prices: implications for the valuation and hedging of financial contracts," *Journal of Risk* 2, 43-62.
- Black, F. and Scholes, M. (1973), "The pricing of options and corporate liabilities," *Journal of Political Economy* 81, 637-654.
- Boerger, R. H., Cartea, Á., Kiesel, R. and Schindlmayr, G. (2009), "Cross-commodity analysis and applications to risk Management," *Journal of Futures Markets* 29, 197-217.
- Cartea, Á. and Figueroa, M. G. (2005), "Pricing in electricity markets: a mean reverting jump diffusion model with seasonality," *Applied Mathematical Finance* 12, 313-335.
- Christoffersen, P. (1998), "Evaluating interval forecasts," *International Economic Review* 39, 841-862.
- Clewlow, L., and Strickland, C. (2000), "Energy derivatives: pricing and risk management," Lacima Publications.
- Coase, R. (1960), "The problem of social cost," *Journal of Law and Economics* 3, 1-44.
- Daskalakis, G., Psychoyios, D. and Markellos., R.N. (2009), "Modeling CO₂ emission

- allowance prices and derivatives: evidence from the European trading scheme,” *Journal of Banking and Finance* 33, 1230-1241.
- Dixit, A. K. and Pindyck R. S. (1994), “Investment under uncertainty,” Princeton University Press, Princeton, NJ.
- Haldrup, N. and Nielsen, M. O. (2006), “A regime switching long memory model for electricity prices,” *Journal of Econometrics* 135, 349-76.
- Jorion, P. (2007), “Value at risk: The new benchmark for managing financial risk,” 3rd edition, McGraw-Hill.
- JP Morgan (1996), “Risk Metrics,” Technical Document, New York.
- Kupiec, P. H. (1995), “Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models,” *Journal of Derivatives* 3, 73-84.
- Lin, S. K., Chen, S. N. and Li, C. Y. (2012), “Valuation of CO₂ emission allowance and derivatives using a regime switch jump diffusion model: evidence from the European trading scheme,” *Working paper*.
- Lucia, J. J. and Schwartz, E. S. (2002), “Electricity prices and power derivatives: Evidence from the Nordic power exchange,” *Review of Derivatives Research* 5, 5-50.
- Mauro, A. (1999), “Price risk management in the energy Industry: The value at risk approach,” *Proceedings of the XXII Annual International Conference of the International Association for Energy Economics*, 9-12.
- Marimoutou, V., Raggad, B. and Trabelsi, A. (2009), “Extreme value theory and value at risk: application to oil market,” *Energy Economics* 31, 519-530.
- Mayer, K., Schmid, T. and Weber, F. (2011), “Modeling electricity spot prices: combining mean-reversion, spikes and stochastic volatility,” *Working paper*.
- Merton, R. C. (1976), “Option pricing when underlying stock returns are discontinuous,” *Journal of Financial Economics* 3, 125-144.
- Pilipovic, D. (1997), “Energy risk: valuing and managing energy derivatives,” *McGraw-Hill*.
- Sadeghi, M. and Shavvalpour, S. (2005), “Energy risk management and value at risk modeling,” *Energy policy* 34, 3367-3373.

Samuelson, P. A. (1965), "Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly," *Industrial Management Review* 6, 41-49.

Schwartz, E. S. (1997), "The stochastic behavior of commodity prices: implications for valuation and hedging," *Journal of Finance* 52, 923-973.

Seifert, J., Uhig-Homburg, M. and Wanger, M. (2008), "Dynamic behavior of CO₂ spot prices," *Journal of Economics and Management* 56, 180-194.

Weron, R. (2006), "Modeling and forecasting electricity loads and prices: a statistical approach," Wiley Finance.

Zhang, Z. (2000), "The economics of energy policy in China: implication for global climate change," New York: Edward Elgar.



附錄 A：證明 MRJD 模型的期貨價格封閉解

此處我們證明等式(A 1)，過程參考 Cartea and Figueroa (2005)。為了計算方便，我們先計算等式(A 1)在 $[0, t]$ 之值，再將區間延伸至 $[t, T]$ 。

$$E_t^Q \left[e^{\int_t^T e^{-\alpha(T-s)} \ln J_s dq_s} \right] \quad (A 1)$$

我們定義以下符號

$$\alpha_s \equiv e^{-\alpha(T-s)} \ln J_s, \quad (A 2)$$

$$m_t = \int_0^t \alpha_s dq_s, \quad (A 3)$$

$$\begin{aligned} L_t &\equiv e^{\int_0^t \alpha_s dq_s} \\ &\equiv e^{m_t}, \end{aligned} \quad (A 4)$$

其中等式(A 3)等同於

$$dm_t = \alpha_t dq_t \quad (A 5)$$

為了計算 $E_0[L_t]$ ，我們必須得到 L_t 的動態過程。由一般化的伊藤定理， L_t 的隨機微分方程為

$$dL_t = \frac{\partial L_t(m_{t-})}{\partial m_t} dm_t - \frac{\partial L_t(m_{t-})}{\partial m_t} (m_t - m_{t-}) dq + (L_t - L_{t-}) dq \quad (A 6)$$

其中時間 t 發生大小為 α_t 之跳躍現象，而時間 $t-$ 為跳躍發生的前一瞬間，故

$$m_t = m_{t-} + \alpha_t \quad (A 7)$$

因此，等式(A 3)可改寫為

$$m_t = \int_0^t \alpha_s dq_s = \int_0^{t-} \alpha_s dq_s + \alpha_t \quad (A 8)$$

則等式(A4)為

$$\begin{aligned} L_t &\equiv e^{m_t} \\ &= e^{m_{t-} + \alpha_t} \\ &= L_{t-} e^{\alpha_t} \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

將等式(A5)、等式(A7)、等式(A9)和 $\frac{\partial L_t(m_{t-})}{\partial m_t} = L_{t-}$ 代入等式(A6)可得

$$dL_t = L_{t-} (e^{\alpha_t} - 1) dq_t \quad (\text{A10})$$

將上式積分 0 到 t 且令 $L_0 = 1$ ，則

$$L_t = 1 + \int_0^t L_s (e^{\alpha_s} - 1) dq_s \quad (\text{A11})$$

由於 $E_0[dq] = \lambda dt$ ，故等式(A11)之期望值為

$$E_0[L_t] = 1 + \int_0^t E_0[L_s] (E_0[e^{\alpha_s}] - 1) \lambda ds \quad (\text{A12})$$

接著我們定義 $E_0[L_t] \equiv n_t$ ，則等式(A12)可表示為

$$n_t = 1 + \int_0^t n_s (E_0[e^{\alpha_s}] - 1) \lambda ds \quad (\text{A13})$$

左右等式同時對 t 偏微分，可得

$$\frac{dn_t}{dt} = n_t (E_0[e^{\alpha_t}] - 1) \lambda \quad (\text{A14})$$

再將 n_t 移至等號左邊並積分 0 到 t ，則

$$\int_0^t \frac{dn_s}{n_s} = \int_0^t (E_0[e^{\alpha_s}] - 1) \lambda ds \quad (\text{A15})$$

由於 $n_0 = L_0 = 1$ ，故

$$\begin{aligned}\ln n_t &= \ln n_0 + \int_0^t (\mathbb{E}_0[e^{\alpha_s}] - 1) \lambda ds \\ &= \int_0^t (\mathbb{E}_0[e^{\alpha_s}] - 1) \lambda ds\end{aligned}\quad (\text{A } 16)$$

等號兩邊取指數並代入 n_t 、 L_t 之定義，可得

$$\mathbb{E}_0 \left[e^{\int_0^t \alpha_s dq_s} \right] = e^{\int_0^t (\mathbb{E}_0[e^{\alpha_s}] - 1) \lambda ds} \quad (\text{A } 17)$$

我們直接將積分域由 $[0, t]$ 延伸至 $[t, T]$ ，即

$$\mathbb{E}_t \left[e^{\int_t^T \alpha_s dq_s} \right] = e^{\int_t^T (\mathbb{E}_t[e^{\alpha_s}] - 1) \lambda ds} \quad (\text{A } 18)$$

現在只要再解出積分內的期望值，便可計算出等式(A 1)的值。根據等式(A 2)之定義， $\mathbb{E}_t[e^{\alpha_s}]$ 為

$$\mathbb{E}_t[e^{\alpha_s}] = \mathbb{E}_t \left[e^{e^{-\alpha(T-s)} \ln J_s} \right] \quad (\text{A } 19)$$

我們令 $b(s) = e^{-\alpha(T-s)}$ 、 $\phi = \ln J_s$ ，則

$$\mathbb{E}_t[e^{\alpha_s}] = \mathbb{E}_t \left[e^{b(s)\phi} \right] \quad (\text{A } 20)$$

其中 ϕ 為期望值 $-\sigma_J^2/2$ 、變異數 σ_J^2 之常態分配，故藉由常態分配的動差母函數，我們可以得到等式(A 19)的解為

$$\mathbb{E}_t[e^{\alpha_s}] = e^{-\frac{\sigma_J^2}{2} b(s) + \frac{\sigma_J^2}{2} b^2(s)} \quad (\text{A } 21)$$

將等式(A 21)代入等式(A 18)即可求出等式(A 1)為

$$\begin{aligned}
E_t \left[e^{\int_t^T e^{-\alpha(T-s)} \ln J_s dq_s} \right] &= e^{\int_t^T (E_t[e^{\alpha s}] - 1) \lambda ds} \\
&= \exp \left\{ \int_t^T \left(e^{-\frac{\sigma_J^2}{2} b(s) + \frac{\sigma_J^2}{2} b^2(s)} - 1 \right) \lambda ds \right\} \\
&= \exp \left\{ \int_t^T e^{-\frac{\sigma_J^2}{2} b(s) + \frac{\sigma_J^2}{2} b^2(s)} \lambda ds - \int_t^T \lambda ds \right\} \\
&= \exp \left\{ \int_t^T e^{-\frac{\sigma_J^2}{2} e^{-\alpha(T-s)} + \frac{\sigma_J^2}{2} e^{-2\alpha(T-s)}} \lambda ds - \lambda(T-t) \right\}
\end{aligned} \tag{A 22}$$



表 1 常用之風險值模型比較

計算方法		變異數-共變異數法	歷史模擬法	蒙地卡羅模擬法
部位	評價方式	部份評價	完全評價	完全評價
分配	分配假設	常態	實際	一般化
	時間變異	是	可能	是
	隱含波動度	可能	沒有	可能
	極端事件	機率小	實際資料	可能
	使用相關性	是	是	是
	VaR 精確度	良好	歷史窗口長度較短時準確性較差	模擬次數越多越好
應用	計算難易	簡單	簡單	困難
	評價準確性	依投資組合而定	良好	良好
	資訊傳達	容易	容易	困難
	VaR 分析	容易	較困難	較困難
	主要缺點	無法處理非線性商品與厚尾狀況	無法反應風險的時間變異與歷史資料以外之特殊事件	有模型風險

資料來源：Jorion (2007)

表 2 樣本期間

能源種類	商品	現貨資料期間	期貨資料期間
原油	WTI	2000/1/4~2011/12/30	2009/2/2~2011/12/30
汽油	RBOB Gasoline		
燃料油	No. 2 Heating Oil		
碳權	EUA 08-12	2009/2/2~2011/12/30	



表 3 原油現貨年度對數報酬之敘述統計

原油現貨價格報酬率												
年份	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
天數	249	250	250	250	249	251	249	252	253	252	252	252
平均數	0.0002	-0.0012	0.0018	0.0002	0.0012	0.0014	0.0000	0.0018	-0.0030	0.0023	0.0006	0.0003
標準差	0.0293	0.0294	0.0211	0.0284	0.0230	0.0221	0.0184	0.0188	0.0394	0.0337	0.0186	0.0218
偏態	-0.8202	-0.6069	-0.1335	-0.7086	-0.2249	-0.4536	0.0761	-0.0369	0.3055	-0.0473	0.3161	-0.3381
峰態	4.9293	8.5362	3.2656	7.8839	3.2426	7.0499	3.2677	3.0512	5.4392	5.3586	5.5267	4.8756
極端價格變動情形												
報酬大於 3% 天數	35	30	19	25	25	23	10	16	35	44	8	20
報酬小於 -3% 天數	32	29	19	22	22	15	15	15	45	30	14	16
報酬超過 3% 總天數	67	59	38	47	47	38	25	31	80	74	22	36
報酬超過 3% 相對天數	0.2691	0.2360	0.1520	0.1880	0.1888	0.1514	0.1004	0.1230	0.3162	0.2937	0.0873	0.1429

表 4 汽油現貨年度對數報酬之敘述統計

汽油現貨價格報酬率												
年份	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
天數	249	250	250	250	249	251	249	252	253	252	252	252
平均數	0.0006	-0.0014	0.0018	0.0004	0.0006	0.0019	-0.0003	0.0016	-0.0041	0.0033	0.0007	0.0004
標準差	0.0318	0.0312	0.0284	0.0320	0.0287	0.0374	0.0268	0.0235	0.0374	0.0313	0.0197	0.0205
偏態	-0.1943	-0.2119	-0.1913	-0.0867	-0.3290	1.1385	-0.2963	-0.2290	-0.2671	0.2951	-0.1511	-0.2261
峰態	3.5666	3.6844	3.5542	3.5616	3.0932	14.1491	3.2860	3.2880	4.8910	6.5373	4.1353	4.5414
極端價格變動情形												
報酬大於 3% 天數	36	36	33	42	37	35	30	31	32	40	16	12
報酬小於 -3% 天數	41	44	32	42	37	33	34	21	51	31	15	15
報酬超過 3% 總天數	77	80	65	84	74	68	64	52	83	71	31	27
報酬超過 3% 相對天數	0.3092	0.3200	0.2600	0.3360	0.2972	0.2709	0.2570	0.2063	0.3281	0.2817	0.1230	0.1071

表 5 熱燃油現貨年度對數報酬之敘述統計

熱燃油現貨價格報酬率												
年份	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
天數	249	250	250	250	249	251	249	252	253	252	252	252
平均數	0.0012	-0.0021	0.0019	0.0001	0.0013	0.0013	-0.0003	0.0020	-0.0028	0.0019	0.0007	0.0005
標準差	0.0580	0.0279	0.0208	0.0287	0.0259	0.0254	0.0227	0.0178	0.0279	0.0279	0.0177	0.0163
偏態	-2.3540	-0.3166	-0.3694	-0.2983	-0.0255	0.4892	0.2372	-0.3313	-0.1373	-0.0961	-0.0720	-0.5276
峰態	28.2735	4.9194	3.4664	3.9893	3.2347	3.9824	3.0695	4.7366	3.1999	4.2966	2.8221	5.4230
極端價格變動情形												
報酬大於 3% 天數	41	26	19	36	32	35	24	15	31	36	14	7
報酬小於 -3% 天數	37	30	20	28	28	20	17	8	39	31	13	8
報酬超過 3% 總天數	78	56	39	64	60	55	41	23	70	67	27	15
報酬超過 3% 相對天數	0.3133	0.2240	0.1560	0.2560	0.2410	0.2191	0.1647	0.0913	0.2767	0.2659	0.1071	0.0595

表 6 熱燃油現貨年度對數報酬之敘述統計

碳權現貨價格報酬率			
年份	2009	2010	2011
天數	195	195	206
平均數	0.0011	0.0003	-0.0031
標準差	0.0352	0.0218	0.0357
偏態	-0.1751	0.0730	0.2314
峰態	4.4433	3.1356	6.5067
極端價格變動情形			
報酬大於 3% 天數	31	18	24
報酬小於 -3% 天數	29	15	34
報酬超過 3% 總天數	60	33	58
報酬超過 3% 相對天數	0.3077	0.1692	0.2816

表 7 能源商品相關係數

相關係數	原油	汽油	熱燃油	碳權
原油	1.0000	0.6901	0.7963	0.3578
汽油	0.6901	1.0000	0.7905	0.2259
熱燃油	0.7963	0.7905	1.0000	0.2564
碳權	0.3578	0.2259	0.2564	1.0000

表 8 季節性參數估計結果

資料期間	2000/1/4 至 2011/12/30		
商品	原油	汽油	熱燃油
常數項	3.1743 (0.0088)	3.3467 (0.0086)	3.3006 (0.0094)
趨勢項	0.0005 (5.05E-06)	0.0005 (4.95E-06)	0.0005 (5.39E-06)
季節性大小	0.0584 (0.0062)	0.0935 (0.0061)	0.0274 (0.0066)
季節性位置	-121.6165 (4.2361)	-130.9618 (2.5930)	-111.7694 (9.6365)

*括號內為標準誤

表 9 風險溢酬估計結果

風險溢酬	原油	汽油	熱燃油	碳權
MR	0.1927 (0.0875)	0.2160 (0.0687)	0.1900 (0.0914)	0.0012 (0.0053)
MRJD	0.2954 (0.1150)	0.2999 (0.1087)	0.2375 (0.1127)	0.0282 (0.0064)

*括號內為標準誤

表 10 隨機模型參數估計結果

期間	2000/1/4 至 2011/12/30						2009/2/2 至 2011/12/30	
商品	原油		汽油		熱燃油		碳權	
模型	MR	MRJD	MR	MRJD	MR	MRJD	MR	MRJD
均數回復 速度	0.0060 (0.0045)	0.0053 (0.0111)	0.0079 (0.0023)	0.0090 (0.0040)	0.0061 (0.0035)	0.0058 (0.0029)	0.0019 (0.0006)	0.9674 (0.0322)
均數回復 水準	-0.0087 (0.0520)	0.1900 (1.0830)	-0.0024 (0.0164)	0.1088 (0.0107)	-0.0063 (0.0032)	0.0395 (1.0216)	2.0835 (0.0266)	0.0053 (0.0181)
波動度	0.0261 (0.0006)	0.0197 (0.0007)	0.0295 (0.0002)	0.0247 (0.0006)	0.0283 (0.0003)	0.0229 (0.0020)	0.0310 (0.0004)	0.4427 (0.0166)
對數跳躍幅 度期望值		-0.0090 (0.0095)		-0.0108 (0.0062)		-0.0122 (0.2057)		-0.1150 (0.0382)
對數跳躍幅 度波動度		0.0490 (0.0072)		0.0519 (0.0032)		0.1119 (0.0340)		0.8247 (0.0469)
跳躍頻率		0.1174 (0.0326)		0.0921 (0.0084)		0.0219 (0.0280)		0.0957 (0.0220)
LLF	6705.53	6912.53	6336.68	6446.62	6456.66	6842.39	1213.58	1248.45
LRT 檢定量	413.99***		219.90***		771.47***		69.75***	

*括號內為標準誤

*LLF 為對數概似函數

表 11 回溯測試結果 (投資組合 1)

全：2009/2/2~2011/12/30(共 581 日)			
模型	常態分配	MR	MRJD
期望失敗次數	29	29	29
實際失敗次數	42	55	24
檢定統計量	2.4768	4.9535	-0.9526
期間 1:2009/2/2~2009/12/31(共 191 日)			
模型	常態分配	MR	MRJD
期望失敗次數	9	9	9
實際失敗次數	25	29	14
檢定統計量	5.4719	6.8399	1.7100
期間 2:2010/1/4~2010/12/31(共 189 日)			
模型	常態分配	MR	MRJD
期望失敗次數	9	9	9
實際失敗次數	12	19	7
檢定統計量	1.0260	3.4199	-0.6840
期間 3:2011/1/3~2011/12/30(共 201 日)			
模型	常態分配	MR	MRJD
期望失敗次數	10	10	10
實際失敗次數	5	7	3
檢定統計量	-1.6222	-0.9733	-2.2711

表 12 回溯測試結果 (投資組合 2)

全：2009/2/2~2011/12/30(共 581 日)			
模型	常態分配	MR	MRJD
期望失敗次數	29	29	29
實際失敗次數	45	57	30
檢定統計量	3.0483	5.3345	0.1905
期間 1:2009/2/2~2009/12/31(共 191 日)			
模型	常態分配	MR	MRJD
期望失敗次數	9	9	9
實際失敗次數	27	31	16
檢定統計量	6.1559	7.5238	2.3939
期間 2:2010/1/4~2010/12/31(共 189 日)			
模型	常態分配	MR	MRJD
期望失敗次數	9	9	9
實際失敗次數	13	19	10
檢定統計量	1.3680	3.4199	0.3420
期間 3:2011/1/3~2011/12/30(共 201 日)			
模型	常態分配	MR	MRJD
期望失敗次數	10	10	10
實際失敗次數	5	7	4
檢定統計量	-1.6222	-0.9733	-1.9467

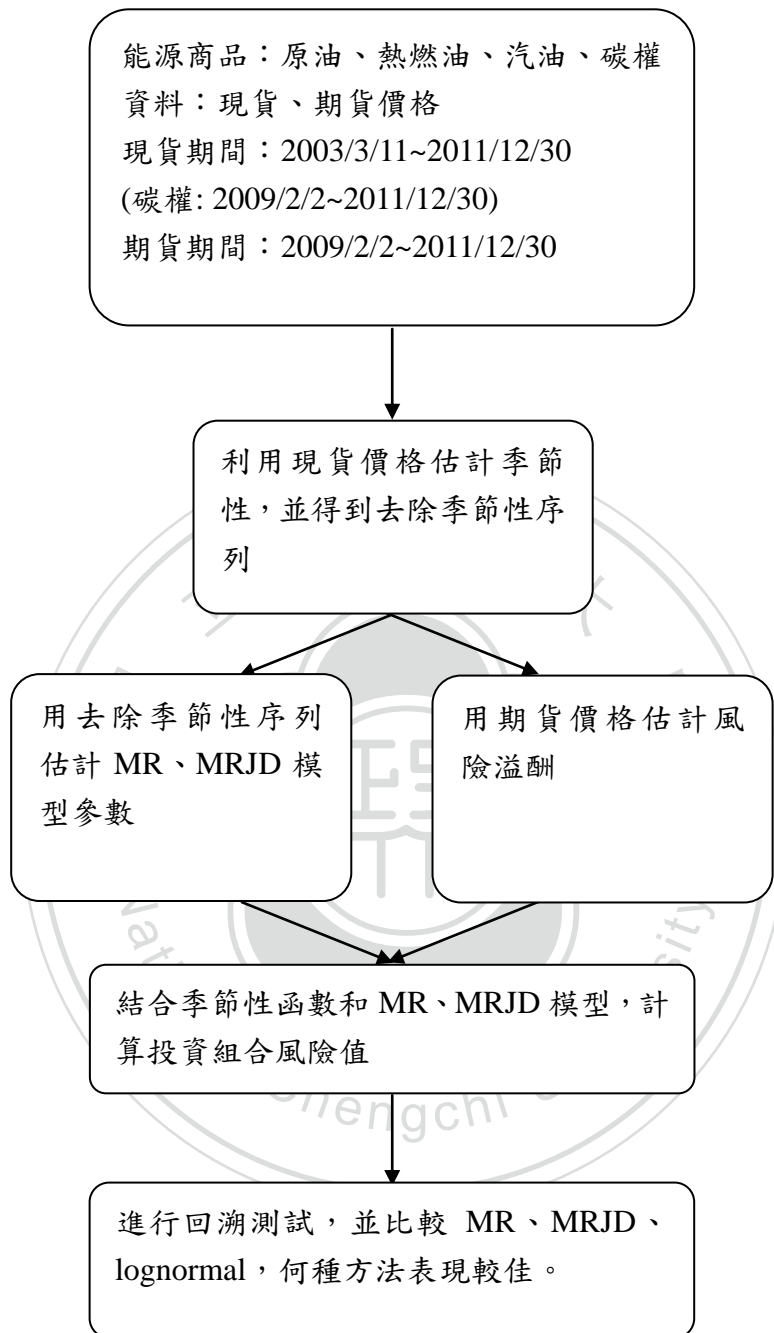


圖 1 實證分析流程圖

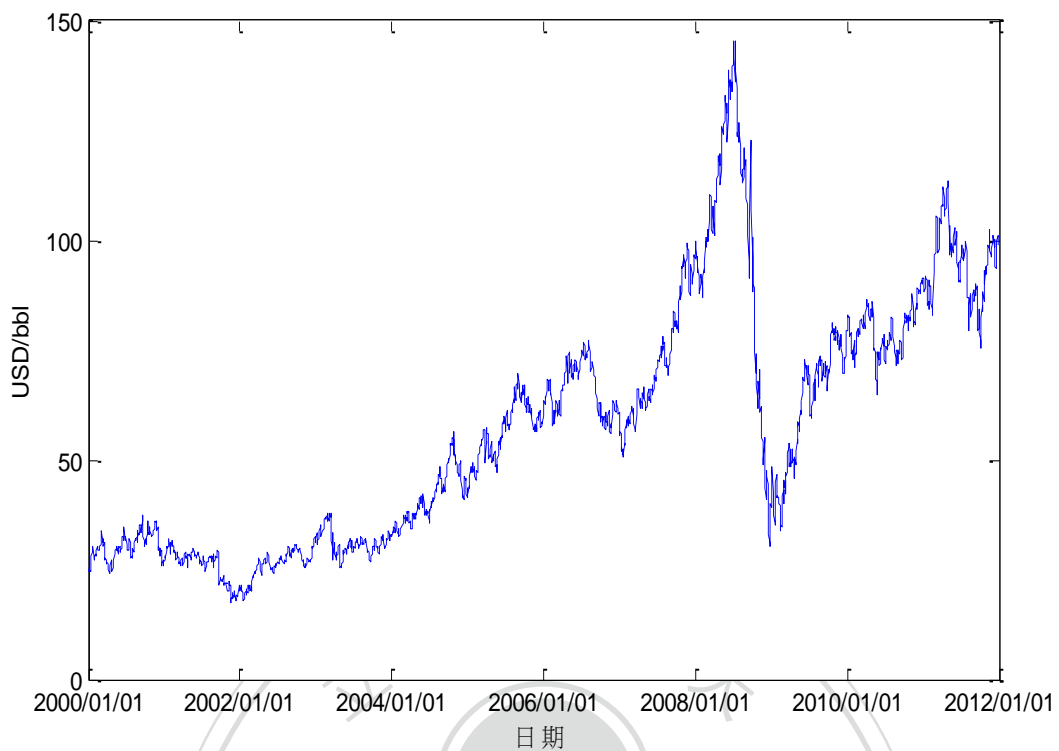


圖 2 原油現貨價格走勢圖

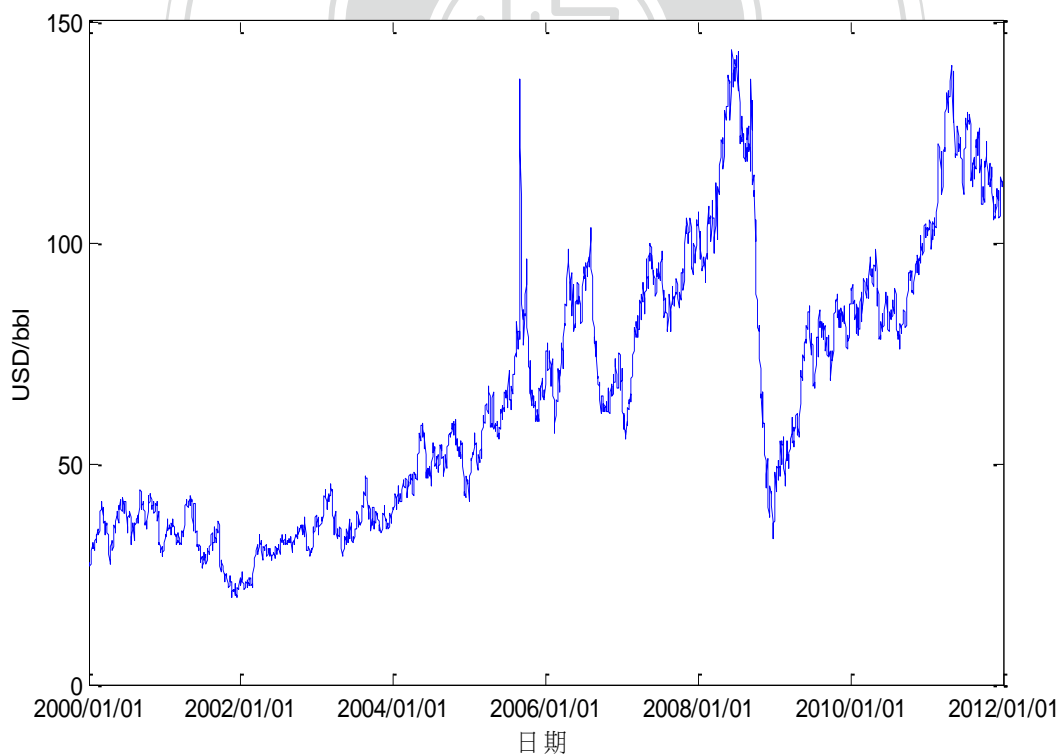


圖 3 汽油現貨價格走勢圖

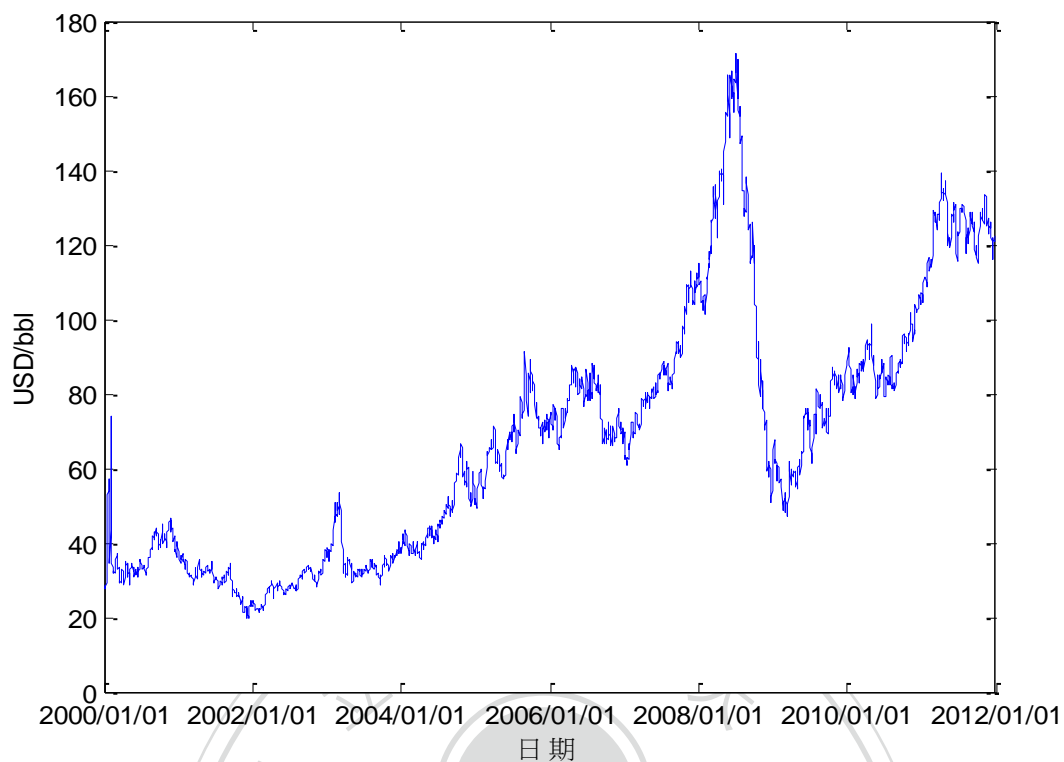


圖 4 熱燃油現貨價格走勢圖

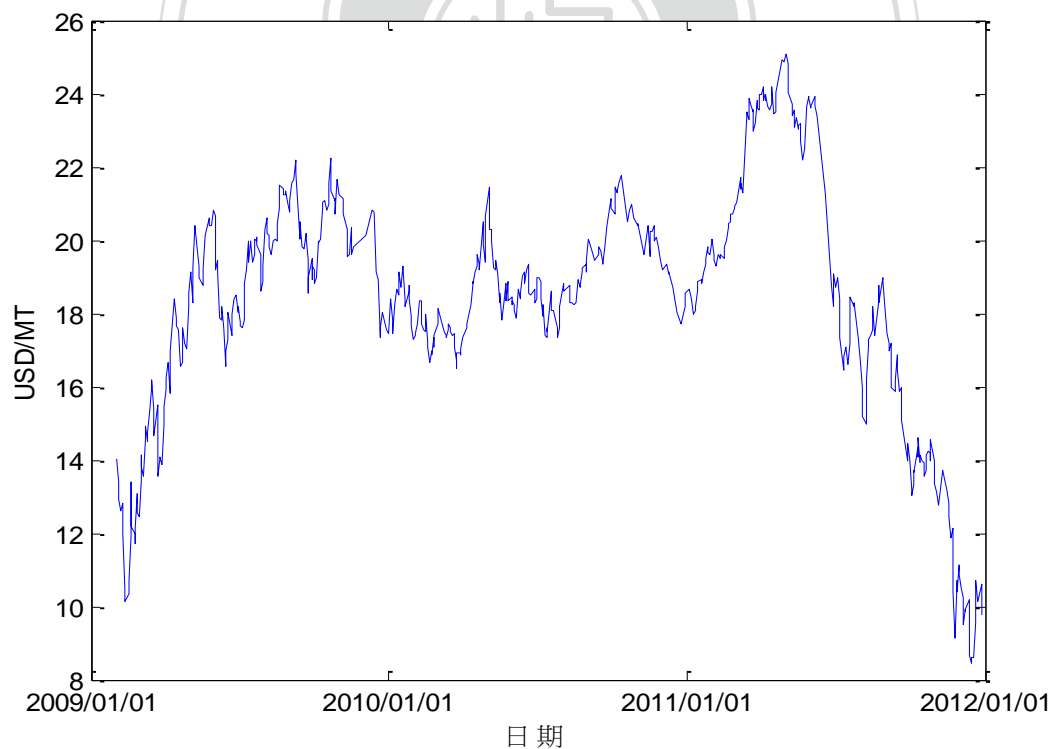


圖 5 碳權現貨價格走勢圖

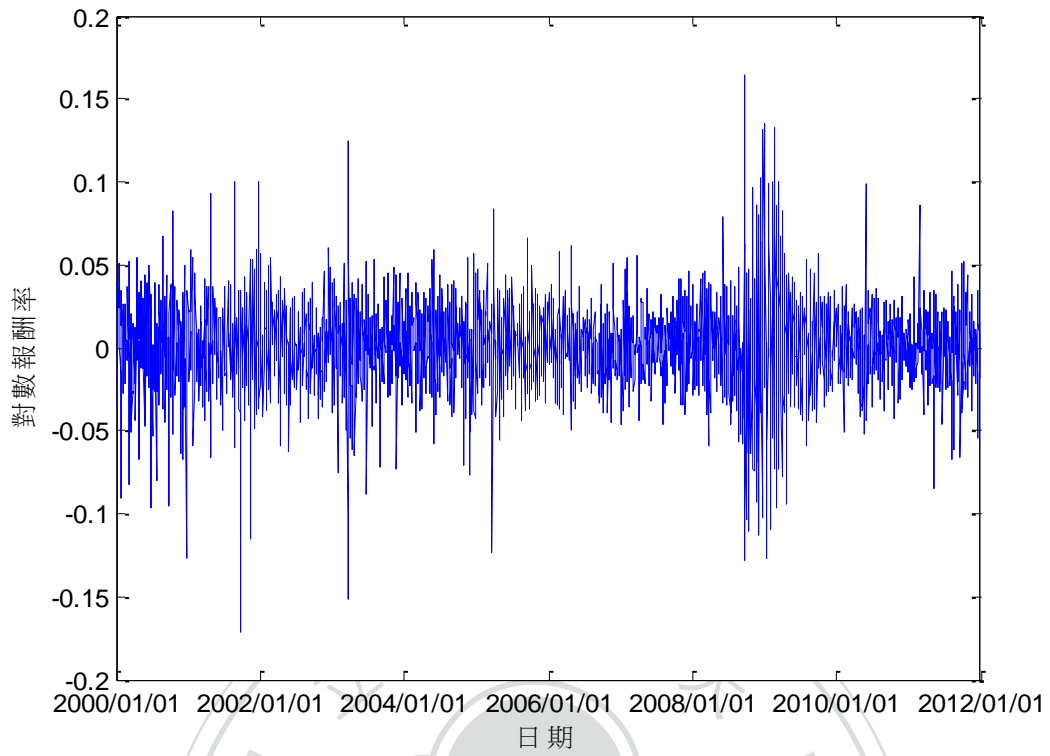


圖 6 原油現貨對數報酬

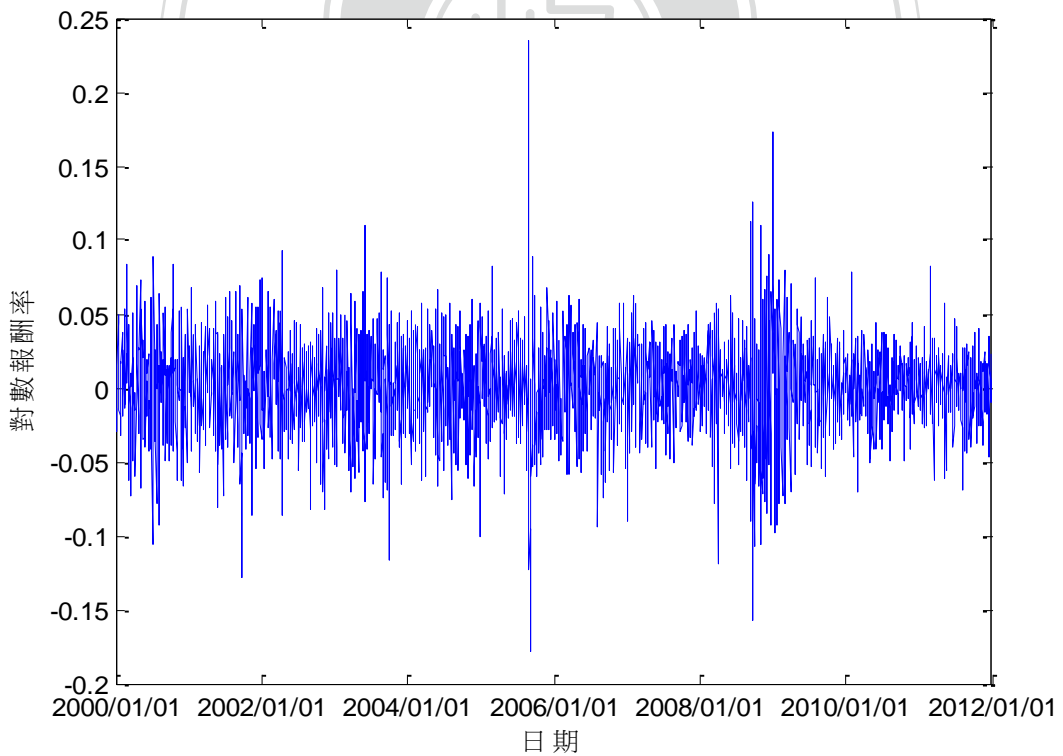


圖 7 汽油現貨對數報酬

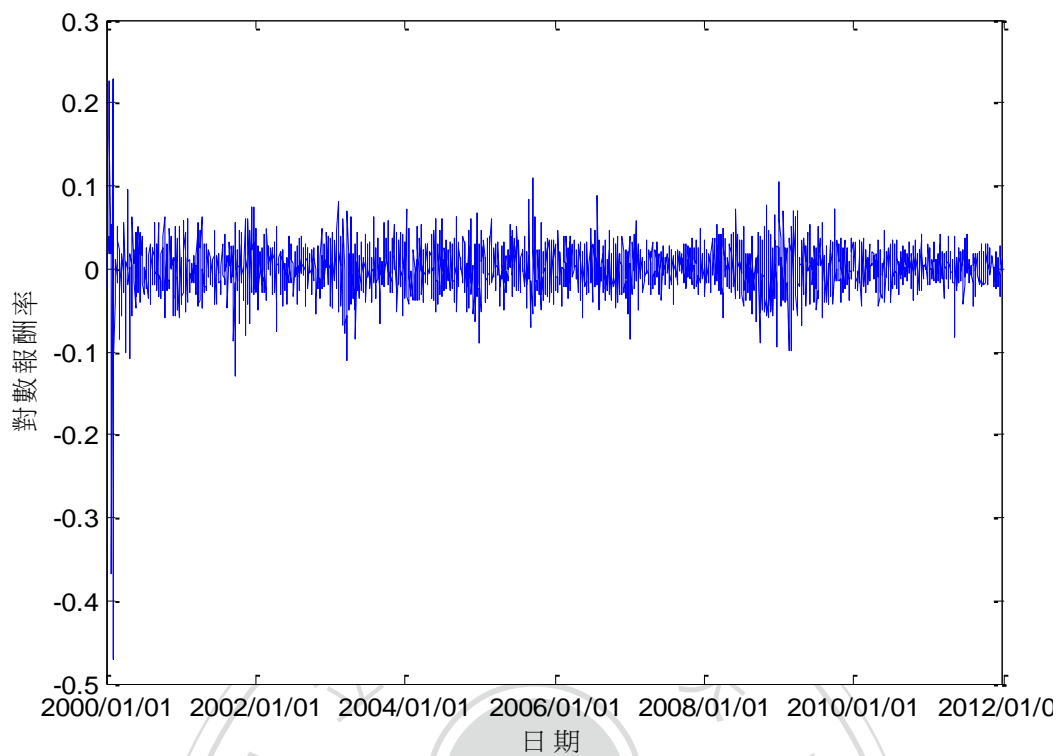


圖 8 熱燃油現貨對數報酬

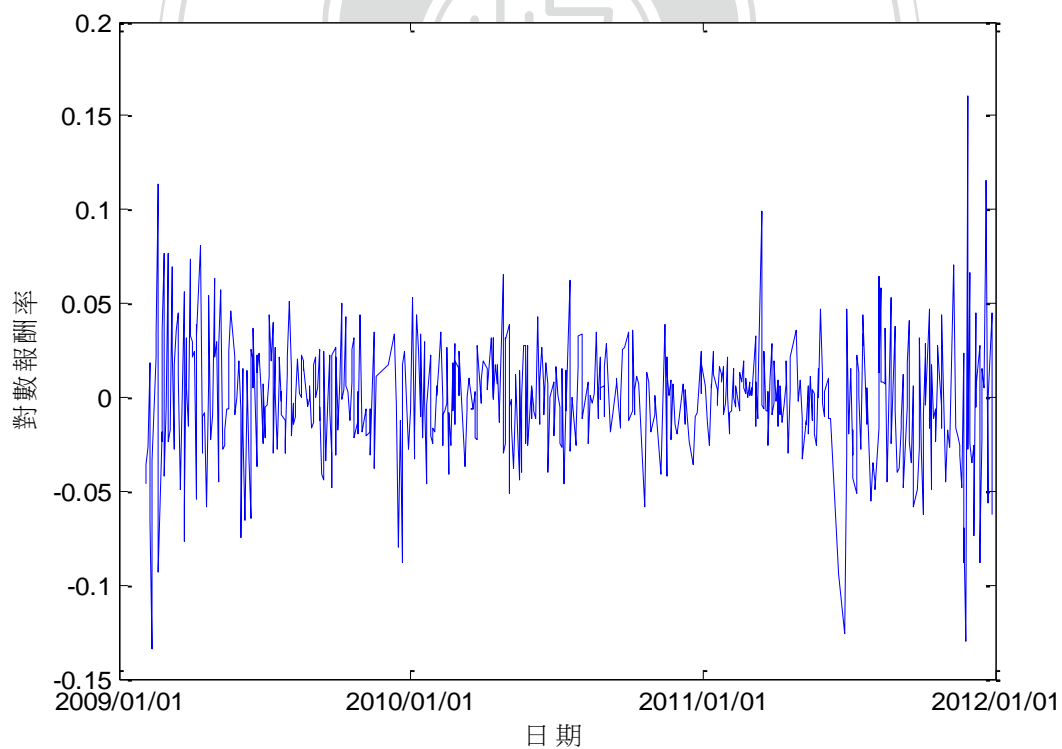


圖 9 碳權現貨對數報酬

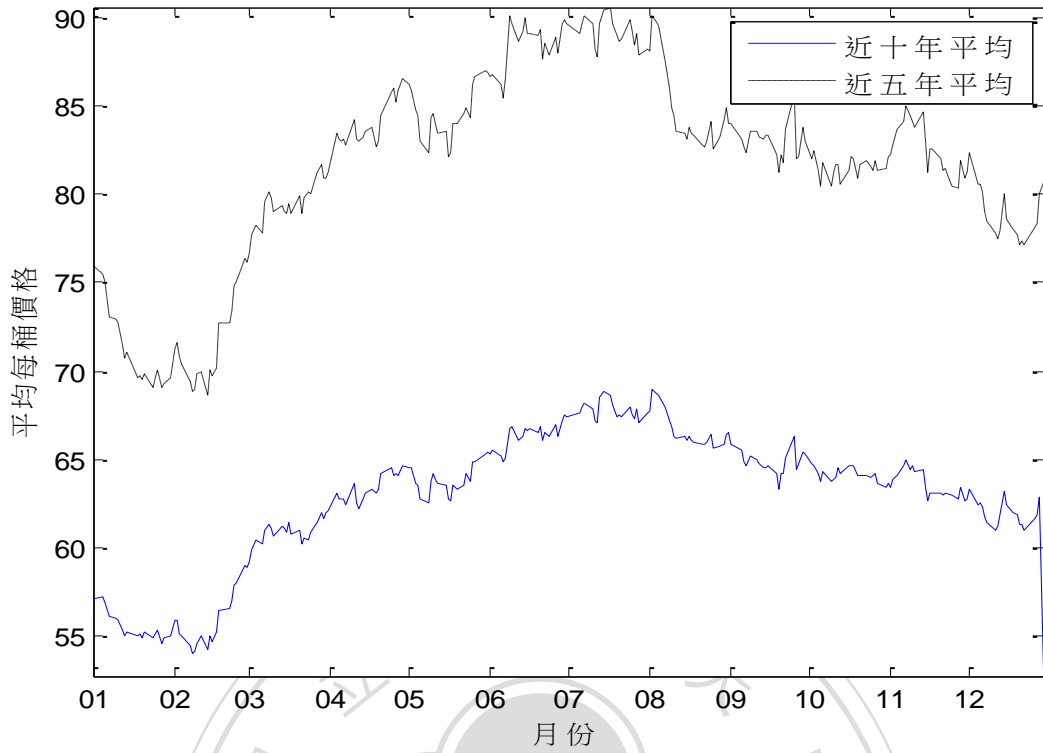


圖 10 原油季節性

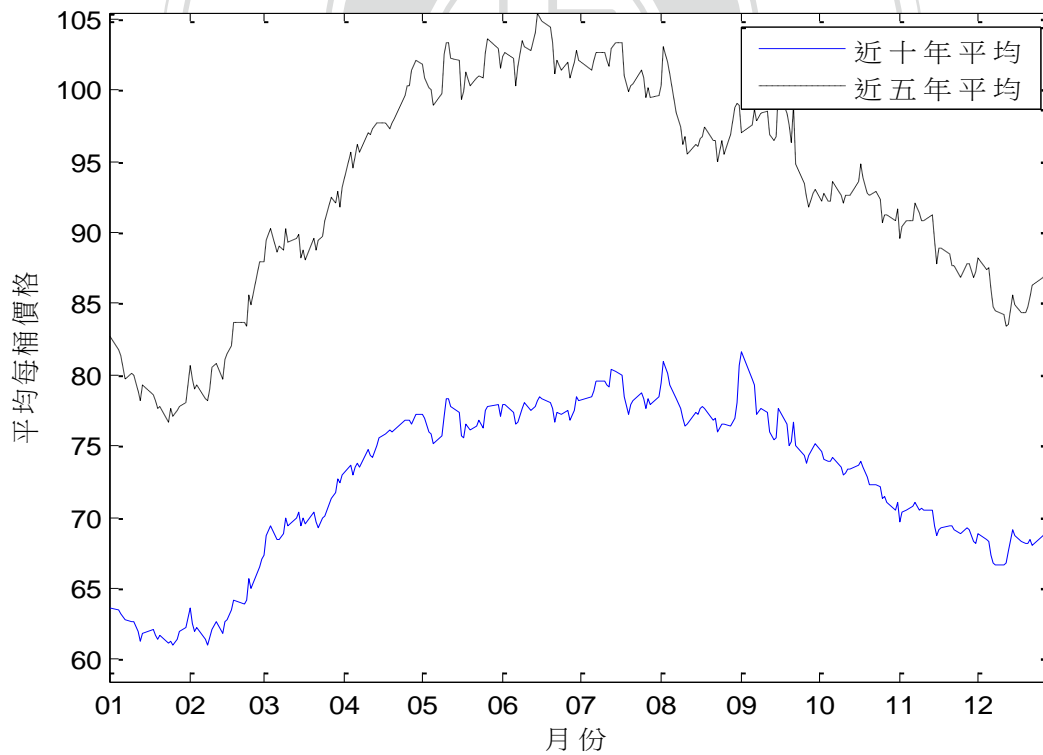


圖 11 汽油季節性

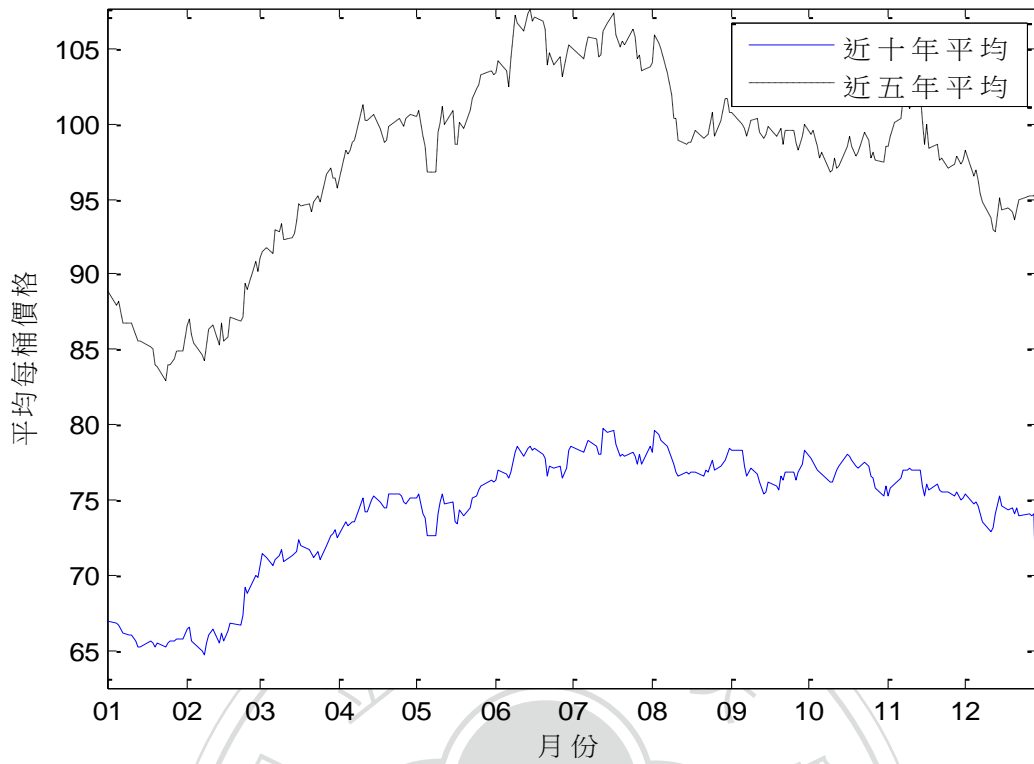


圖 12 熱燃油季節性

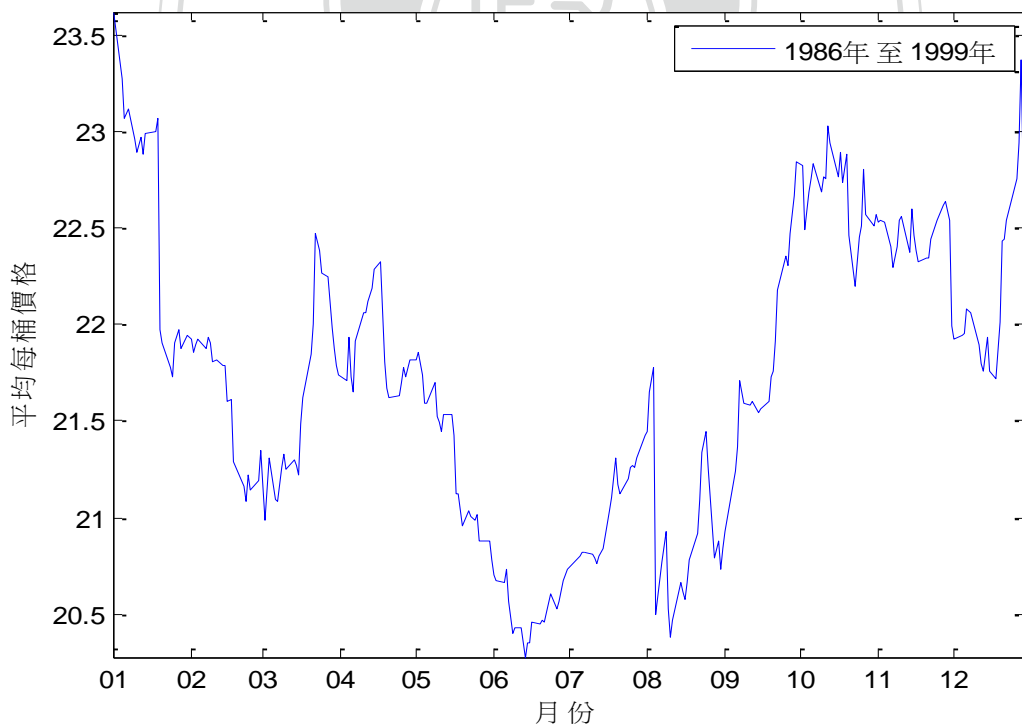


圖 13 過去熱燃油季節性

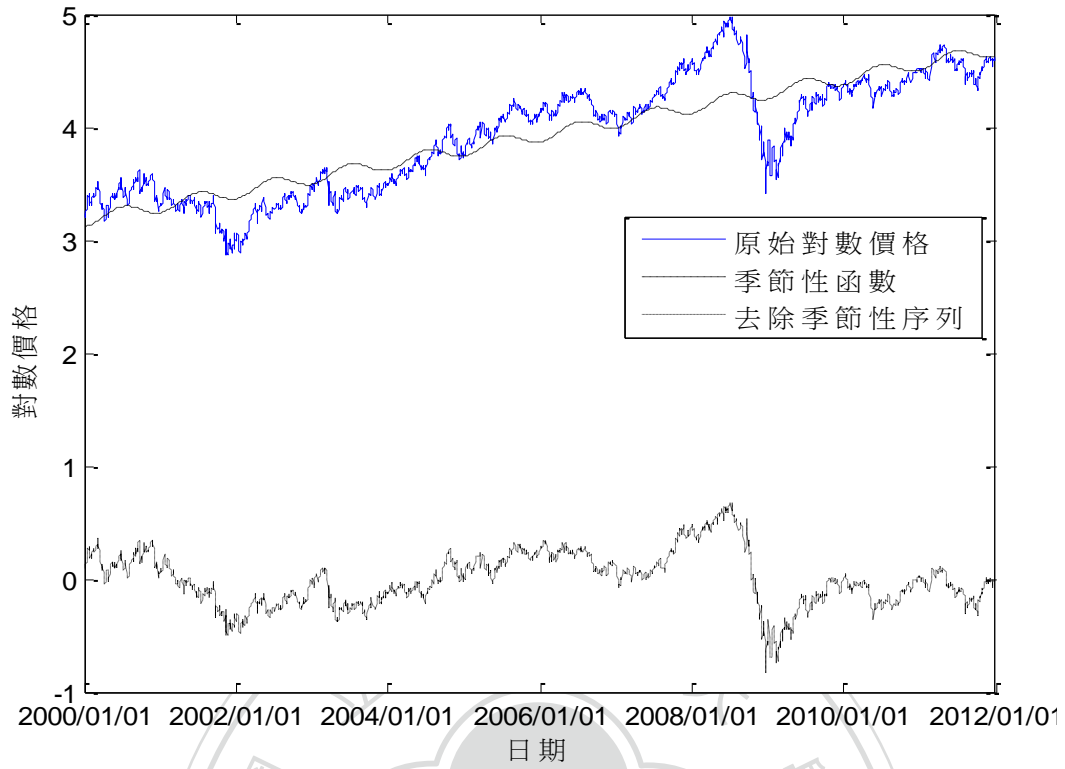


圖 14 原油去除季節性序列

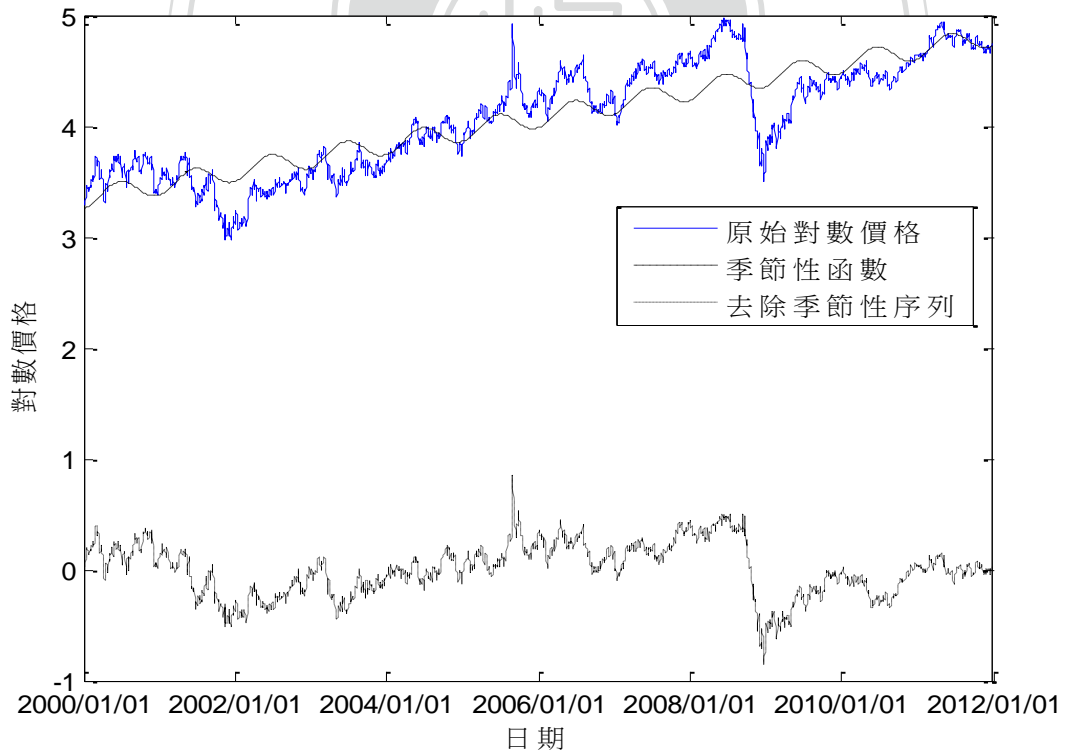


圖 15 汽油去除季節性序列

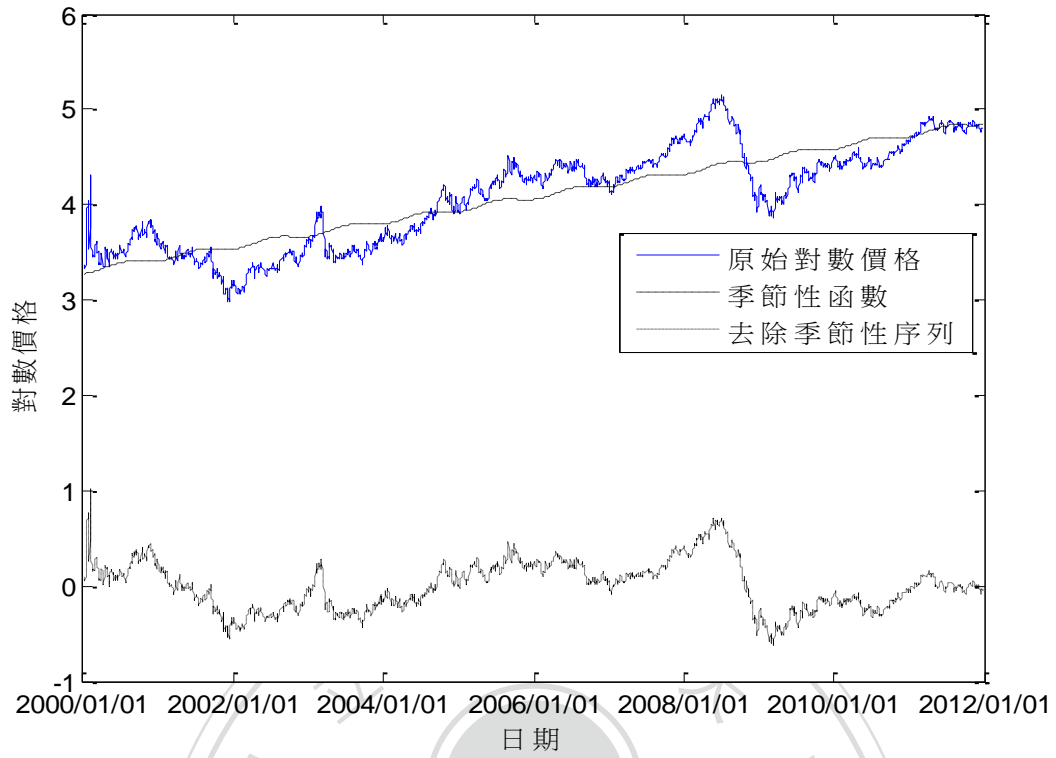


圖 16 熱燃油去除季節性序列

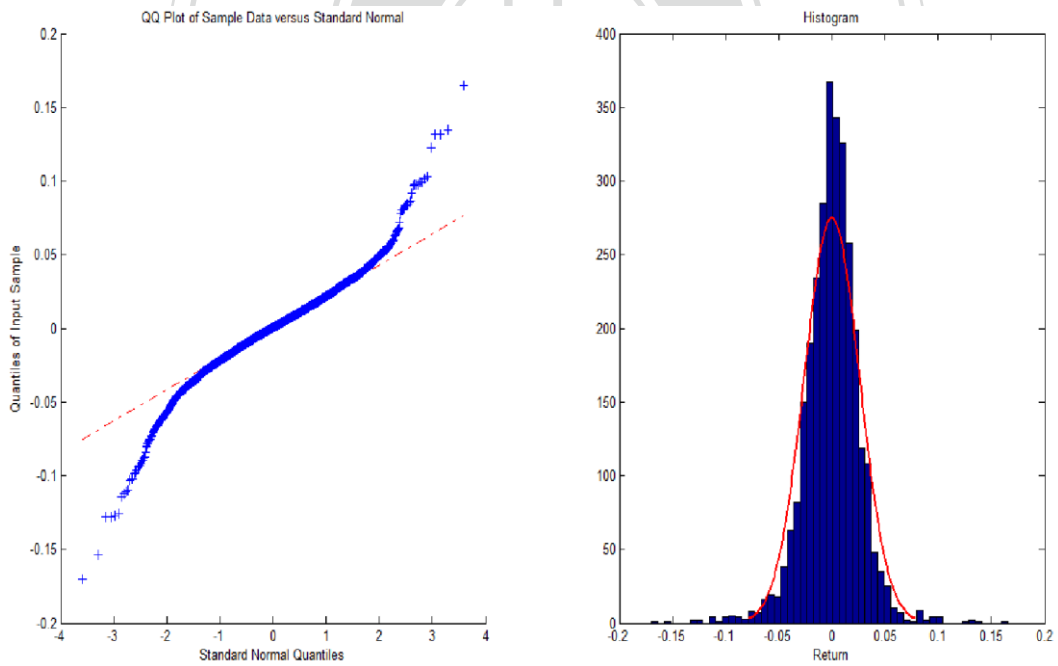


圖 17 原油常態檢定圖

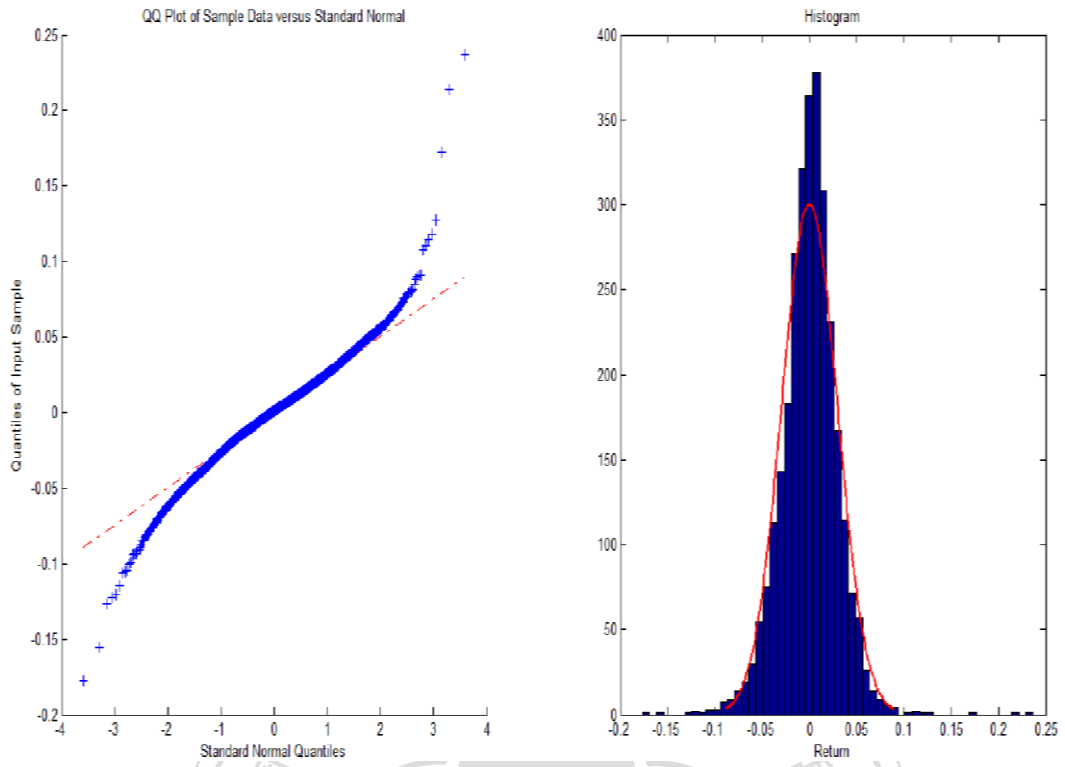


圖 18 汽油常態檢定圖

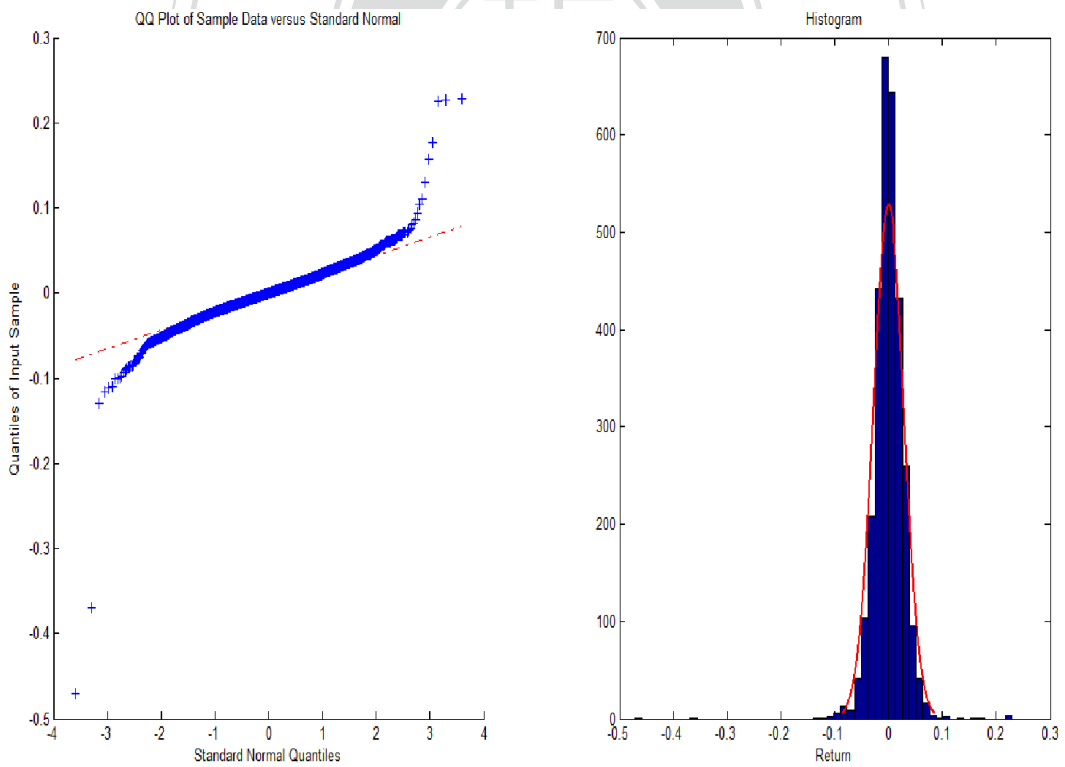


圖 19 熱燃油常態檢定圖

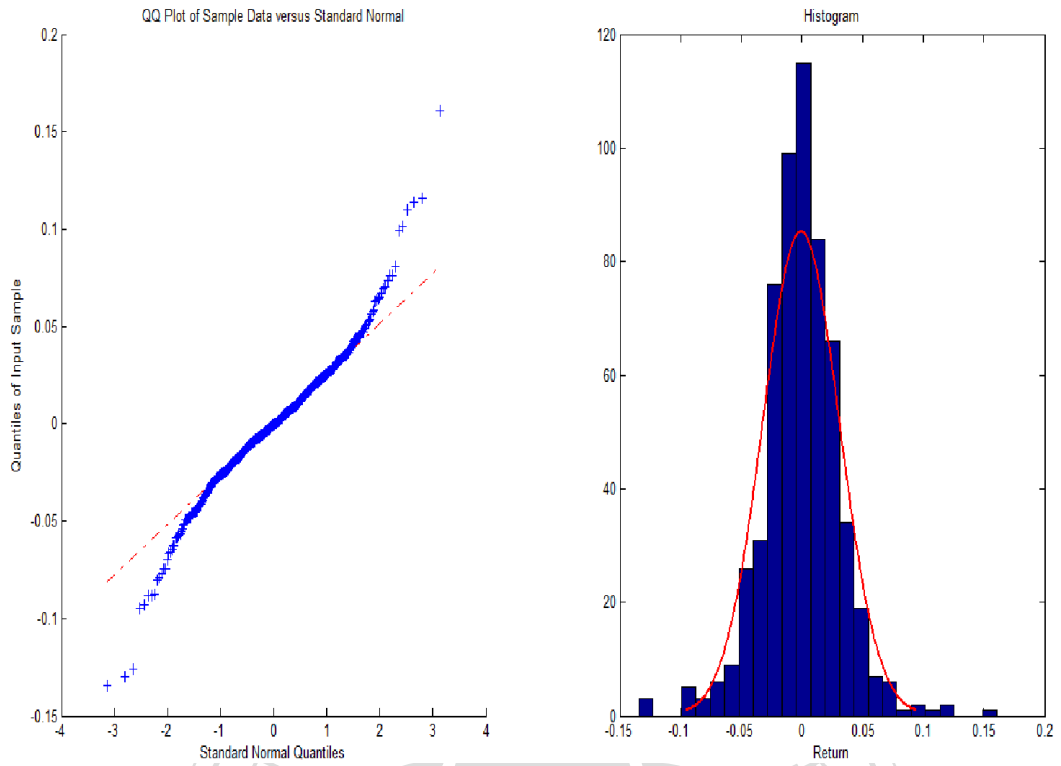


圖 20 碳權常態檢定圖



圖 21 投資組合走勢圖

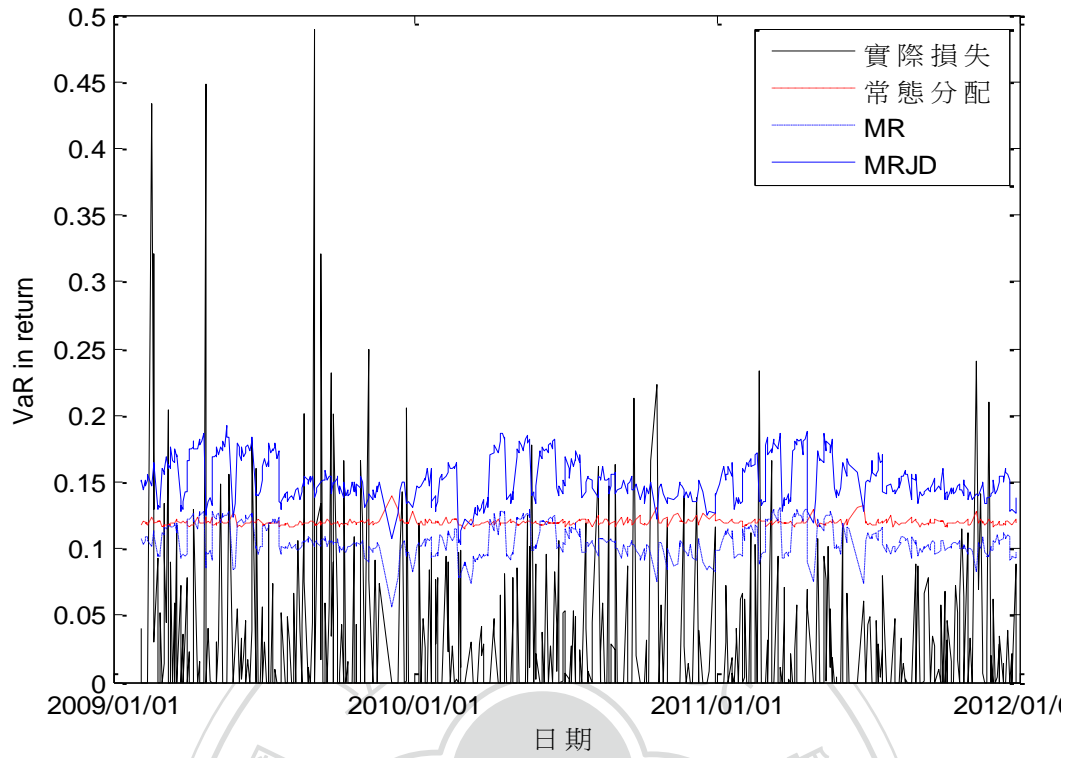


圖 22 投資組合 1 之風險值

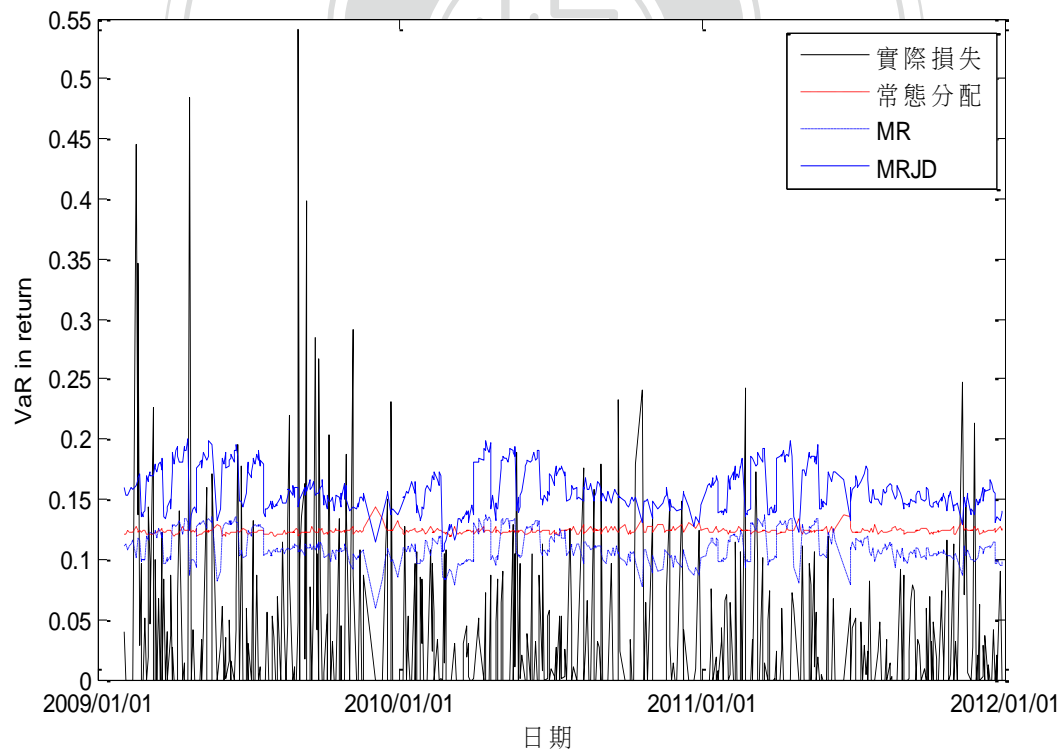


圖 23 投資組合 2 之風險值