

摘要

近年來伴隨著自然及人為因素產生的損失日漸增加，造成經濟損失的金額也大幅成長，巨災風險管理的需求因此與日俱增，保險業及再保險業以往對於巨災危險的風險管理方式大部份都是交給全世界的再保險承保能量去承擔。然而從 1995 年開始，美國芝加哥交易所(Chicago Board of Trade, CBOT)與產物損失統計部門(Property Claim Service, PCS)共同推出巨災保險選擇權，提供保險人以及再保險人利用國際金融市場移轉核保業務上所承擔之巨災危險的管道。此種業務上的巨災危險提供保險業處理巨災損失的新管道，例如產險業因為天然災害或是人為疏失所導致的鉅額核保損失以及壽險業的團體保險和健康保險的鉅額損失。巨災保險證券化下的金融創新是一種新的衍生性金融商品，其交易標的物是專門針對保險業所承保的業務（尤其指巨災），因此如果運用得當，除了能有效的分散核保風險之外，更可以避免傳統的再保險契約所衍生的續保問題。

台灣地區是地震、颱風以及水患等天然及人為災害相當集中的地區，因為傳統再保險的分散風險方式有其成本較高以及資訊不對稱的問題，所以保險業以及再保險業應該考慮其他類型的危險管理策略，預期降低地震、颱風以及水患保險的成本，本研究以巨災保險規劃及證券化的相關議題為架構，探討近年來再保險新興市場的巨災債券的實際交易流程。

本研究分析台灣因應巨災(諸如:地震、颱風等天然災害)證券化必須的流程，如何有效將巨災風險分類，釐定巨災保險的自留額及風險區間，將資源(諸如賑災基金、社會捐款等)有效地加以分配以降低巨災保險的成本，同時分析台灣實際巨災發生時的損失，將損失發生時無法承擔的部份加以證券化，透過民間充裕的資金分散巨災所產生的財務衝擊，提供政府或是私人企業對於巨災發生時抑制財務鉅額損失的風險管理方法，減少及控制所必須支付的社會成本。

關鍵詞：核保損失，天然災害，核保風險，保險證券化，巨災債券。

Abstract

Using traditional reinsurance treaties to transfer insurance risks are restrained due to the volatility of the underwriting capacity annually. Catastrophe risks have substantially increased since the early 1990s and have directly resulted significant claim losses for the insurers. Hence the insurers are pursuing the financial capacities from the capital market. Transferring the catastrophe risks to the investor have stimulated the financial innovation for the insurance industry. In this study, pricing issues for the heavily traded catastrophe risk bonds (CAT-bond) are investigated. The aggregated catastrophe loss model in Cummins and Geman (1995) are adopted. While the financial techniques in valuing the defaultable bonds in Duffie and Singleton (1999) are employed to determine the fair prices incorporating the claim hazard rates and the loss severity. The duration of the CAT-bonds is extended from single year to multiple years in order to meet the demand from the reinsurance market. Non-arbitrage theory and martingale measures are employed to determine their fair market values. The contract term of the CAT-bonds is divided into the loss period and the development period. The frequency of the catastrophe risk is modeled through the Poisson process. Taiwan catastrophe loss experiences are examined to construct the plausible loss severity model. Three different types of CAT-bonds are analyzed through Monte Carlo method for illustrations. This paper concludes with remarks regarding some pricing issues of CAT-bonds.

Keywords: Catastrophe risk bond; claim hazard rate; Poisson process; martingale measure; Monte Carlo method.

目 錄

第一章 簡介與研究動機

- 第一節 簡介1
- 第二節 研究動機5

第二章 現況分析與發展

- 第一節 巨災保險證券化現況概述與未來發展8
 - 一、 巨災債券成功與失敗的案例8
 - 二、 芝加哥交易所選擇權9
 - 三、 巨災風險交換9
- 第二節 另類風險轉移 (ART)9
 - 一、 另類風險轉移9
 - 二、 證券化14

第三章 巨災保險證券化—理論與實務

- 第一節 巨災債券之供給15
- 第二節 巨災債券之需求20
- 第三節 巨災債券之交易架構23
- 第四節 巨災債券之契約型態24
 - 一、 本金沒收型25
 - 二、 本金部分保證型25
 - 三、 本金保證償還型26

第五節	巨災債券之計價	26
一、	不完全市場	27
二、	離散模型下巨災債券之計價	31
三、	連續模型下巨災債券之計價	38
第六節	巨災保險施行實例：加州地震管理局（CEA）	44
第七節	實證模擬分析	46
一、	台灣巨災經驗損失模型	46
二、	巨災債券計價模擬	48
三、	模擬結果	65
 第四章 結論與後續研究		
第一節	巨災保險未來發展與目前之危機	68
一、	太複雜	68
二、	巨災風險難以瞭解	68
三、	會計及監理問題	69
四、	新權利金	69
五、	弱勢與強勢市場	69
第二節	結論	70
 參考書目		

圖目錄

圖 1-1	台灣活斷層分佈圖	1
圖 1-2	臺灣歷年颱風路徑	2
圖 1-3	台灣地區百年來颱風損失分佈圖	4
圖 1-4	台灣地區兩百五十年來地震損失分佈圖	5
圖 2-1	另類市場成長:1988 至 1995 簽單淨保費	11
圖 2-2	另類與傳統市場成長:簽單淨保費平均年度成長率	11
圖 3-1	一期模型巨災債券現金流量	15
圖 3-2	一期一般債券現金流量	16
圖 3-3	持有一般債券及販售巨災債券之一期淨現金流量	17
圖 3-4	再保險契約價格水準	17
圖 3-5	效率前緣線	20
圖 3-6	效率前緣線	21
圖 3-7	效率前緣線	22
圖 3-8	巨災債券交易架構	24
圖 3-9	本金沒收型債券到期面值損失函數	25
圖 3-10	本金部分保證型債券到期面值損失函數	25
圖 3-11	本金保證償還型債券到期面值損失函數	26
圖 3-12	一期債券與兩期債券之折現因子	27
圖 3-13	兩期利率期間結構模型	28
圖 3-14	資訊結構	29
圖 3-15	單期債券價格 V.S. 兩期債券價格	29
圖 3-16	利率期間結構及巨災風險	37
圖 3-17	契約到期時間	40
圖 3-18	CEA 承保能量與賠款之來源	45
圖 3-19	台灣巨災經驗損失	46

圖 3-20 巨災損失發生次數圖	48
圖 3-21 事故率為 0.05 不同標準差之債券價格	52
圖 3-22 事故率為 0.3 不同標準差之債券價格	53
圖 3-23 自留額為 1 億美金不同標準差之債券價格	53
圖 3-24 自留額為 3 億美金不同標準差之債券價格	54
圖 3-25 發行量為 600 萬張不同標準差之債券價格	55
圖 3-26 發行量為 1,000 萬張不同標準差之債券價格	55
圖 3-27 事故率為 0.05 不同標準差之債券價格	57
圖 3-28 事故率為 0.3 不同標準差之債券價格	58
圖 3-29 自留額為 1 億美金不同標準差之債券價格	59
圖 3-30 自留額為 3 億美金不同標準差之債券價格	59
圖 3-31 發行量為 600 萬張不同標準差之債券價格	60
圖 3-32 發行量為 1,000 萬張不同標準差之債券價格	61
圖 3-33 最低保障金額為 500 元不同標準差之債券價格	62
圖 3-34 最低保障金額為 1,000 元不同標準差之債券價格	62
圖 3-35 自留額為 1 億美金不同標準差之債券價格	64
圖 3-36 自留額為 3 億美金不同標準差之債券價格	65
圖 3-37 瞬間損失過程模擬路徑	65
圖 3-38 累積損失模擬路徑	66

表目錄

表 3-1	巨災發生金額及調整表	47
表 3-2	損失分配區間	49
表 3-3	R, I 固定、事故率變動之債券價格： $R=100, I=10^7$	51
表 3-4	h, I 固定、總自留金額變動之債券價格： $h=0.2, I=10^7$	52
表 3-5	h, R 固定、債券總發行張數變動之債券價格： $h=0.2, R=100$	54
表 3-6	R, I, B 固定、事故率變動之債券價格： $R=100, I=10^7, B=800$	57
表 3-7	h, I, B 固定、總自留金額變動之債券價格： $h=0.2, I=10^7, B=800$	58
表 3-8	B, h, R 固定、債券總發行張數變動之債券價格	60
表 3-9	I, R, h 固定、保證金額變動之債券價格： $I=10^7, R=100, h=0.2$	61
表 3-10	h, I 固定、總自留金額變動之債券價格： $h=0.2, I=10^7$	64

山坡地坡度陡峭，極易發生地滑、山崩、土石流等災害。本島境內河川短小坡陡流急，落差很大，常橫切山脈成峽谷，且地理位置又正好在梅雨前線及西太平洋颱風路徑（圖 1-2）上，因此經常發生風災、水災等天然災害。台灣地區人口密度高居世界第二位，而土地使用分區管制又規劃不良，往往造成工業區、商業區及住宅區混淆不清之雜亂現象。近年來隨著都市化、高齡化、國際化、資訊化等社會結構的變遷，導致對於災害脆弱性之升高，加上人口及產業紛向都市集中，超高層大廈與地下街的大量興建，複雜且規模龐大之建築物櫛比鱗次，以及石油、瓦斯等危險物品的大量製造、儲存、運輸、使用，使人為意外事故如火災、爆炸、重大空難、陸上交通事故等災害亦逐年驟增，其所造成的人命、財產損失，將比以往更為嚴重。由於我國資源極其缺乏，經濟體制係建立在對外貿易及國民之辛勤工作上，若不幸發生全面性之重大災害，將使我國經濟陷入危機，同時造成社會之動盪不安。

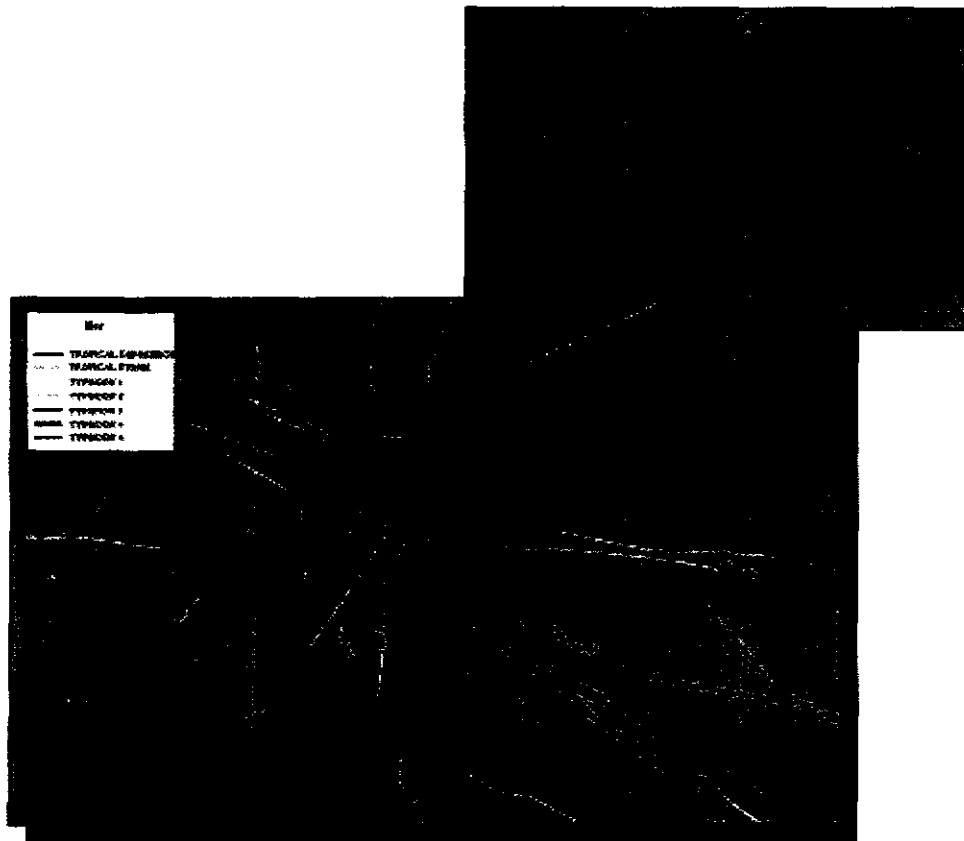


圖 1-2 臺灣歷年颱風路徑(Marsh 提供)

近年來政府相關部門重視災害防治工作，投入相當人力及財力於防救災業務上，防災科技研究活動亦逐年增加。然而，民國八十八年發生之九二一集集大地震，造成重大災難及損失（總計全國約有 2,405 人死亡，受傷送醫者 11,306 人，失蹤埋困者 51 人，房屋全倒 9,909 棟，半倒 7,757 棟，經濟損失估計達新台幣數千億元以上），對台灣產業、財政、金融等造成極大的影響。政府及民間團體雖本人飢己飢、人溺己溺的精神，奮勇投入災區的救濟與重建工作，但突如其來的災變，讓台灣社會措手不及，以致賑災及救濟工作顯得慌亂，災後重建工作也遲遲無法順利進行。災民所受的重大經濟與財物損失，應如何救濟？災後重建所需的龐大資金，如何籌措？由誰負擔？是否符合公平正義的原則？九二一集集大地震，不僅震出了台灣地區對於天然災害的易受害本質，也震出台灣社會對於重大天然災害預防及管理上的缺乏準備，更震出了台灣在災害管理體系制度面及系統面的缺失。

九二一集集大地震之後，政府頒布限時限區的緊急命令並成立諮詢委員會，民間也成立了各種救災聯盟，輔助政府規劃監督各項賑災措施與捐款運用配置。這些努力誠然對賑災做出無比的貢獻，但這些努力與工作，或由政治立足點出發，或由一時即興式的共同聯盟所成，缺乏永續性、前瞻性、整體性的規劃與分析，並無法為以後類似重大天然災害提供實質上幫助。

保險乃風險管理之主要工具，其功能在於結合多數人共同聚集資金補償少數人於意外事故發生時所遭受之損失。若能妥善利用保險機制以分散災害風險，將可減輕政府與社會大眾因天然災害所帶來之沉重負擔，進而確保受災者之經濟安定與心境安寧。因此，政府積極推動「住宅地震保險制度」，未來地震險雖不是強制險，但民眾投保住宅火險時，地震險將納為基本承保範圍。根據初步規劃，未來之住宅地震保險制度將有四層機制來承擔因地震造成的住宅財產損失風險：第一層是由國內產險公司與中央

再保險公司合組「共保組織」，預定承擔二十億元的損失額度；第二層是由政府保證基金承擔，基金來自保費收入，預定承擔二百億或三百億元的損失額度；第三層是國外再保，估計可分攤一百億元的風險；第四層，也就是在四百億元以上的更大損失額度，最後將由全部政府承擔。

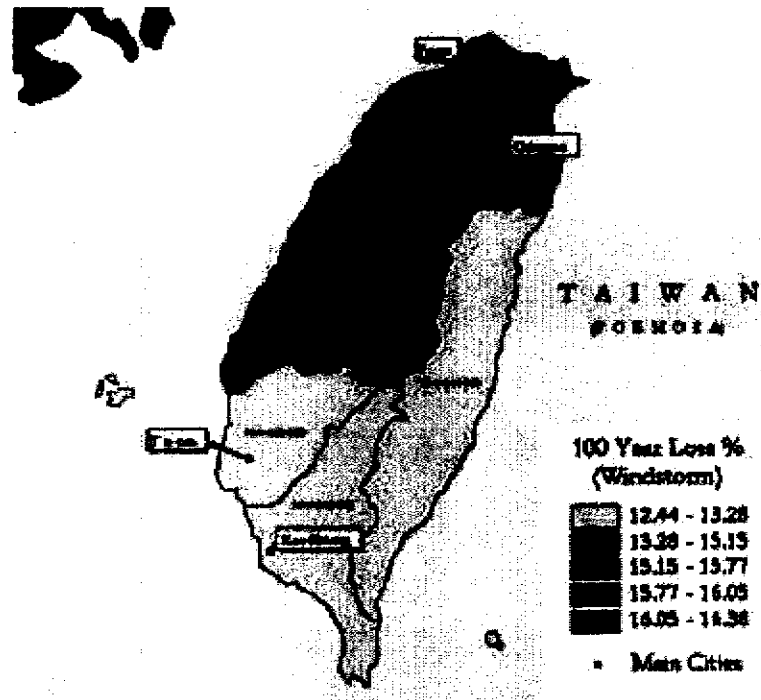


圖 1-3 台灣地區百年來颱風損失分佈圖(Marsh 提供)

除地震之外，台灣地區亦經常面臨其他之天然災害風險，如颱風、洪水、土石流等。經驗顯示，此等天然災害常造成政府與人民重大損失(圖 1-3, 1-4)，甚至並引發社會問題。住宅地震保險所承保標的僅針對住宅財產，尚無法涵蓋商業財產標的甚至於政府之公共財產與設施。再者，以上述分層負擔之機制，當損失超過四百億元以上時，政府勢必須編列預算或動用預備金以為支應。因此，上述住宅地震保險制度所能提供實質保障，對於整體國家經濟力量之確保，仍屬杯水車薪。實有必要完整地規畫全國性災害保險與風險風散制度。

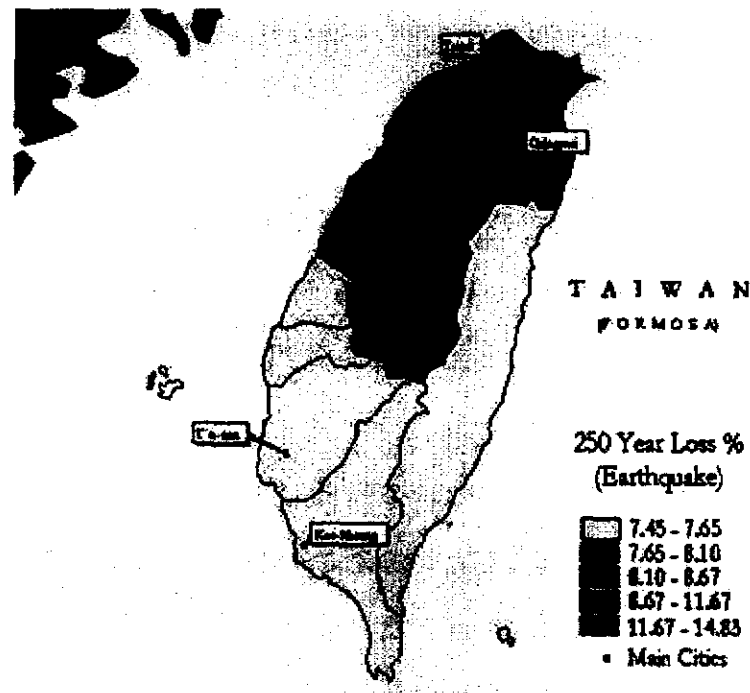


圖 1-4 台灣地區兩百五十年來地震損失分佈圖(Marsh 提供)

第二節 研究動機

近年來，伴隨著自然及人為因素產生的損失日漸增加，使巨災風險管理的需求與日俱增。保險業及再保險業以往對於巨災危險的風險管理方式大部份都是交給全世界的再保險承保能量去承擔。世界各地天災人禍不斷，造成了保險人巨額理賠損失。以美國為例，便有 1992 年颶風 Andrew 的 160 億美金、1995 年颶風 Opal 的 210 億美金、1996 年颶風 Fran 的 160 億美金及 1994 年加州 Northridge 地震的 125 億美金等鉅額保險損失。美國保險及再保險市場僅有 2,450 億美金的資本額，卻必須承保介於 25 至 30 兆美元價值的資產。若未來發生 500 億美金的損失，則將近 20% 的資本擁有者或是再保險人將破產(Canter, Cole & Sandor, 1996; Chichilinisk and Heal, 1998; Himick 1998; Briys et al. 1998; Jones, 1999)。綜合以上的主客觀因素，承擔風險的保險人與再保險人必需透過其他的管道增加本身的承保能量或轉嫁無法承保的巨災風險，有效地運用風險移轉技巧才能順應未來

國際市場競爭，掌握保險市場先機，以期達成企業永續經營的目標。

非傳統風險移轉(Alternative Risk Transfer, 以下簡稱為 ART)是因應國際保險環境遽變所產生的新興風險管理工具。本研究將運用此工具評估台灣因應巨災(諸如:地震、颱風以及水患等天然災害)的最適保險規劃與有效分類巨災風險並釐定巨災保險的自留額及風險區間，將資源(諸如賑災基金、社會捐款等)有效地加以分配以降低巨災保險的成本。我們將分析台灣資本市場的能量及實際巨災發生時必須支付的損失，估計合理的巨災風險區間，將損失發生時無法承擔的部份證券化以建立巨災發生時財務處理的機制：透過民間充裕的資金分散巨災產生之立即財務衝擊，提供政府對於巨災發生時抑制財務巨額損失的風險管理方法，以控制所必須支付的社會成本。

ART 的產生提供跨國性企業的風險管理，透過風險轉嫁(Risk-transfer)與風險融資(Risk-financing)等方法減輕本身所承受的財務風險。ART 為資金充裕的資本市場，如銀行或退休基金投資者，提供了分散風險多元化的投資管道(Litzenberger et al. 1996; Geman and Yor, 1997; Phillips et al., 1998)，同時為各公司因核保不當造成巨幅損益的波動提供避險方式，以達成保險人長期穩健經營之目的。適當地運用 ART 可幫助企業體或保險人達成下列風險管理的目標：

- 一、透過活絡的資本市場，有效降低承保的風險成本，擴大保險人的承保能量。
- 二、長期可降低保險人及再保險人核保損失及各項財務預測，穩定企業收益，增加公司價值。
- 三、利用財務轉嫁方式，降低保險人或企業因自然及人為因素直接或間接所導致的巨額財務損失。
- 四、增加財務風險資產的槓桿，巨災證券類似高報酬具有違約風險的公司債，可利用與其他金融工具較低的相關係數達成分散投資

者的風險。

隨著 ART 的廣泛運用，使用者對於財務知識的掌握將更加重要。使用者必須熟悉本身的財務狀況，清楚財務仲介機構的財務清償能力，同時必需充分瞭解使用 ART 的方法，不致因為誤解 ART 而對巨災的風險管理產生負面的效果（張士傑、山中康司，2000）。

第二章 巨災保險現況與發展

第一節 巨災保險證券化現況概述與未來發展

截至目前，巨災風險的市場仍屬初期未成熟之階段，且發生許多失敗案例。然而隨著資本市場的經驗累積以及廣大的需求，我們對於巨災市場仍然抱持樂觀態度。

一、巨災債券成功與失敗的案例

巨災債券在西元 1996 年 11 月首度公開發行，由摩根史坦利投資銀行為加州地震當局 (CEA) 承保；但由於國家賠償機構 (National Indemnity) 介入，將巨災風險改為由再保險機制來轉移，因此巨災債券計劃在最後關頭喊停。接下來的 1997 與 1998 年共發行約 20 億美元的巨災債券。

同樣地，1996 年亦發生巨災債券史上的早期失敗案例。當時美林投資銀行企圖為聯合汽車服務組織 (USAA) 發行 5 億美元的巨災債券，但此計劃卻受到嚴厲的評估，以致於最終以失敗收場。探究其失敗的原因，可能來自於投資人尚無法接受本金與利息皆具不確定性；這無疑地增加投資者對巨災債券的疑慮。

1996 年後期由高盛投資銀行為聖保羅再保 (St. Paul Re) 所發行的 68.5 百萬美元巨災債券則是巨災債券的首次成功案例。即使此次發行與前述 USAA 案例具有相同的風險，但它還是成功了。

對許多市場參與者而言，1997 年由美林、雷曼兄弟、及高盛投資銀行聯合為 USAA 所發行的 477 百萬美元颶風風險債券，可視為巨災風險市場發展史上的一大成功。該次發行的認購金額超出欲發行金額 500 百萬美

元，且共同基金與貨幣基金前來認購的投資者即有62名。除此之外，漢諾威再保險、Winterthur、瑞士再保險等公司皆有其他的成功案例。

二、芝加哥交易所選擇權 (Chicago Board of Trade Options)

芝加哥交易所於1992年開始交易巨災衍生性商品。這些衍生性商品依地理位置來分類，共分為東部、中西部、西部、以及全國，因此只吸引到少數的交易量。由1992年的262口開始，至1994年只增加到9,420口而已。有鑑於此，CBOT於1995年引進與PCS巨災損失指數連結的選擇權，而指數是由保險服務組織 (Insurance Service Organization) 所提供。由於選擇權的引進，使得交易量於1997年增加至15,706口。

批評者認為，CBOT巨災選擇權的連結基礎過於廣泛，使得選擇權收益與損失相關性降低，保險公司仍承擔過多的風險。然而，廣泛的指數卻是標準化商品與低交易成本的必要方式。有鑑於CBOT巨災選擇權所產生的爭議，百慕達交易所決定發行與卡本特巨災指數連結的選擇權。此指數容許損失依各地郵遞區號加以數量化，因此保險公司的收益與實際損失具有較高的相關性。

三、巨災風險交換 (Catex)

Catex成立於1996年的紐約，容許全國的保險公會成員進行巨災風險交換。此特殊組織雖然只然只有125位成員，卻已促成了14億美元的交易。隨著交易量逐漸擴大，Catex使保險與再保險人進入資本市場，並彌補傳統交換交易的不足之處。

第二節 另類風險轉移方式概述¹

一、另類風險轉移 (Alternative Risk Transfer, ART)

目前企業機構在擬定他們的風險管理計劃時，逐漸朝向以企業整體的觀點考量財務風險管理，用來替代僅專注於保險風險轉移的方式。在跨越傳統界限重新思考風險下，企業機構需要對於財務報表中的現金流量、淨收益和資本健全具有負面影響的風險作辨識。此種辨識過程隨即將風險管理人員、財務人員和財務長在傳統上被視為「可保險」(insurable)風險的討論帶領至更廣泛的危險(hazard)，諸如財務和政治風險上。針對企業機構所定義之廣泛的風險，需要強而有效率的金融工具來處理此類風險所導致的威脅，因此衍生出另類風險轉移 (alternative risk transfer, ART) 市場。

所謂的另類風險轉移市場，是由另類行銷管道（也就是說，對企業被保險人的直接行銷）和財務保險風險另類工具（如承保風險的證券化）所組成。另類風險轉移市場佔商業保險市場的 40%，且以兩倍於傳統市場的增加幅度成長（如圖 2-1 和 2-2）。

另類風險轉移市場在 80 年代的快速成長主要導因於保險業對於再保險承保能量可用性和足夠性的憂慮，但這些憂慮在目前相對疲軟的市場已經逐漸消失。90 年代另類風險轉移市場的成長則起因於保險公司和再保險公司對於承保範圍的彈性化與企業對財務風險採用更具策略性的方式；這通常產生較高的自留水準。以較低的保費收入承保較高理賠額度的風險對於再保險業而言並不好。因此，居於市場領導地位的再保險公司企圖將他們的保險商品多樣化，將保險商品從受限於高度價格競爭的傳統再保險，移轉至高度附加價值和結構化的風險融資保險產品。例如，考慮保險組合產品，即企業被保險人可以混合傳統保險風險（財產、責任等）和財務風險（外匯、利率等）組成單一的保險契約，將傳統保險商品與金融商品整合，以降低被保險人必須個別簽訂保險契約的成本。

以 Honeywell，一個每年約有七億五千萬營業收入的跨國企業為例，

¹ 本節主要參考 Himick (1998) 之內容，並引述其結果。

單位：十億美元

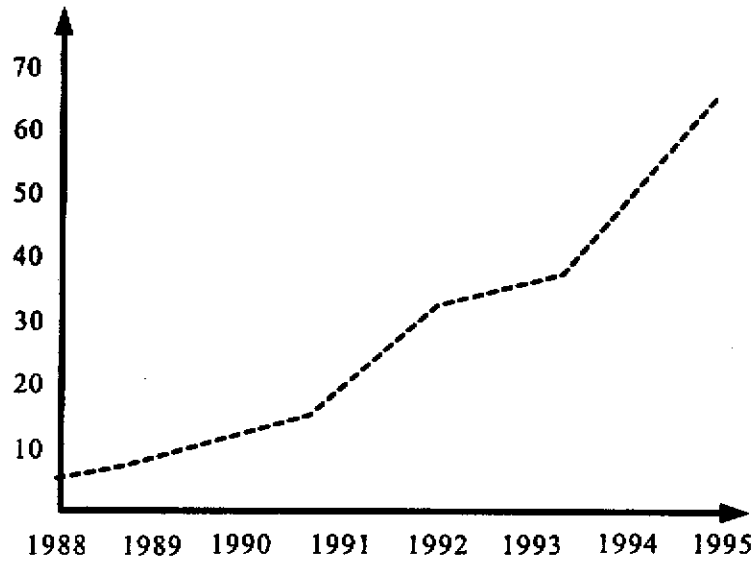


圖 2-1 另類市場成長：1988 至 1995 年簽單淨保費
(Conning & Co)

年度成長率 (%)

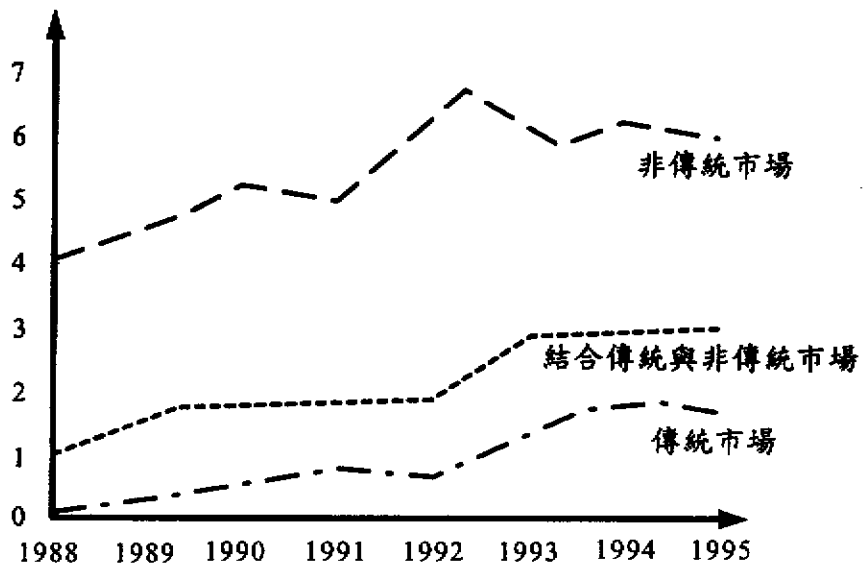


圖 2-2 另類與傳統市場成長：簽單淨保費平均年度成長率
(A.M. Best and Conning & Co.)

收入的三分之一來自海外。一般來說，Honeywell 將它的產物保險、責任保險和勞工補償保險交由不同的保險人承保，並將外匯風險的避險交由銀行處理。保險組合商品提供一個更有效率的解決方案。Honeywell 可購買一個包含產物保險、產品責任保險、勞工補償保險和外匯避險的三年保險合約，可享有原保險組合下 25%折扣率的年給付保費——同時涵蓋原訂保險區間的損失金額；多年度的保險計畫因整個期間的風險平準化亦可降低成本。保險組合商品除了可提供視風險而調節之資本以獲得較佳報酬外，由於不同風險間的相關程度而產生了「贏者全拿」的潛在誘因給此類保險的提供者。適當擬定保險組合商品的價格將可增加保費收入，而非保險組合商品則無法如此。

傳統保險業者專注於可保的風險，而將其他型式的財務風險，如匯兌風險、利率風險或資產負債表上的其他風險留給其他金融機構。利用整合的方式處理風險管理，需要被保險人自行決定其整體風險的承受能力，根據所有類型的風險設定自留額，並評估所有風險移轉工具（金融產品和傳統保險的避險或承保範圍）的使用；藉由採用更廣泛承保風險的觀點，可以更方便地評估企業持股人之涉險值(value-at-risk)。企業被保險人可花費較少精力於評估某一特定風險的承保範圍，而能將更多時間投注於資產負債表上虧損的避免。採用整合方式管理風險的先驅者大部分為銀行業。銀行基於面對信用、利率、外匯、經營和其他各種型式的風險，需要一個更完備的風險管理方法，以提供銀行客戶風險管理的服務，漸漸的和直接簽單的保險人、再保險人產生商業上的競爭關係。

保險業者若希望達到領先的商業地位，必須同時提供企業解決造成資產負債表不佳的可保風險和其他型式財務風險的風險管理方法。利率變動所造成投資面的損失對於企業獲利的影響可能不下於因颶風災害所致辦公室大樓造成的財務損失，同樣的，保險公司對於遽增的風險種類必須開發更多的風險轉移技術，並發展可以同時解決在保單承保範圍內外的財務

風險管理工具。

傳統銀行業一直經由建構有效率的投資組合以及使用日趨複雜的財務避險策略來進行財務風險管理，而保險業傳統上則致力管理所承保事件的風險。衍生性金融商品市場的發展使得兩者之間的差異不再那麼明顯。保險市場成長的受限（如過去十年間的保險契約將風險財務化的比例多過將風險轉移的比例）促成另類風險轉移技術的發展。

例如，發生火災所導致的財務損失風險為典型的可保風險：購買住宅火災保險便可為財務損失提供保障。如今在保險市場與金融市場正朝同一方向發展的情況下，此風險可以用另一種財務工具來表示：住宅火災保險實際上可視為一個賣權，要保人給付保費向交易對方取得此賣權（保險公司承擔房屋遭受火災損害之給付義務）。故使用包含保險和金融商品的整合型風險管理，可創造出轉移風險的新金融工具。

我們知道衍生性商品（尤其是選擇權）計價模型與保險和再保險之訂價不同。目前實務上計算之保費乃是反應實際的損失經驗，提供了依風險和期間不同而改變的計算方式，此種方式產生顯著的交易成本。在另一種範例下，保險和再保險契約可以被視為被保人和分保人之負債組合的選擇權，只是以「合約起賠點」代替「到期價格」，而給付再保險的保費則是另一種選擇權。

然而，要應用選擇權理論到保險領域有其困難。首先，保險損失的分配並非屬於對數常態分配，此將違背傳統的選擇權訂價模型。更重要的是，所討論的標的資產—即由保險風險所衍生收益的現金流量—並非可公開交易。再者，選擇權理論是根據價格改變所做的計算，而非根據大數法則。但雖然有上述的差異待克服，使用衍生性金融商品和保險契約作為風險轉移的工具，顯示跨越傳統界線的風險管理思考方式。

另一個促使被保險人和保險人跨越傳統界限，發展另類風險移轉工具的因素，是由於保險業潛在市場的限制。保險業現有的資本對於財務保險市場而言並不足夠。美國保險業約有 2,450 億美金的資本額，但卻必須承受 25 到 30 兆美金的產物損失風險及 7 兆美金相關的經濟影響。由此可知，傳統保險無法完全有效分散與承保風險。加上估計世界資本市場中的股票及固定收益證券合計超過 30 兆美金，能輕易吸收保險市場中大部分的風險，故很多人都將資本市場視為增加承保能力的最大來源。很多先趨者亦正在發展可用的金融創新商品，以便從資本市場取得資金來增加承保能量。

二、證券化

保險證券化是藉由發行證券的方式，承擔財產風險的一方（發行者）將其風險移轉予另一方（投資人）。投資之最終報酬由一個或數個標的事件的發生與否來決定，如特定巨災的發生與否、參考指數的績效、保險業真實的或假設投資組合的投資情況。發行者通常為具特殊目的的再保險人（special purpose reinsurer, SPR），對特定個體（被保險人、保險人或再保險人）的（再）保險契約進行核保，然後發行保險連結性證券（insurance-linked securities）為契約下之危險暴露者聚資。

第三章 巨災保險證券化—理論與實務*

第一節 巨災債券之供給

投資銀行、保險經紀人、及大多的大型再保險公司在 1995 之後發展許多 OTC 保險衍生性商品，這是負債證券化的一種形式，但並非視為一種交換交易合約(exchange-traded contracts)，而是一種私人配置、非標準化遠期契約或選擇權，亦可將其視成高收益債券。我們從二方面來看這些交易的結構及為什麼公司願意提供證券化商品。

首先參考 Cox 和 Pedersen (2000a)，提供一個單期模型的例子。例子中巨災風險有一個二項式的結構且均不考慮利率風險，無風險證券的市場利率每年保持在 6%，巨災發生導致債券無法履約的機率為 2%。這些參數僅供講解交易架構之用，實務上則需加入利率期間結構模型及決定巨災發生機率之模型。此例與 USAA 發生的巨災債券類似，其面額為 100 元，年票面息率為 11%，屬於本金沒收型巨災債券，所以若在時間 0 與 1 之間未發生巨災，則在時間 1 給付本金及票息 111 元，反之不給付；其圖如下，正的現金流量為發行者付給債券持有人的金額，負的現金流量則是債券持有人付給發行者以擁有持有債券權利的代價（即發行價）。

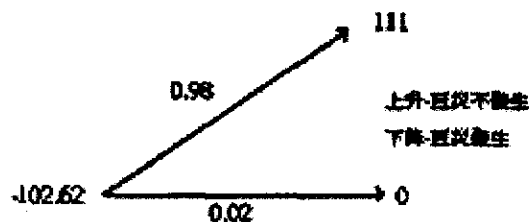


圖 3-1 一期模型巨災債券現金流量 (Cox & Pedersen (2000a))

* 以下引述並參考吳智中 (2001) 之內容與分析結果。

人)的能量。不久的將來發行此種債券所需的技術會不斷的進步，使得交易成本減少，且投資人會愈來愈熟悉商品使得成本將有愈來愈低的趨勢；，保險業也許無法承受巨大的損失金額，但資本市場則可承擔，所以將來可預見巨災債券將可成為移轉巨災風險的常用工具。

其次，參考 Cox 和 Pedersen (2000b)，考慮單期再保險契約，再保險人同意於到期前若有巨災情勢發生則於期末給付 L ，反之若無巨災發生則不給付， L 在保單發行前已知。若 q_{cat} 為巨災發生的機率， P 為再保險的價格，則再保險的公平價格為

$$P = \frac{1}{1+r} q_{cat} L$$

其中 r 為一期有效無險利率。為了和巨災債券相比較，我們會問支持再保險人的能量從何處來？精明的投資人及監理單位會確認再保險人在巨災發生時能完全履行它的責任，而通常的 RBC 用的是分散投資則不適用，因為再保險人承保的是單一巨大風險，所以它的 RBC 應是完全準備(full funding)，也就是再保險人若不說服投資人他至少有超過 L 的資本則將不會有任何一個客戶。為了在賣出再保險之潛能獲得資本，再保險人藉由發行可不履約債券來借得資本。投資人明知可能不履約，但仍樂於購買這些債券，是因為這些債券大多不會不履約且具有較一般債券高的收益報酬。再保險人發行足夠的債券以獲得現金 C ：

$$(P+C)(1+r) = L$$

在時間 0 取得 C ，在時間 1 得以償付 L ，這樣可滿足再保險人的客戶。因為客戶看到再保險人有足夠的資本來為巨災償付，而債權人知道若巨災發生債券將不值錢，但若巨災不發生，則他們可收回現金及債息 $R = L - C$ 。市場決定債券的市價，若以預期折現現金流量來看，則其價格可寫成

$$1/(1+r)(1+c)(1-q_b)$$

其中 c 為債息利率，等於 R/C ， q_b 為債權人認為債券會不履約的機率，而若價格當時間 0 以面額發行而決定債息利率 c ，則上式可寫為

$$1 = 1/(1+r)(1+c)(1-q_b)$$

經過運算後得到

$$q_b = \frac{c-r}{1+c}$$

則蘊含著再保險的價格為

$$P_b = \frac{1}{1+r} \frac{c-r}{1+c} L = \frac{1}{1+r} q_b L$$

再保險市場決定的公平價格 P 應至少大於 P_b ，再保險公司才能平穩地經營下去。在債券市場中收集 C ，而在保險期間一開始從再保險市場收取保費 P ，兩者合併的數額投資在無險利率一期後收益至少超過 L 。證明如下：

$$\begin{aligned} (P+C)(1+r) &\geq (P_b+C)(1+r) = \frac{c-r}{1+r} L + (1+r)C = \frac{R-rC}{C+R} L + (1+r)C \\ &= \frac{R-rC}{L} L + (1+r)C = R+C = L \end{aligned}$$

結論：只要 P_b 不大於 P ，即 $q_{bw} \geq (c-r)/(1+c)$ ，則存在一個再保險人可從債券市場借資的可行市場。由此可說明再保險人為何要證券化。

為什麼保險人與再保險人要證券化其保險風險？具備可處理巨大損失之能量是最常提及的一個動機；因為它可以處理長期保單，而傳統再保險僅能提供一年期的保障。證券化帶來更多的能量來承擔風險，則需要更多的能量以供承保，而保險風險的證券化成本較資產證券化，如 T-bond 證券化，或傳統再保險更為昂貴。一些額外成本是來自測量風險及向投資者推廣（解決道德風險）的成本，但可以預期投資者將越來越熟稔此商品，使成本降低。也許證券化總比再保險昂貴，但因下列原因能繼續發行之：

一、證券化經常提供創新的動力如鉅額保單、傳統再保險不提供的承保風險或不尋常風險。

二、證券化可消除第三方風險(counter-party risk)。

證券化或許能提供稅賦上的優惠。SPV 通常會設在有稅賦優惠的地區。

第二節 巨災債券之需求

為什麼投資人購買巨災債券？參考 Cox 和 Pedersen (2000a)，以 Markowitz 平均數-變異數模型(mean-variance model)加以證明。如先前假設存在一單期模型，期間資產報酬率為隨機變數 $R_i, i=1,2,\dots,n$ 。變異數及共變異數假設為已知，定義為 $\mu_i = E(R_i), \Sigma = [\sigma_{ij}]$ 。其中， $\sigma_{ij} = Cov(R_i, R_j)$ 。

下圖中 B 為無風險債券(risk-free bond)， M 為市場投資組合(market portfolio)，曲線部分為效率前緣(efficient frontier)，直線部份為資本市場線(capital market line)，資本市場線上的任何一點 σ, r 均可藉投資 $a = (\sigma_M - \sigma)\sigma_M^{-1}$ 比例的無風險債券及 $1-a$ 比例的市場投資組合而獲得，再者可發現資本市場線除了 M 點之外均在效率前緣線之上，所以理性的投資人必定需求一個落在資本市場線上的投資組合。

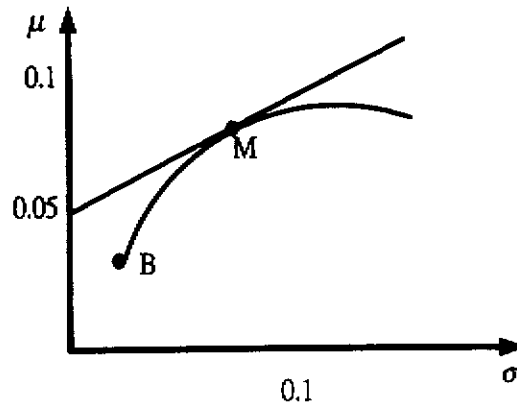


圖 3-5 效率前緣線 (Cox & Pedersen (2000a))

接著我們引進一個高風險高報酬，但與其他風險資產相關性低的巨災債券 C ，我們知道巨災債券的報酬與市場投資組合 M 成零相關，所以該巨災債券之報酬為 r_C ，風險為標準差 σ_C ，級與市場投資組合之相關係數為

$$\rho_{C,M} = \frac{Cov(R_C, R_M)}{\sigma_C \sigma_M}$$

組合

$$R_a = aR_M + (1-a)R_C$$

則每一點的 (σ_a, r_a) 為

$$r_a = aE[R_M] + (1-a)E[R_C] = ar_M + (1-a)r_C$$

及

$$\sigma_a^2 = a^2\sigma_M^2 + 2a(1-a)\rho_{C,M}\sigma_M\sigma_C + (1-a)^2\sigma_C^2$$

下圖虛線部分為在 $\sigma_C \geq \sigma_M, \mu_C \geq \mu_M$ 的情況下 (σ_a, r_a) 的所有組合，其中可看出只要 $\rho_{C,M} < \sigma_M / \sigma_C$ ，C與M之間的曲線則在M點（即 $a=1$ ）為負斜率且使得曲線穿越資本市場線，結果是新的資本市場現在加入新資產C之後其斜率必須較原先的線為大，即是所有的投資人均偏好加入新資產。

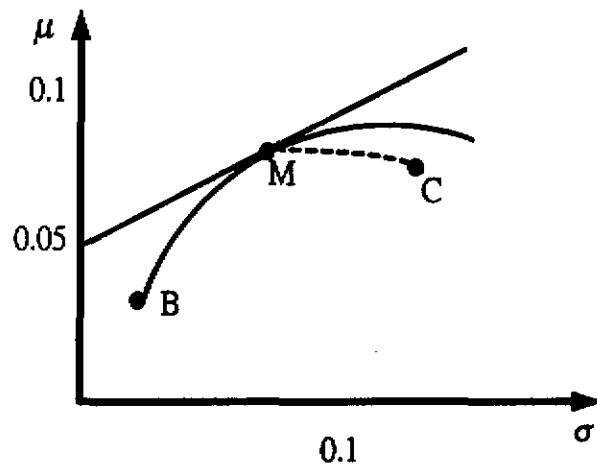


圖 3-6 效率前緣線 (Cox & Pedersen (2000a))

為了將曲線提高及推至資本市場線之左方，則新曲線在M點的斜率必須為負，計算如下：

$$2\sigma_a \frac{\partial \sigma}{\partial a} = \frac{\partial \sigma^2}{\partial a} = 2a\sigma_M^2 + 2(1-2a)\rho_{C,M}\sigma_M\sigma_C - 2(1-a)\sigma_C^2$$

在 $a=1$ ，則

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial a} \right|_{a=1} = \sigma_M - \rho_{C,M}\sigma_C$$

因此在M點的斜率為

$$\frac{\frac{\partial r_e}{\partial a}}{\frac{\partial \sigma}{\partial a}} = \frac{r_M - r_C}{\sigma_M - \rho_{C,M}\sigma_C}$$

在 $r_C \geq r_M$ 的情況下，則可看出只要 $\rho_{C,M} < \sigma_M / \sigma_C$ ，在 M 點的斜率為負。巨災債券與市場投資組合的相關性不一定為零，但必使 $\rho_{C,M} < \sigma_M / \sigma_C$ 成立，所以投資人均可在巨災債券引進後改善其投資組合。

在另一情形 $r_C < r_M$ 下，加入 C 點之後效率前緣 \overline{CM} 線段在 M 點的斜率為正，這種情形導致一樣的結果： $\rho_{C,M} < \sigma_M / \sigma_C$ ，如下圖所示：

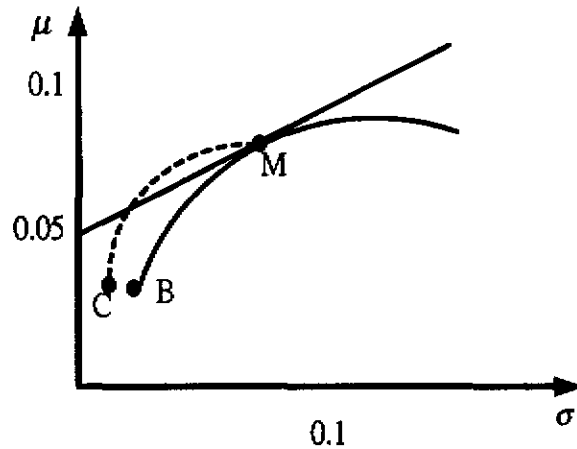


圖 3-7 效率前緣線 (Cox & Pedersen (2000a))

所以綜合上述兩種情形，我們得到一個結論，就是在增加一個非負且低相關性（或負相關性）的證券到投資人的投資組合之中，可得到一個新的均衡，使得所有投資人改善其投資機會。現在我們已證明現存資產若與新加入資產之報酬率相關性很小或負相關，則可充分改善投資機會，例如，連結死亡指數的長期付息債券即使其風險及報酬率均低於股票，似乎也能改善投資機會，因此平均數—變異數模型提供了對新巨災連結證券需求的合理解釋。附帶一提，在建構模型時我們假設原先 n 種風險資產組成的投資機會組合有一個可逆共變數矩陣，代表沒有任何一種資產可界剩餘

$n-1$ 種資產的線性組合來表示。我們假設交易成本為零，市場資訊均同時為所有投資人獲知，以及存在其他不完全市場假設如無稅賦等等。

在一般模型建構上，原先的 n 種風險資產包含了加入巨災債券投資組合的特定風險，這個風險通常可不需成本的分散消除，引進巨災債券或其他債券並不會改變均衡，當然也不會改變資本市場線。唯一的爭論是，在不完全市場下引進巨災債券是否真正能使市場更有效率。引進巨災債券後容許投資人建構一個維持較低成本偏好的投資組合，更有效率的資本分佈產生所有投資人均能改善其投資組合的新均衡。所以我們對這個行為的經濟定論存疑，所以應持續觀察證券化能否增加效率的問題。

第三節 巨災債券之交易架構

在巨災債券發行的過程中，首先必須先行設立 SPV 公司 (Special Purpose Vehicle)，由 SPV 公司專責負起該次交易的中介角色，同時擔任起再保險公司 (或保險公司) 與債券發行公司的雙重角色，一方面分入再保契約或轉再保 (或直接簽單公司)，另一方面則於公開市場上發行債券募集所需資金。

同時，為符合分保公司需以再保分出的移轉巨災風險 (或企業需以商業保險方式移轉巨災風險) 方式，SPV 公司的設立型態必須是再保險公司或保險公司型態，使巨災風險的承保成為一般的再保險交易 (保險交易)，而能適用再保險監理 (保險監理) 的規定，享受再保費 (保險費) 扣抵稅負與降低責任準備金提存之利益。

此外，為同時確保債權人未來債權取回之完整，與巨災發生後所需支付之巨災損失賠款，因此，在債券發行時，債權人必須先行支付債券價款 (本金)，由 SPV 將所募得之部分價款 (本金) 繳存於信託基金 (trust)

內，一旦所約定之巨災損失事件發生後，才能動用信託基金內之資金以支付巨災損失賠款，同時降低巨災債券交易與巨災再保險交易的信用風險，進而維護交易雙方的權益。

短期投資的部分則依 SPV 公司的投資策略而定。不過，SPV 公司為了鎖定債券發行所承諾支付的利率（通常是倫敦銀行同業拆款利率（LIBOR）加上風險利差（risk spread））中的 LIBOR，通常會在利率市場上進行利率交換（interest swaps）交易以鎖定 LIBOR，避免短期投資組合報酬低於 LIBOR 之損失風險。

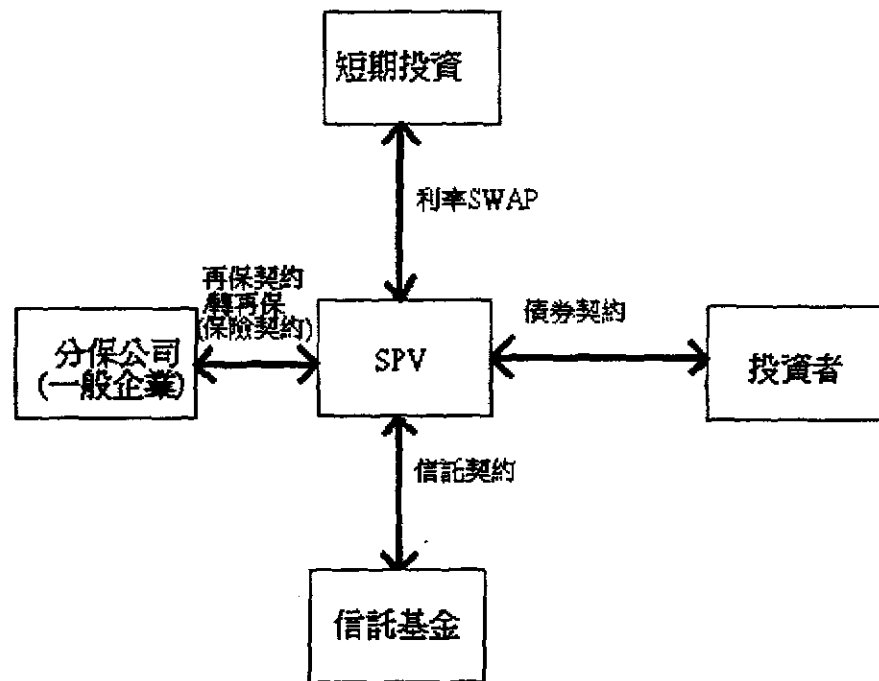


圖 3-8 巨災債券交易架構（陳繼堯、曾武仁（2000））

第四節 巨災債券之契約型態

一般而言，以巨災損失是否會影響債券本金的償還來區分，債券償付條件可分為本金沒收型與本金保證償還型兩類：

一、本金沒收型

此型債券又稱本金不確定型或本金變動型 (variable principal)，主要內容乃指當巨災損失額度超過債券契約所約定的償付額度 (trigger point) 時，超過的巨災損失部分直接從本金中扣除以賠付 SPV 公司之再保攤賠，直到債券全部本金賠付巨災損失殆盡。若債券契約期間期滿後本金仍有所剩餘，則該剩餘部分的本金則需償還債券承購者。本金部分全數暴露在風險下 (即巨災造成的損失大於某一程度時，本金會全數損失)。

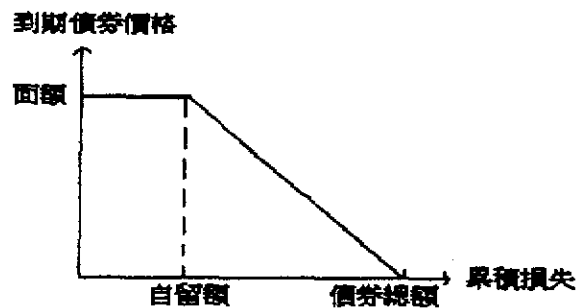


圖 3-9 本金沒收型債券到期面值損失函數

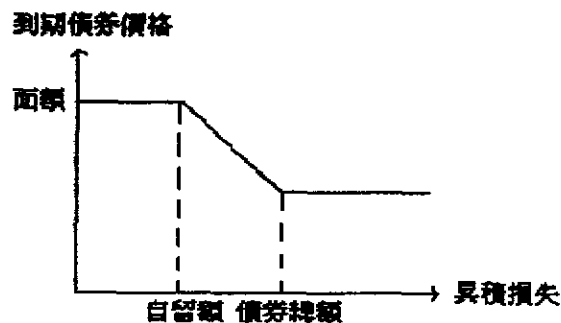


圖 3-10 本金部分保證型債券到期面值損失函數

二、本金部分保證型

本契約的主要特色是，當債券發行後發生巨災使得累積損失超過自留額時，則所超過的巨災損失直接從本金中扣除，以賠付 SPV 公司之再保攤賠，直到債券所載之最小保證金額為止，不再扣除。本金部分暴露在風險

下（即巨災造成的損失大於某一程度時，本金會部分損失）。

三、本金保證償還型

此型債券在約定期間內不論有無巨災損失發生，都必須償還債券本金予投資者，惟本金償還時間，將依有無巨災損失發生而有所不同。若期間無巨災事件發生，則債券到期償還債券本金，反之則不論巨災發生金額多寡，債券發行者得需依契約所約定的償付時間（通常為十年）償還本金，期間無需支付利息，得保有一筆資金作為融通；其圖如下。

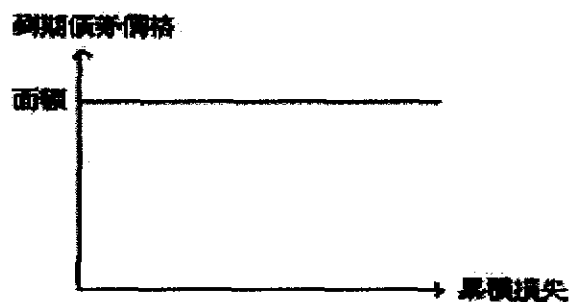


圖 3-11 本金保證償還型債券到期面值損失函數

由上述內容觀之，本金沒收型的巨災債券似乎與傳統超額巨災再保險相當類似，債券投資者所收取風險利差或風險貼水的債息（如同傳統巨災再保險的再保險費收入），並承受巨災損失發生後沒收本金的義務（支付保險或再保險賠款）。至於本金保證型的巨災債券，則可視為災後融通資金的來源。債券投資者收取風險貼水的債息，於巨災損失發生後，無息延長 SPV 公司返還債券本金的期限，SPV 公司再由信託基金帳戶動用所有資金，將本金無息貸與再保公司或保險公司，作為再保公司災後資金融通的來源。最後本金部分保證型的巨災債券則是本金沒收型的另一種變型，主要是為了要使投資人因有最小金額的保障，而願意將資金置於該投資上，不至因本金可能被全數沒收而滯足於投資。

第五節 巨災債券之計價

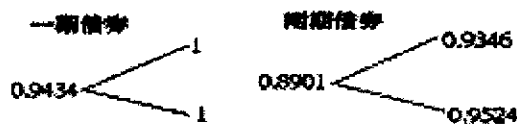
在 1990 年代初期 CBOT 發行了以總體損失為基準的保險巨災期貨(稍後即下市)及選擇權，爾後又推出容許保險業者將巨災風險移轉至投資者的巨災債券，在這種情況下，此債券恍如是一種可不履約(defaultable)公司債，其決定不履約的事件即為巨災事件。可不履約的債券如何計價，則可略分成離散時間模型及連續時間模型說明。

一、不完全市場

我們首先研究不完全市場，即引進巨災風險至證券市場。參考 Cox 和 Pedersen (2000b)，在不完全模型下對不確定之現金流量的計價立場較完全模型下來的弱，故本節我們將討論市場完全性及解釋暴露在巨災風險下之模型的不完全問題。為簡化起見，首先以單期模型來說明，進而發展成多期模型。假設一單期模型，其中包含單期債券及兩期債券等兩種零息債券以供交動。財務市場中利率在期末之變動方式只有上昇及下降兩種狀態，則每一種債券的價格可根據圖 3-12、圖 3-13 的二項模型求得。

圖 3-12 中的 0.8901 是利用圖 3-13 中的利率期間結構去推算，即 $1/1.06 \cdot 1/2 \cdot [1/1.07 + 1/1.05] = 0.8901$ 。接著假設持有一個包含 n_1 個單期及 n_2 個兩期債券的投資組合，並以列向量(column vector)表示在時間 1 時各種債券的價格及狀態，我們可以下列方程式表示該投資組合在時間 1 的價值為：

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/1.07 \\ 1 & 1/1.05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$$



* 價額已四捨五入：1/1.06=0.9434, 1/1.07=0.9346, 1/1.05=0.9524

圖 3-12 一期債券與兩期債券之折現因子

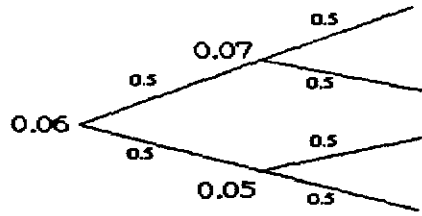


圖 3-13 兩期利率期間結構模型

該投資組合在時間 0 的成本為 $1/1.06 \cdot n_1 + 0.8901 \cdot n_2$ 。(4.1.1) 式的矩陣為非奇異(nonsingular)，因此在時點 1 時我們可藉由此兩種債券組成適當的投資組合來產生所需的現金流量。例如，當我們希望現金流量向量在時點 1 時為 $\begin{bmatrix} c^u \\ c^d \end{bmatrix}$ ，然後以 $1/1.06 \cdot n_1 + 0.8901 \cdot n_2$ 的成本組成投資組合

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/1.07 \\ 1 & 1/1.05 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c^u \\ c^d \end{bmatrix}$$

把求出的 n_1, n_2 代回投資組合成本式中，我們可得 c^u, c^d 組成之現金流量時間 0 時價格為 $1/2 \cdot 1/1.06 \cdot c^u + 1/2 \cdot 1/1.06 \cdot c^d = 0.4717 \cdot c^u + 0.4717 \cdot c^d$ 。既然每個在時間 1 的現金流量能從模型中獲得價格，則可說此單期模型是完全的，因為所任意選擇不確定現金流量的價格與時間 1 產生現金流量之單期及兩期債券組成的投資組合的價格相等。

我們觀察將巨災風險加入原先僅考慮財務風險的模型所產生的變化；首先假設巨災事件發生機率與財務市場變數相互獨立，因此，每一期間演化的情況共有下列四種，其結構可表示成圖 3-14 之樹狀資訊結構：

$$\{\text{利率上升, 巨災發生}\} = \{u, +\}$$

$$\{\text{利率上升, 巨災不發生}\} = \{u, -\}$$

$$\{\text{利率下降, 巨災發生}\} = \{d, +\}$$

$$\{\text{利率下降, 巨災不發生}\} = \{d, -\}$$

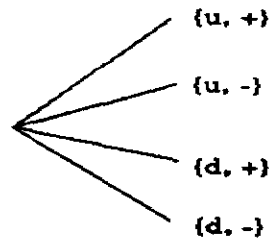


圖 3-14 資訊結構 (Cox & Pedersen (2000a))

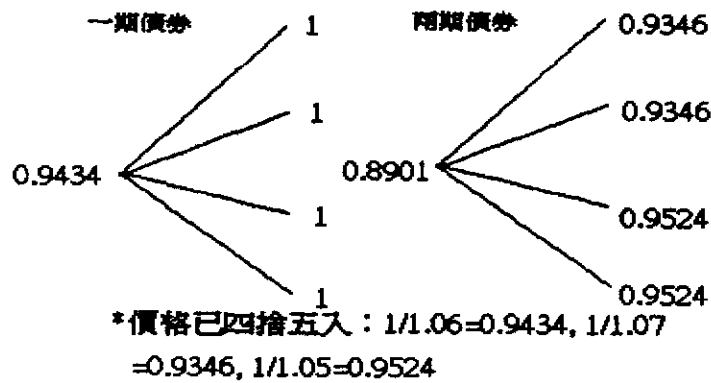


圖 3-15 早期債券價格 V.S. 兩期債券價格

單期債券及兩期債券在時間 1 的價值不連結至巨災的發生與否，因此與巨災發生之隨機變數不相依。單期債券及兩期債券擴展模型下的價格表示於圖 3-15。單期債券與兩期債券組成之投資組合在時間 1 的價值可寫成

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/1.07 \\ 1 & 1/1.07 \\ 1 & 1/1.05 \\ 1 & 1/1.05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$$

該組合的成本為 $1/1.06 \cdot n_1 + 0.8901 \cdot n_2$ ，其現金流量為

$$\begin{bmatrix} c^{u,+} \\ c^{u,-} \\ c^{d,+} \\ c^{d,-} \end{bmatrix}$$

不難看出模型中可供交易資產的數量（即單期債券及兩期債券）並不足以滿足現金流量，也就是不存在如此之投資組合，所以我們說此單期模型為

不完全模型。因此我們不能像完全模型下的方式來滿足現金流量以定一個計價方式，最佳的方式是求得使市場無套利機會的現金流量價格的邊界條件。

首先假設若一期證券市場模型為無套利，且存在一向量

$$\Psi = [\Psi^{u,+} \quad \Psi^{u,-} \quad \Psi^{d,+} \quad \Psi^{d,-}]$$

此向量之各元素均為正值，則

$$[\Psi^{u,+} \quad \Psi^{u,-} \quad \Psi^{d,+} \quad \Psi^{d,-}] \begin{bmatrix} 1 & 1/1.07 \\ 1 & 1/1.07 \\ 1 & 1/1.05 \\ 1 & 1/1.05 \end{bmatrix} = [0.9434 \quad 0.8901]$$

該向量稱之為狀態價格向量(state price vector)。藉由解得此模型中狀態價格向量的範圍為

$$\Psi = [0.4717-s \quad s \quad 0.4717-t \quad t]$$

其中 $0 < s < 0.4717, 0 < t < 0.4717$ 。存在價格使得市場無套利，其價格範圍為

$$0.4717 \cdot c^{u+} + 0.4717 \cdot c^{d+} + s(c^{u-} - c^{u+}) + t(c^{d-} - c^{d+})$$

s, t 的範圍不變。值得注意的是，現金流量與巨災發生情況不相依的證券存在唯一的計價，例如，在時間 1 無巨災發生給付 1 元、巨災發生則給付 0.5 元的證券價格範圍為

$$0.4717 \cdot 0.5 + 0.4717 \cdot 0.5 + s(1-0.5) + t(1-0.5) = 0.4717 + (s+t) \cdot 0.5$$

則價格範圍為 $(0.4717, 0.9434)$ ，但僅從無套利的觀點來看此範圍不夠嚴謹。

考慮一個 $f=0.3$ 的一期巨災債券，為了償付在時間 0 的本金 1 元，投資人在時間 1 可收到一不確定現金流量為

$$(1+c) \begin{bmatrix} 0.3 \\ 1.0 \\ 0.3 \\ 1.0 \end{bmatrix}$$

可獲得債息 c 的範圍需介於 $(0.06, 2.5333)$ 之間。藉由加入巨災發生機率的模

型，我們可得計價巨災債券的公式。例如巨災發生機率為 q ，債券的價格為其預期折現價值，則債權人在時間 1 的預期現金流量為

$$(1+c)(0.3q+1.0(1-q))$$

利用固定利率適當折現，則它的價格 V 應為時間 1 之預期現金價值乘上一年期保證履約債券的價格

$$V=(1+c)(0.3q+1.0(1-q))(1/1.06)$$

現金流量可決定若發行者欲依面額發行（即 $V=1$ ）則 c 應為如何。給定巨災發生機率分配並假設價格為預期折現價值，則可決定唯一價格。

二、離散模型下巨災債券之計價

（一）直覺模型

不像其他公司債，巨災債券無法履約之風險與財務市場標的，如利率水準、累積消費等不相關，因此巨災債券的現金流量並無法藉由傳統債券或股票完全避險。因為無法複製債券，巨災債券的計價必須基於不完全市場架構。所幸巨災債券與經濟變數的變動無關，使不完全市場理論較兩者明顯關連的情形簡化。我們繼續說明在不完全市場下如何利用離散模型計價。

參考 Cox 和 Pedersen (2000b)。首先，我們使用的模型是基於均衡計價方法(equilibrium pricing)，概分為兩階段，第一，先選擇或估計未與巨災發生相關的世界利率變動情形並建構利率期間結構(term structure)。第二，估計巨災發生機率，並結合巨災發生機率及利率期間結構成一完整模型，藉此基於不完全市場假設之模型，利用風險中立測度方式作計價評量。

假設一巨災債券面額為 1，並約定若未有巨災發生時在每期末給付利息 c 及於到期日 T 給付本金與最後一期利息 c 。若記息期間有巨災發生，則期滿僅給付部份本金及利息 $f(1+c)$ ， f 為給付的比例。此假設中未允許

巨災的幅度變動，但實務中巨災幅度應為變動值。

我們從財務經濟理論中得知：當投資市場符合無套利(arbitrage-free)假設時，則存在風險中立機率測度。定義 Q 為風險中立測度，故在 Q 測度下不確定之現金流量 $\{c(k)|k=1,2,\dots,T\}$ 在時間為0預期價格為

$$E^Q \left[\sum_{k=1}^T \frac{1}{[1+r(0)][1+r(1)] \cdots [1+r(k-1)]} c(k) \right]$$

其中 $\{r(k)|k=1,2,\dots,T\}$ 為一利率的隨機過程。接著定義在時間0面額為1到期日為 n 之確定履約(nondefaultable)零息債券價格為 $P(n)$ ，因此

$$P(n) = E^Q \left[\frac{1}{[1+r(0)][1+r(1)] \cdots [1+r(n-1)]} \right]$$

定義 τ 為巨災第一次發生的時間，對本金沒收型的債券，其債券持有人的現金流量應為

$$\begin{aligned} c(k) &= c \cdot 1_{\{\tau > k\}} + f(1+c) \cdot 1_{\{\tau = k\}} & k=1,2,\dots,T-1 \\ &= (1+c) \cdot 1_{\{\tau > T\}} + f(1+c) \cdot 1_{\{\tau = T\}} & k=T \end{aligned}$$

對本金保證型的債券，因本金於到期時保證償付，故將 $f(1+c)$ 以 f_c 取代，則其債券持有人的現金流量為

$$\begin{aligned} c(k) &= c \cdot 1_{\{\tau > k\}} + f_c \cdot 1_{\{\tau = k\}} & k=1,2,\dots,T-1 \\ &= (1+c) \cdot 1_{\{\tau > T\}} + f_c \cdot 1_{\{\tau = T\}} & k=T \end{aligned}$$

考慮本金沒收型債券，假設投資市場為無套利並存在一風險中立機率測度 Q ，且巨災發生與在 Q 測度下之利率期間結構相互獨立，則在時間0時債券價格為

$$c \sum_{k=1}^T P(k) Q(\tau > k) + P(T) Q(\tau > T) + f(1+c) \sum_{k=1}^T P(k) Q(\tau = k)$$

表示在包含 c 等已知參數情形下巨災債券的價格，其中 $Q(\tau > k)$ 代表在風險中立測度下 k 期內未發生巨災的機率，而未假設 τ 的機率分配，但已假設其幅度固定。實際上其幅度應依巨災暴露情況而定。另一方面，若債權人於巨災發生時拿回的金額不為固定比例 f 時，假設債權人的現金流量為 X ， $G(X)$ 為債權人現金流量 X 的條件幅度分配，則可調整為

$$c \sum_{k=1}^T P(k) Q(\tau > k) + P(T) Q(\tau > T) + \sum_{k=1}^T P(k) Q(\tau = k) \int_0^{\infty} x \cdot dG(x)$$

發現僅於最尾項有稍許差異，而 $G(X)$ 通常屬於 Q 測度的一部份。接下來若巨災不發生機率為 θ_0 ，發生機率為 $\theta_1 = 1 - \theta_0$ ，則債券價格為

$$c \sum_{k=1}^T P(k) (1 - \theta_1)^k + P(T) (1 - \theta_1)^T + f(1 + c) \sum_{k=1}^T P(k) \theta_1 (1 - \theta_1)^{k-1}$$

在 θ_0 未知的情況下未能有封閉的答案。為能得到一封閉解答，必須有足夠的觀察值以求出參數的估計值以代入模型，但在 Q 測度存在的假設下，也未必能求出 θ_1 。順帶一提的是，若在發行時債券面額固定及票面利率未定下為確保發行價格等於面額則可獲得對 c 的公式，

$$c = \frac{1 - P(T) Q(\tau > T) - f \sum_{k=1}^T P(k) Q(\tau = k)}{\sum_{k=1}^T P(k) Q(\tau > k) + f \sum_{k=1}^T P(k) Q(\tau = k)}$$

(二) 財務理論模型

參考 Cox 和 Pedersen (2000b)。假設財務市場變數為機率空間 $(\Omega^{(1)}, \varphi^{(1)}, P_1)$ 所建構，其中 $\Omega^{(1)}$ 為有限的樣本空間，代表財務變數的所有路徑(path)； $\varphi^{(1)}$ 為資訊集合(filtration)，代表財務市場中所包含的資訊，可視為一種資訊樹(information tree)，更精確的說，資訊集合為一遞增數列，即 $\varphi^{(1)} = \{\varphi_0^{(1)} \subseteq \varphi_1^{(1)} \subseteq \varphi_2^{(1)} \subseteq \dots \subseteq \varphi_T^{(1)}\}$ ，其中 $\varphi_k^{(1)}$ 代表在時間 k 時市場可獲得的投資資訊； P_1 為機率測度。

巨災風險變數假設為機率空間 $(\Omega^{(2)}, \varphi^{(2)}, P_2)$ 建構，其中 $\Omega^{(2)}$ 為有限的樣本空間，代表災結構變動的所有路徑(path)； $\varphi^{(2)}$ 為資訊集合(filtration)，代表巨災中所包含資訊為遞增數列即 $\varphi^{(2)} = \{\varphi_0^{(2)} \subseteq \varphi_1^{(2)} \subseteq \varphi_2^{(2)} \subseteq \dots \subseteq \varphi_T^{(2)}\}$ ，其中 $\varphi_k^{(2)}$ 代表在時間 k 時可獲得的巨災結構資訊； P_2 為巨災結構之機率測度，用以計算巨災事件發生之機率。結合上述兩者的樣本空間，則完整模型的樣本空間為 $\Omega = \Omega^{(1)} \times \Omega^{(2)}$ ；因此，樣本空間的元素可表示成 $\omega = \omega^{(1)} \times \omega^{(2)}$ ，其中 $\omega^{(1)} \in \Omega^{(1)}, \omega^{(2)} \in \Omega^{(2)}$ ，而機率測度 $P(\omega) = P_1(\omega^{(1)}) \times P_2(\omega^{(2)})$ ，資訊集合 $\varphi = \varphi_k^{(1)} \times \varphi_k^{(2)}$ ，所以完整模型的機率空間為 (Ω, φ, P) 。

財務經濟領域中常用於不完全市場下不確定現金流量情況時的計價方法為代理法(representative agent)：它包含一個假設的代理效用函數(representative utility function)及累積消費過程。代理者可藉效用函數選擇消費水準，而此消費水準僅依已觀察資訊決定，故消費水準可表示成 $\{C(k) | k=1, 2, \dots, T\}$ ，累積消費水準視為在每一時點整體經濟所有消費之總和，表示成 $\{C^*(k) | k=1, 2, \dots, T\}$ 。只有 $C^*(0)$ 在時間0時已知且確定。 $C^*(\omega, k)$ 為在時間 k ， ω 狀態下整體經濟所有消費之總和。正常來說，所有的 $C^*(k)$ 應該表示成 $C^*(\omega, k)$ ，才能正確反映出在 ω 狀態下的消費，但為方便起見，將 ω 省略不寫。假設代理效用函數可分離且可微分，故存在 $u_i, i=1, 2, \dots, r$ 可將代理者預期效用藉消費過程 $\{C(k) | k=1, 2, \dots, T\}$ 表示成 $E^P \left[\sum_{k=0}^T u_k(C(k)) \right]$ 。依據代理法，未來現金流量過程 $\{d(k) | k=1, 2, \dots, T\}$ 在時間0時的價格 $V(d)$ 為

$$V(d) = E^P \left[\sum_{k=0}^T \frac{u_k(C^*(k))}{u_0(C^*(0))} d(k) \right]$$

若觀察時間 n 之後剩餘未來現金流量 $\{d(k) | k = n+1, n+2, \dots, T\}$ 在 n 時的價格，則為

$$V(d) = E^P \left[\sum_{k=n+1}^T \frac{u'_k(C^*(k))}{u'_n(C^*(n))} d(k) | P_n \right]$$

值得注意的，累積消費過程在計價過程中扮演一個重要角色。為了連接代理法與無套利計價法中評價測度方法之間的關係，需要設一期利率內含在代理計價模型中；定義一期利率為 $\{r(k) | k = 1, 2, \dots, T-1\}$ ，則

$$\frac{1}{1+r(k)} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{u'_k(C^*(k))} E^P [u'_{k+1}(C^*(k+1)) | P_k]$$

接下來利用 Radon-Nikodym 方法將 P 測度轉換至 Q 測度，藉此在 Q 測度下所有價格均可經一期利率 $r(k)$ 折現得到預期價格；該方法為

$$\frac{dQ}{dP} \Big|_{P_r}(\omega) = [1+r(0)][1+r(\omega,1)] \cdots \times [1+r(\omega,T-1)] \frac{u'_T(C^*(\omega,T))}{u'_0(C^*(\omega,0))}$$

將 P 測度轉換至 Q 測度之後，即可直接利用利率結構將現金流量折現得到價格，則 $V(d)$ 可變換成

$$V(d) = E^Q \left[\sum_{k=1}^T \frac{1}{[1+r(0)][1+r(1)] \cdots [1+r(k-1)]} d(k) \right]$$

$$P(n) = E^Q \left[\frac{1}{[1+r(0)][1+r(1)] \cdots [1+r(n-1)]} \right]$$

形式與先前所提到者相同。有了利率模型， $d(k)$ 則為關注的問題； $d(k)$ 通常應表示成 $d(\omega, k) = d(\omega^{(1)}, \omega^{(2)}, k)$ ，代表現金流量受利率模型及巨災狀態所影響。但從(4.2.5)式中，我們可以看出折現因子應只受財務風險變數所影響，因此允許我們在巨災債券計價時只需考慮單變數情形。

引進一個新的資訊集合 $\mathcal{K}_k^{(1)}$ ，定義 $\mathcal{K}_k^{(1)} \stackrel{\text{def}}{=} \varphi_k^{(1)} \times (0, \Omega^{(2)})$ ，則未來的現金流量 d 應為 $\bar{d}(k) = E^Q [d(k) | \mathcal{K}_k^{(1)}]$ ，這代表固定巨災損失分佈及實際財務風

險變數之條件期望值。 $\bar{d}(k)$ 亦代表隨機利率，也就是說僅受財務風險變數影響。我們得到

$$\begin{aligned} V(d) &= E^Q \left[\sum_{k=1}^T \frac{1}{[1+r(0)][1+r(1)] \cdots [1+r(k-1)]} d(k) \right] \\ &= E^Q \left[\sum_{k=1}^T \frac{1}{[1+r(0)][1+r(1)] \cdots [1+r(k-1)]} \times E^Q \left[d(k) \mid F_k^{(1)} \right] \right] \\ &= E^Q \left[\sum_{k=1}^T \frac{1}{[1+r(0)][1+r(1)] \cdots [1+r(k-1)]} \bar{d}(k) \right] \end{aligned}$$

$V(d)$ 價格已求出，似乎已經沒有問題，但在實務應用時一般會遭遇下列兩種情形：第一，巨災債券的現金流量僅受巨災風險變數影響；第二，巨災債券的現金流量均受巨災風險變數與財務風險變數影響。為了解決上述問題，針對第一種情形， $\bar{d}(k) = E^Q \left[d(k) \mid \mathcal{N}_k^{(1)} \right] = E \left[d(k) \right]$ ，則 $V(d)$ 可表示成

$$V(d) = E^Q \left[\sum_{k=1}^T \frac{1}{[1+r(0)][1+r(1)] \cdots [1+r(k-1)]} \bar{d}(k) \right] = \sum_{k=1}^T P(k) \cdot E \left[d(k) \right]$$

其中 Q 為對財務風險變數之評價測度。針對第二種情形，假設現金流量在每一時間均可表示財務變數向量 $X(k)$ 及巨災變數向量 $Y(k)$ 之集合，即 $d(k) = \varphi_k(X(k), Y(k))$ ， $Y(k)$ 的聯合密度函數為 $g_k(Y)$ ，則

$$\bar{d}(k) = E^Q \left[d(k) \mid \mathcal{N}_k^{(1)} \right] = E^Q \left[\varphi_k(X(k), Y(k)) \mid \mathcal{N}_k^{(1)} \right] = \int_{D_k} \varphi_k(X(k), y) g_k(y) dy$$

其中 D_k 為 $Y(k)$ 聯合分佈的集合；因此依現金流量結構， $V(d)$ 可簡化成

$$\begin{aligned} V(d) &= E^Q \left[\sum_{k=1}^T \frac{1}{[1+r(0)][1+r(1)] \cdots [1+r(k-1)]} \bar{d}(k) \right] \\ &= E^Q \left[\sum_{k=1}^T \frac{1}{[1+r(0)][1+r(1)] \cdots [1+r(k-1)]} \times \int_{D_k} \varphi_k(X(k), y) g_k(y) dy \right] \end{aligned}$$

此法為實務界最普遍使用的方法。巨災風險模型為不完全的事實是指巨災債券在計價時並無一個唯一的詮釋方式，也就是沒有唯一立即可得的

投資組合可供避險使市場無套利情形。在代理法之中，效用函數與市場對風險趨避的態度有關。巨災債券價格的變動效果可選擇各種利率模型以表現出來。

(三) 計價實例

參考 Cox 和 Pedersen (2000b)，我們以一個結合二元利率期間結構及巨災風險結構的兩期計價模型來說明離散時間下如何計價。首先定義債券為本金保證型債券，面額為 1,000 元。第二期到期時給付面額 1000 元（機率為 1）。若在 $(k-1, k]$ 期間未發生巨災則當期 $k(k=1,2)$ 給付票面息 120 元，結合巨災風險及利率期間之結構如圖 3-16。

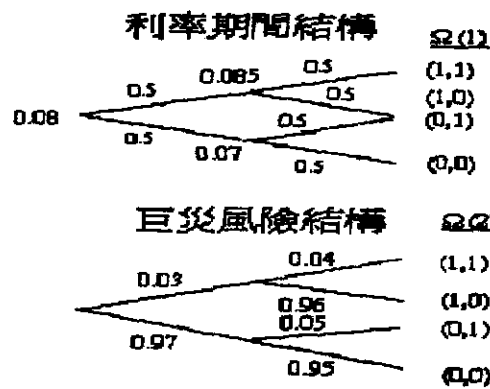


圖 3-16 利率期間結構及巨災風險

第一期依據巨災模型付給債券持有人的預期現金流量為

$$d(1) = 120 \cdot 0.97 = 116.4$$

第二期的預期現金流量為

$$d(2) = 1000 + 120 \cdot 0.97 \cdot 0.95 + 120 \cdot 0.03 \cdot 0.96 = 1114.036$$

則利用利率期間結構折現後之期望值，亦即巨災債券價格為

$$V(d) = \frac{1}{1.08} \left[116.4 + 1114.036 \cdot \left(\frac{1}{1.085} + \frac{1}{1.07} \right) \frac{1}{2} \right] = 1065.1$$

考慮一相同現金流量的確定履約債券，亦即一般債券(straight bond)。依據相同利率期間結構，一般債券之價格為

$$V(d) = \frac{1}{1.08} \left[120 + 1120 \left(\frac{1}{1.085} + \frac{1}{1.07} \right) \frac{1}{2} \right] = 1073.6$$

假設一保險人發行巨災債券且同時購買一般債券，則一般債券會較為昂貴並消耗保險人每千元面額 8.5 元(1073.6-1065.1)的成本，則代表保險人可以 8.5 元增加兩年 1000 元的能量以從事銷售保險的行業。

三、連續模型下巨災債券之計價

(一) 利率模型

我們知道，巨災債券價格的變動效果可藉利率模型之選擇表現出來，所以若今天發行的巨災債券係屬短期以上的債券（超過一年）的話，利率模型便必須進入計價模型之中以求計價之正確。

我們應該採用何種利率模型？一般而言，建構包含無法履約風險之可不履約債券及其他偶發求償(contingent claim)，我們將其視為由事故率過程(hazard-rate process)控制的一種不可預測事件，而採用遞減形式模型(reduced-form model)來估計其利率結構。我們將損失事件發生時本金損失部分設為本金的某一比例。

假設未發生無法履約事件，在到期日 T 時給付 X ，則在無套利假設下任何證券均可以短期利率過程(short-rate process) r 及平賭測度(martingale measure) Q 計算其價格。在風險中立機率測度 Q 下，給定時間 t 前的資訊，令 h_t 為時間 t 的無法履約的事故率， L_t 為在時間 t 若無法履約事件發生時的本金預期比例損失，以無法履約調整短期利率過程(default-adjusted short-rate process) $R = r + hL + Z$ 代替一般使用的短期利率過程 r 對債券進行計價，則會發生即使在 Q 測度下亦會因 R 帶有不確定隨機項而高估價格的現象，故需在 Q 測度下再行一次轉換得到測度 Q^* 消除 Z ，將損失過程再次

轉換，求得以正確的測度計算正確的價格。在風險中立機率測度 Q^* 下，給定時間 t 前的資訊，以轉換後無法履約調整短期利率過程 $R^* = r + hL$ 代替一般的無法履約調整短期利率過程 $R = r + hL + Z$ ，則可證明該債券可視為似乎不會無法履約(as if it were default-free)而加以計價，也就是說在給定條件之下，可不履約的債券本金給付部分 X 其初始市場價格應為

$$V_0 = E_0^Q \left[\exp \left(- \int_0^T R_t^* dt \right) X \right]$$

其中 E_0^Q 在時間0風險中立條件期望因子， $R_t^* = r_t + h_t \cdot L_t$ ， $h_t \cdot L_t$ 為該債券之風險中立平均損失率(risk-neutral mean-loss rate)，利用調整後利率 R_t^* 折現則包含了無法履約事件發生的時間和機率，以及發生後的損失效果。值得注意的是， $h_t \cdot L_t$ 假設應為外生變數，則可以 R_t^* 代替 r 的方式直接套用不會無法履約債券的計價方式來對可不履約債券進行計價，而這種事故率及預期損失比例與市值 V_t 獨立的假設則是一般可不履約債券收益(default-able bond yields)的遞減形式模型。

(二) 巨災債券之計價

巨災債券是近年來 ART 市場中，交易最為熱絡的新興商品。以巨災損失是否會影響債券本金的償還來區分，債券償付條件可分為本金沒收型、本金部分保證型與本金保證償還型等類型，以下分別就此三種類型商品進行計價：

1、本金沒收型

我們修正 Cummins and Geman (1995) 以套利理論對巨災選擇權進行的計價過程，定義瞬間損失過程 (instantaneous claim process) 為 $S(t)$ ，於 $[t, t+dt]$ 時間內的保險損失為 $S(t)dt$ 。因此，累積損失為

$$L(t) = \int_0^t S(\tau) d\tau$$

一般模擬股票價格所用的幾何布朗運動無法有效描述因巨災所造成的損失，因為在契約訂定的損失發生期間內損失發生的情況不一，故分成兩個

期間討論，如圖 3-17 所示。



圖 3-17 契約到期時間

首先假設 $S(t)$ 為幾何布朗運動加上離散的卜瓦松過程，因此

$$dS(t) = S(t^-) [\mu dt + \sigma dW(t)] + \kappa dN(t), \quad t \in [0, T_1]$$

其中 $W(t)$ 為布朗運動項， μ 及 σ 為幾何布朗運動部分之預期成長率與波動度 κ 表示巨災所造成跳動的密度（巨災損失經與到期時間之剩餘時間平攤的平均跳動幅度，並非常數）、 $N(t)$ 為卜瓦松過程，其參數為 λ ，表示單位時間內巨災發生的次數 $W(t)$ 與 $N(t)$ 無關。接下來是損失確定期間，由於只是累積前一階段因巨災所造成的損失，故假設損失過程為幾何布朗運動

$$dS(t) = S(t) [\mu' dt + \sigma dW(t)] \quad , \quad t \in [T_1, T]$$

由無套利的假設，前二式可改寫成

$$dS(t) = S(t^-) [\alpha dt + \sigma d\hat{W}(t)] + \kappa dN(t)$$

$$dS(t) = S(t) [\alpha' dt + \sigma d\hat{W}(t)]$$

$\hat{W}(t)$ 為在 Q 測度下之布朗運動， α 、 α' 為 CEQ (certainty-equivalent growth rates)。在契約結束 (T) 之累積損失為

$$L(T) = \int_0^T S(\tau) d\tau$$

按照給定之隨機過程， $L(T)$ 之期望值為²

$$\begin{aligned} E^Q[L(T)|F_t] &= E^Q \left[\int_0^t S(\tau) d\tau + \int_t^T S(\tau) d\tau | F_t \right] \\ &= \int_0^t S(\tau) d\tau + E^Q \left[\int_t^T S(\tau) d\tau | F_t \right] \end{aligned}$$

即 t 時間點上過去的累積損失為已知。

² 數值計算可參考張士傑、山中康司(2000)。

由於我們假設在事件發生期間的損失過程為幾何布朗運動與卜瓦松過程的結合，而累積損失為損失過程對時間的積分，因此巨災債券的價格無法以偏微分方程式表示，故此我們直接對給付函數在 Q 測度下取期望值的折現做為債券的價格，巨災債券按風險的大小（由給付函數決定）分成不同類型，即本金損失的大小與巨災所造成的損失多寡有關。加入利率結構，為消除長期利率下的擾動項，將瞬間損失過程轉換至可利用 $R^* = r + hL$ 之利率折現算出正確的價格而不會高估（ h_t 為時間 t 的無法履約的事故率， L_t 為在時間 t 若無法履約事件發生時的本金預期比例損失）。損失過程轉換至 Q^* 測度，其形式為

$$dS(t) = S(t^-) [\theta dt + \sigma d\tilde{W}(t)] + \kappa dN(t)$$

$$dS(t) = S(t) [\theta^* dt + \sigma d\tilde{W}(t)]$$

依債券給付內容，若 $M = \text{Max}(L(T) - R, 0)$ ， $N = \text{Max}(L(T) - (R + IF), 0)$ 則依契約內容到期時其價值為

$$V(T) = F - \frac{M - N}{I}$$

其中 F 為債券之面額， $V(T)$ 為本金沒收型巨災債券到期之價值， R 為債券契約所約定的償付總額（即各保險公司之自留額總和）， I 為巨災債券之總發行張數。

若在契約期間內未發生巨災，則可獲得約定之票面息及本金 F 。若巨災造成的損失超過某一定值（約定上限），則仍可獲得約定之票面息（和因補償損失確定時間的額外票面息），而本金部分則會損失部分或全部。因此，本金與額外票面息部分可看做成一選擇權，其標的為巨災所造成的累積損失，在契約期間債券之價格為

$$V(t) = PV(\text{coupon}) + \text{Option}(t)$$

也可以寫成

$$V(t) = cE_t^Q \left(\sum_{j=1}^{2n} e^{-\int_t^{t+\Delta t} R_s^* ds} \right) + E_t^Q \left(e^{-\int_t^T R_s^* ds} \left(F - \frac{M-N}{I} \right) \right)$$

$V(t)$ 代表債券的價格， $PV(\text{coupon})$ 代表票面息的現值， $Option(t)$ 則代表在 t 時間時選擇權部分的價格， $R_t^* = r_t + h_t \cdot L_t$ ， c 為票面息。

2、本金部分保證型

利用相同的方式，將損失分成兩個時期，其損失過程分別為

$$\begin{aligned} dS(t) &= S(t^-) [\mu dt + \sigma d\hat{W}(t)] + \kappa dN(t) \\ dS(t) &= S(t) [\mu' dt + \sigma d\hat{W}(t)] \end{aligned}$$

加入風險中立測度及利率結構，為消除長期利率下的擾動項，則需進行二次轉換，將瞬間損失過程轉換至可利用 $R^* = r + hL$ 之利率折現算出正確的價格而不會高估。損失過程轉換至 Q' 測度，其形式為

$$\begin{aligned} dS(t) &= S(t^-) [\theta dt + \sigma d\tilde{W}(t)] + \kappa dN(t) \\ dS(t) &= S(t) [\theta' dt + \sigma d\tilde{W}(t)] \end{aligned}$$

第一式為損失發展期間瞬間損失過程，第二式則為損失確定期間瞬間損失過程。因為本金部分保證型是本金沒收型加上最低保證金額，故其契約型態可寫成下列情形：

(1) 若 $L(T) \leq R$ ，則債券發行者於到期時付給債券持有人面額 F 。

(2) 若 $L(T) > R$ ，則債券發行者於到期時付給債券持有人 $F - \frac{L(T) - R}{I}$ ，最少應給付最低保證金額 B 。則於到期時債券之價值 $V(T)$ 可表示為

(1) 若 $L(T) \leq R$ ，則 $V(T) = F$ 。(2) 若 $R < L(T) < R + I(F - B)$ ，則 $V(T) = F - \frac{L(T) - R}{I} > B$ 。(3) 若 $L(T) > R + I(F - B)$ ，則 $V(T) = B$ 。將此三式

簡化，依債券給付內容，若 $H = \text{Max}(L(T) - (R + I(F - B)), 0)$ ，可得債券到期時價值為

$$V(T) = F - \frac{M - H}{I}$$

若在契約期間內未發生巨災，則可獲得約定之票面息及本金 F ；反之若巨災造成的損失超過某一定值（約定上限），則仍可獲得約定之票面息（和因補償損失確定時間的額外票面息），而本金部分則會損失部分或最多損失到 B ，並且本金與額外票面息部分可看做成一選擇權，其標的為巨災所造成的累積損失，在契約期間債券之價格即可寫成類似本金沒收型的債券價格 $V(t) = PV(\text{coupon}) + \text{Option}(t)$ 。也可以寫成

$$V(t) = cE_t^Q \left(\sum_{j=1}^{2n} e^{-\int_t^{t+\Delta s} R_s^* ds} \right) + E_t^Q \left(e^{-\int_t^{t+T} R_s^* ds} \cdot \left(F - \frac{M-H}{I} \right) \right)$$

3、本金保證償還型

利用相同的方式，將損失分成兩個時期，則瞬間損失過程分別為

$$\begin{aligned} dS(t) &= S(t^-) \left[\mu dt + \sigma d\hat{W}(t) \right] + \kappa dN(t) \\ dS(t) &= S(t) \left[\mu' dt + \sigma d\hat{W}(t) \right] \end{aligned}$$

經過兩次轉換後的損失過程為

$$\begin{aligned} dS(t) &= S(t^-) \left[\theta dt + \sigma d\tilde{W}(t) \right] + \kappa dN(t) \\ dS(t) &= S(t) \left[\theta' dt + \sigma d\tilde{W}(t) \right] \end{aligned}$$

契約結束時之累積損失為

$$L(T) = \int_0^T S(\tau) d\tau$$

則依契約內容契約到期時其價值為 $V(T) = 1$ 。因約定期間內不論有無巨災損失發生，都必須償還債券本金於投資者，若期間無巨災事件發生，則債券到期償還債券本金，反之，發生巨災損失，則不論巨災發生金額多寡，債券發行者得需依契約所約定的償付時間（通常為十年）償還本金，期間無需支付利息，得保有一筆資金作為融通。故以債券的現金流量的觀點，參考 Geman (1999) 的模型，可將本金保證償還型的巨災債券的價值看成

$$V(t) = E_t^Q \left[\sum_{k=1}^n \varphi_k \exp \left(-\int_t^{t+k} R_s^* ds \right) 1_{L(k) < R} \mid F_t \right]$$

其中 φ_k 為時間 $t+k$ 時之現金流量， φ_k 包含本金的償還， $k=1, 2, \dots, n-1$ 、

$L(k)$ 為時間 $t+k$ 時之累積損失， R_s^* 為時間 s 時之瞬間利率， R 為債券契約所約定的自留額。若利率與自然巨災為獨立的假設成立且為無套利市場，則上式可簡化成

$$V(t) = \sum_{k=1}^n \exp\left(-\int_t^{t+k} R_s^* ds\right) \phi_k E_t^Q \left[1_{L(t+k) < R} | F_t \right]$$

若在契約期間內未發生巨災，則可獲得約定之票面息及本金 F ；反之若巨災造成的損失超過某一定值（約定上限），則停止給付約定之票面息，而本金部分不會損失，但因巨災損失超過約定金額，本金將延遲數年償還作為巨災發生後的緩衝融通資金，所以可將本金部分與票面息部分可看做選擇權，其標的為巨災所造成的累積損失，在契約期間債券之價格即可寫成 $V(t) = \sum Option(coupon) + Option(t)$ 。Option(t) 部份則為本金償還之現值，可寫成(1)無巨災發生： $Option(t) = F \cdot e^{-\int_0^t R_s^* ds}$ 。(2)有巨災發生：若 $L(T) \leq R$ ， $Option(t) = F \cdot e^{-\int_0^t R_s^* ds}$ ，否則 $Option(t) = F \cdot e^{-\int_0^T R_s^* ds}$ 。其中 T^* 為巨災發生後延遲償還本金的時間，亦為自契約開始到返還本金可能最長時間。

第六節 巨災保險施行實例：加州地震管理局 (CEA)

CEA 之地震險保單為大多被保險人之基本保障部分，不足之部分，被保險人可向未參加 CEA 之保險業者購買更多保障的保單。此外另有 CEA 居家重建計畫 (Residential Retrofit Program) 執行協助投保戶之重建工作。

CEA 之資格條件為加州政府核准設立之保險業者。以 1994 年住宅地震險之市場佔有率或申請加入時點之市場佔有率為準，原則上每 1% 之市場佔有率需出資美金 1,000 萬元；可享加州稅法優惠。原則上不退費，欲退出應 12 個月前通知。

CEA 承保額度以 105 億美金加可能盈餘之總和為上限。每一保單承

保對象有房屋所有人、公寓式房屋所有人及租屋者。承保累計賠款限額為 105 億美金，共分六層負擔，如圖 3-18。產險公司依市場佔有率繳交基金 10 億美金；盈餘支應完，再向保險業者攤收賠款 30 億美金。當承保能量累計損失超過 40 億美金時，再保險負擔 20 億美金。CEA 可發行加州州政府之收益公債 10 億美金。CEA 可向資本市場以舉債方式取得 15 億美金。累計賠款超過 85 億美金時，再向保險業者攤收賠款。

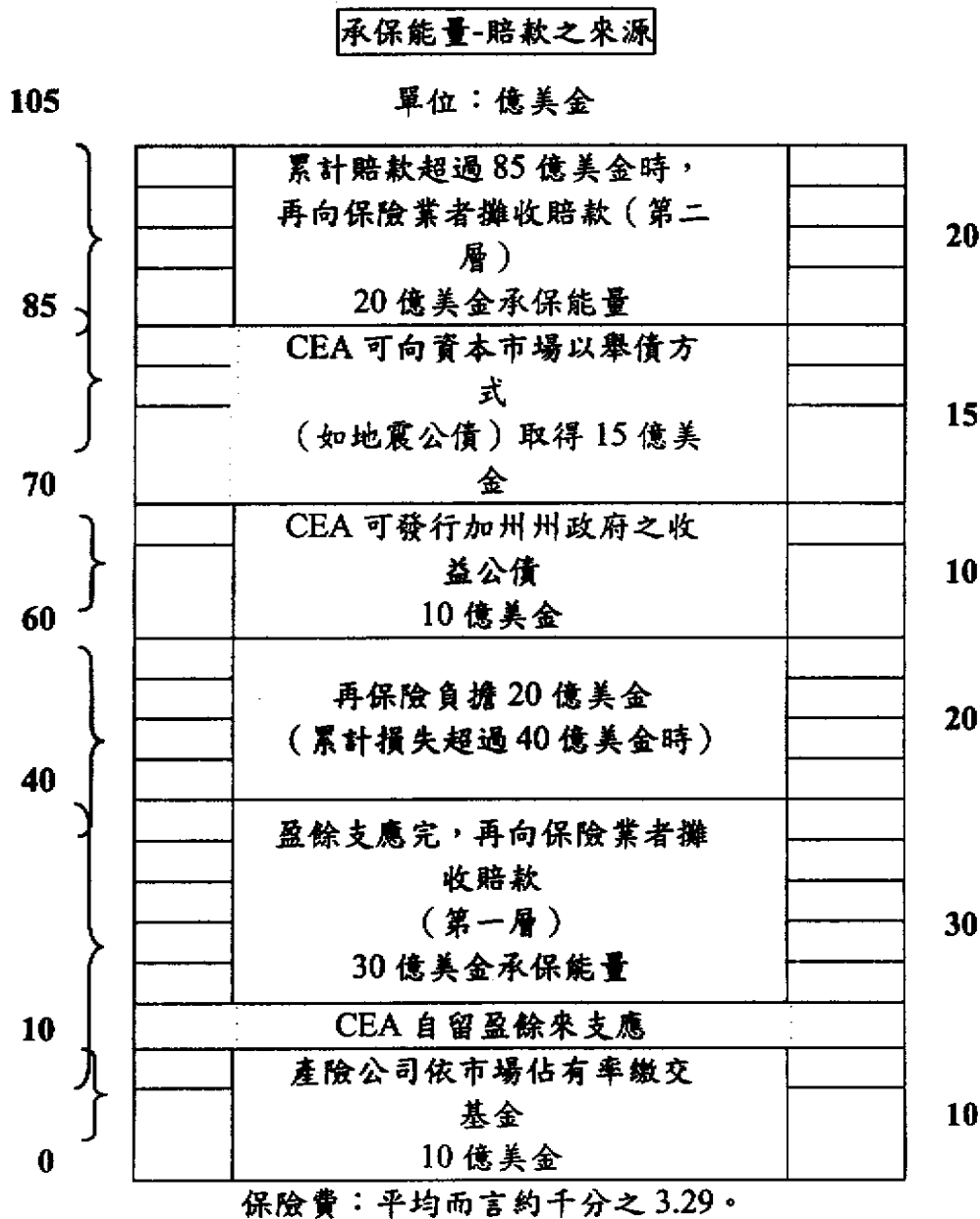


圖 3-18 CEA 承保能量與賠款之來源

第七節 實證模擬分析

一、台灣巨災經驗損失模型

圖 3-18 為自民國 70 年至 88 年的 19 年中，台灣重大自然及人為巨災（資料來源：Swiss 再保險公司出版之 Sigma 期刊）的時間—損失圖：

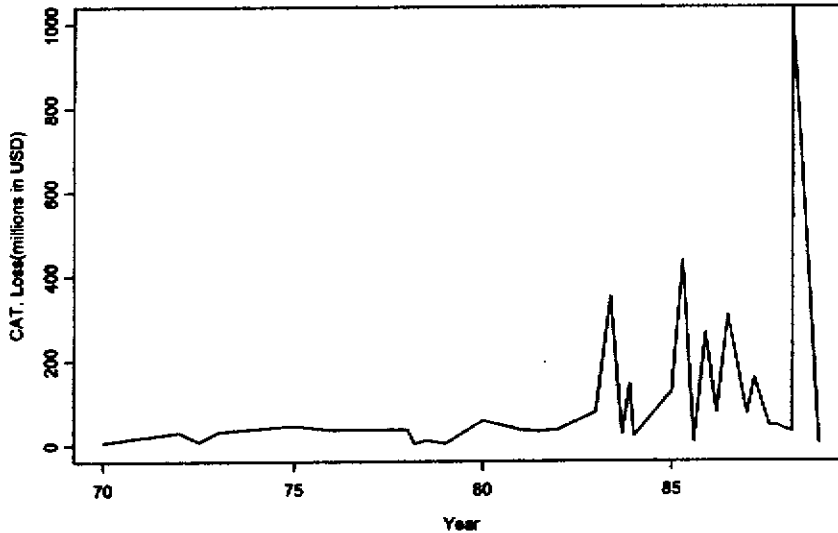


圖 3-19 台灣巨災經驗損失（單位：百萬美元）

發生於不同時點的理賠金額會因為時間的經過而使其價值增加（時間價值），所以利用民國 70 年至 88 年每年的經濟物價指數作為每年的通膨率，因此將巨災損失視為以自包括發生年（假設巨災均在年初發生）至 89 年每年的通膨率成長（即每年乘上 1 加上通膨率），得到調整後損失，並以調整後損失的資料，進而假設與檢定實際損失資料的分配型態。

對於台灣近幾年來的重大天然及人為災害所造成的重大傷亡以及財物損失之 34 筆資料加以分析（如表 3-1），我們希望能針對巨災損失（損失幅度）找出一機率分配以合理解釋上述資料。我們以幾種常見而且直觀上比較能合理解釋損失幅度的機率分配（如對數常態分配、韋柏分配、卡方分配等）作適合度檢定，以檢定出上述資料型態能在統計上不被拒絕為

何種分配型態。

表 3-1 巨災發生金額及調整表

(資料來源：Swiss 再保險公司出版之 Sigma 期刊)

	發生時間	巨災損失(單位：百萬美元)	時間因子	調整後損失
1	70	6	1.741863	10.45118
2	72	30	1.454674	43.64023
3	72	7.2	1.454674	10.47365
4	73	31	1.435014	44.48545
5	75	45.2	1.437745	64.98609
6	76	35	1.427893	49.97625
7	78	36.2	1.402554	50.77244
8	78	2.6	1.402554	3.646639
9	78	10	1.402554	14.02554
10	79	2.6	1.343185	3.49228
11	80	57	1.290035	73.53201
12	81	35	1.244847	43.56966
13	82	31	1.191698	36.94263
14	82	35	1.191698	41.70942
15	83	76.3	1.157662	88.32964
16	83	213	1.157662	246.5821
17	83	350	1.157662	405.1818
18	83	24	1.157662	27.7839
19	83	143.2	1.157662	165.7773
20	84	20	1.112174	22.24349
21	85	125.2	1.072699	134.3019
22	85	436.4	1.072699	468.1259
23	85	5.6	1.072699	6.007115
24	85	265.5	1.072699	284.8016
25	86	75.1	1.040748	78.16019
26	86	306.1	1.040748	318.573
27	87	71.5	1.031465	73.74975
28	87	158.1	1.031465	163.0746
29	87	43.3	1.031465	44.66243
30	87	45	1.031465	46.41592
31	88	35.8	1.014423	36.31633
32	88	30	1.014423	30.43268
33	88	14100	1.014423	14303.36
34	88	0.8	1.014423	0.811538

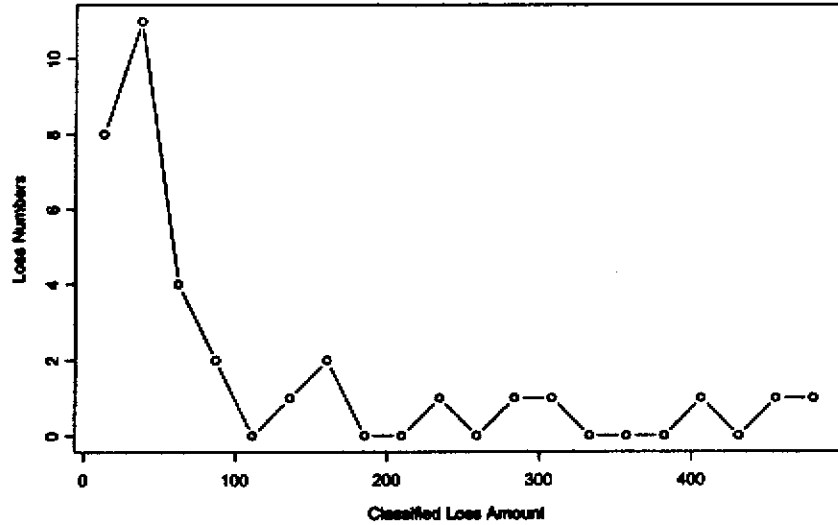


圖 3-20 巨災損失發生次數圖

首先將此離散資料分為二十組，分組資料如表 4-2。接著對損失資料進行分析，先假設損失分配為對數常態分配，以最大概似估計法(MLE)估計若符合此分配下實際損失資料之平均數及標準差，得到平均數 $\hat{\mu} = 4.031784$ ，估計標準差 $\hat{\sigma} = 1.297741$ ；在假設損失情況符合對數常態分配下，以適合度檢定，在 $\alpha = 0.05$ 的顯著水準下，其檢定量

$$\chi_{0.05}^2 = 24.14377 < 27.58709 \text{ (臨界值)}$$

故我們不拒絕巨災損失幅度機率分配為平均數 $\hat{\mu} = 4.031784$ ，標準差 $\hat{\sigma} = 1.297741$ (單位：百萬美金) 的對數常態分配。

二、巨災債券計價模擬

本節將針對巨災債券以蒙地卡羅法進行模擬計價，針對本金沒收型、本金部分保證型、以及本金保證償還型三種型態的債券進行計價：

(一) 本金沒收型巨災債券

1、模型

表 3-2 損失分配區間

分組區間 (單位：百萬美元)	區間預估 損失個數	區間預估 損失分佈機率	區間實際 損失個數
[0.811538, 25.40703]	9.148703	0.26908	8
[25.40703, 50.00252]	6.583417	0.19363	11
[50.00252, 74.59802]	4.156837	0.12226	4
[74.59802, 99.19351]	2.819381	0.082923	2
[99.19351, 123.789]	2.019639	0.059401	0
[123.789, 148.3845]	1.506516	0.044309	1
[148.3845, 172.98]	1.159113	0.034092	2
[172.98, 197.5755]	0.91392	0.02688	0
[197.5755, 222.171]	0.73505	0.021619	0
[222.171, 246.7665]	0.601007	0.017677	1
[246.7665, 271.362]	0.498289	0.014656	0
[271.362, 295.9575]	0.418078	0.012296	1
[295.9575, 320.5529]	0.354422	0.010424	1
[320.5529, 345.1484]	0.303193	0.008917	0
[345.1484, 369.7439]	0.261456	0.00769	0
[369.7439, 394.3394]	0.227081	0.006679	0
[394.3394, 418.9349]	0.198496	0.005838	1
[418.9349, 443.5304]	0.174518	0.005133	0
[443.5304, 468.1259]	0.154274	0.004537	1
[468.1259, --]	1.76661	0.051959	1

在損失發生期間 $(0, T_1)$ 中，其瞬間損失之過程為

$$dS = S(t^-) [\mu dt + \sigma dW(t)] + \kappa dN(t) \quad , t \in [0, T_1]$$

在損失確定期間 (T_1, T) 中，其瞬間損失之過程為

$$dS = S(t) [\mu' dt + \sigma dW(t)] \quad , t \in [T_1, T]$$

加入風險中立測度及利率結構，其損失過程轉換成

$$dS(t) = S(t^-) [\theta dt + \sigma d\tilde{W}(t)] + \kappa dN(t)$$

$$dS(t) = S(t) [\theta' dt + \sigma d\tilde{W}(t)]$$

藉由上式，將其置換成

$$S(t) = e^{X(t)} \left[S(0) + \kappa \int_0^t e^{-X(u)} dN(u) \right], \quad t \in [0, T_1]$$

$$S(t) = S(T_1) e^{X(t-T_1)}, \quad t \in [T_1, T]$$

其中 $X(t) = (\theta - 0.5\sigma^2)t + \sigma\tilde{W}(t)$ 、 $X'(t) = (\theta' - 0.5\sigma'^2)t + \sigma'\tilde{W}'(t)$ ，在模擬過程中，令 $\tilde{W}(t) = z\sqrt{\Delta t}$ ， z 為一標準常態分配中隨機抽取的亂數，為模擬路徑的時間間隔，取 $\Delta t = \frac{1}{360}$ 年。

綜合上述兩者，並將其積分為累積損失 $L(t)$ 以為計價的依據，其中

$$L(t) = \int_0^t S(\tau) d\tau$$

設定損失發生期間為三年 ($T_1=3$)，即包括三年所有由巨災所產生的損失，損失確定期間則為半年 ($T=T_1+0.5=3.5$)，巨災單一損失幅度取台灣地區民國 70 年至 88 年巨災損失金額 (單位：百萬美元)，經 MLE 估計及適合度檢定後符合對數常態分配，其平均數 $\hat{\mu}=4.031784$ ，標準差 $\hat{\sigma}=1.297741$ (單位：百萬美金)，但為求一旦發生巨災損失，其金額應在契約到期前分攤以求積分時能得到正確金額，故 κ 為該對數常態分配取亂數後再除以剩餘到期時間 (即除上 $T-t$)；並給定一年預期發生 1.79 次 (即 $\lambda=34/19=1.79$)，及 $\theta=\theta'=0.1$ 。

2、債券規格

(1) 本金面值為 $F=1000$ 元

(2) 每半年息票為 $C=5.5\% \times F=55$ 元，共六期 (不含損失發生期間若有巨災發生延遲本金至損失確定期間結束給付之額外票面息)。

(3) 若巨災所造成的保險損失低於總自留額度 R ，則買方獲得六次票面息且本金於損失發生期間結束時即歸還。

(4) 若巨災所造成的保險損失高於總自留額度 R ，則買方獲得六次票面息，但本金延遲至損失確定期間結束時就損失發生情形扣減部份本金至本金全數損失，若有剩餘本金則歸還，並另外給付額外票面息

$$C = 5.5\% \times F = 55。$$

(5) 本金與額外票面息部分可視成選擇權，其標的為巨災所造成的累積損失，在契約期間債券之價格為 $V(t) = PV(\text{coupon}) + \text{Option}(t)$ ，也可以寫成

$$V(t) = c \cdot \sum_{j=1}^6 e^{-\int_0^{t_j} R_s} + \text{Option}(t)。$$

Option 部份則為本金扣去損失後剩餘金額之

現值。無巨災發生（即 $L(T) \leq R$ ）時， $\text{Option} = F \cdot e^{-\int_0^T R_s ds}$ 。有巨災發生（即

$$L(T) > R$$

時， $\text{Option} = \left[F - \frac{M-N}{I} + C \right] \cdot e^{-\int_0^T R_s ds}。$

此例中 I 為債券發行張數， $R^* = r + hL$ ，給定 $r = 0.06, h = 0.2$ ，而因此為本金沒收型債券，故預期損失比例 L 應為 0.5，票面利率為 11%，每次價格模擬為 100,000 次，所得結果如表 3-3。

表 3-3. R, I 固定、事故率變動之債券價格： $R = 100, I = 10^7$

H	σ		
	0.2	0.4	0.6
0.05	1033.246	1032.917	1032.527
0.10	963.2546	963.0961	962.8288
0.15	899.6427	899.3221	899.1877
0.20	840.4146	840.2849	839.9081
0.25	785.9948	785.8543	785.5474
0.30	735.9101	735.5337	735.3538

表 3-4 h, I 固定、總自留金額變動之債券價格： $h=0.2, I=10^7$

R	σ		
	0.2	0.4	0.6
100	840.4971	840.4441	840.2849
125	841.6602	842.2711	842.0881
150	844.1483	843.6834	843.5729
175	845.4758	845.1505	844.9322
200	847.5783	846.7761	846.4725
225	848.8763	848.7384	848.4933
250	850.5156	850.1421	850.1259
275	851.7285	851.5303	851.4535
300	853.4987	853.2917	852.9964

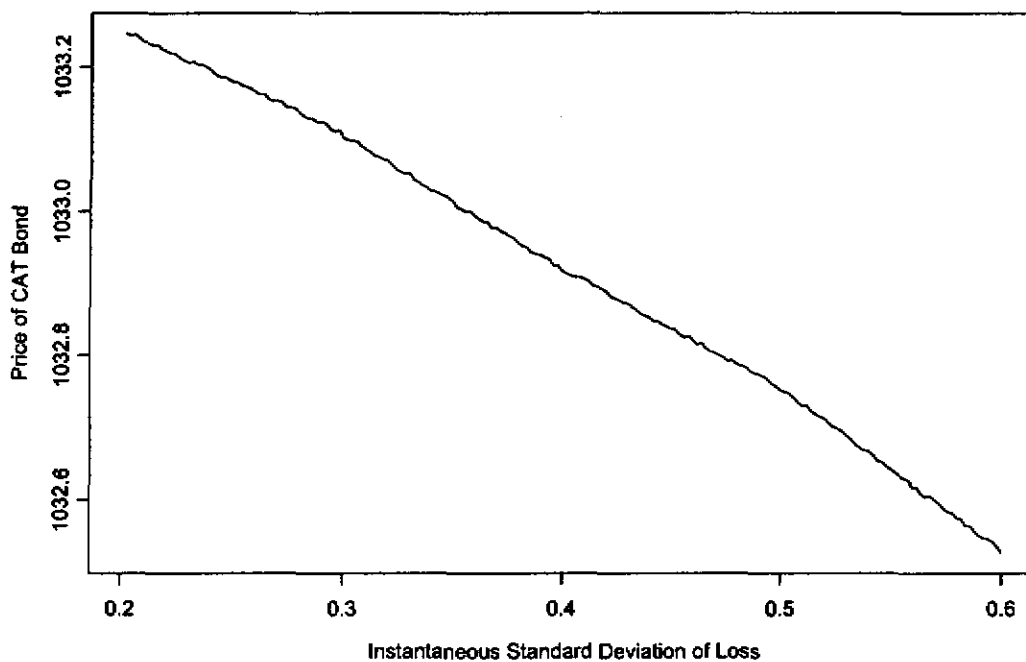


圖 3-21 事故率為 0.05 不同標準差之債券價格

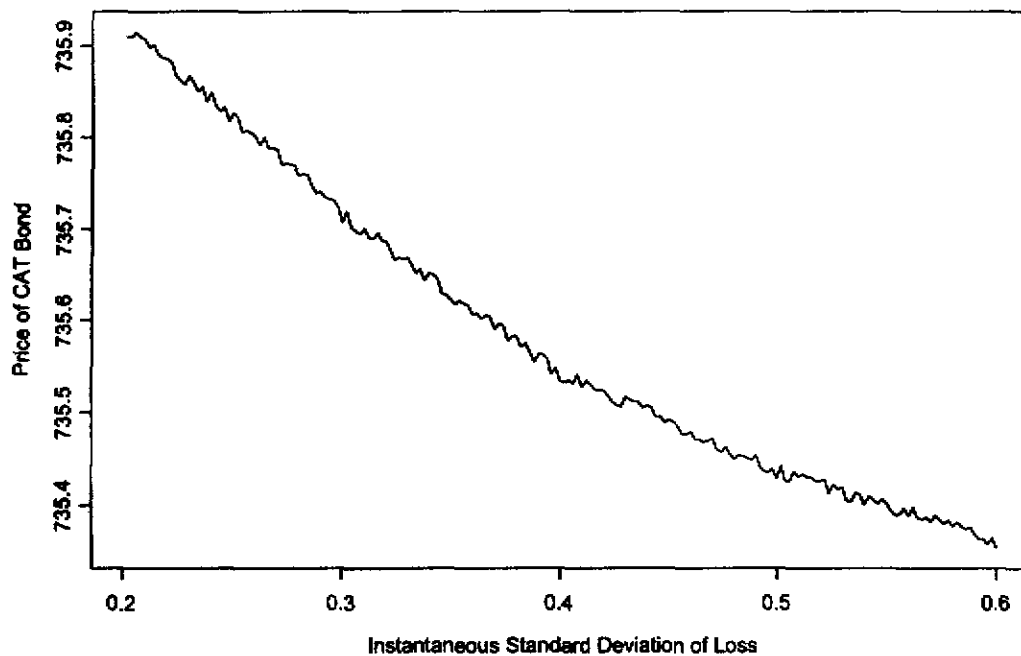


圖 3-22 事故率為 0.3 不同標準差之債券價格

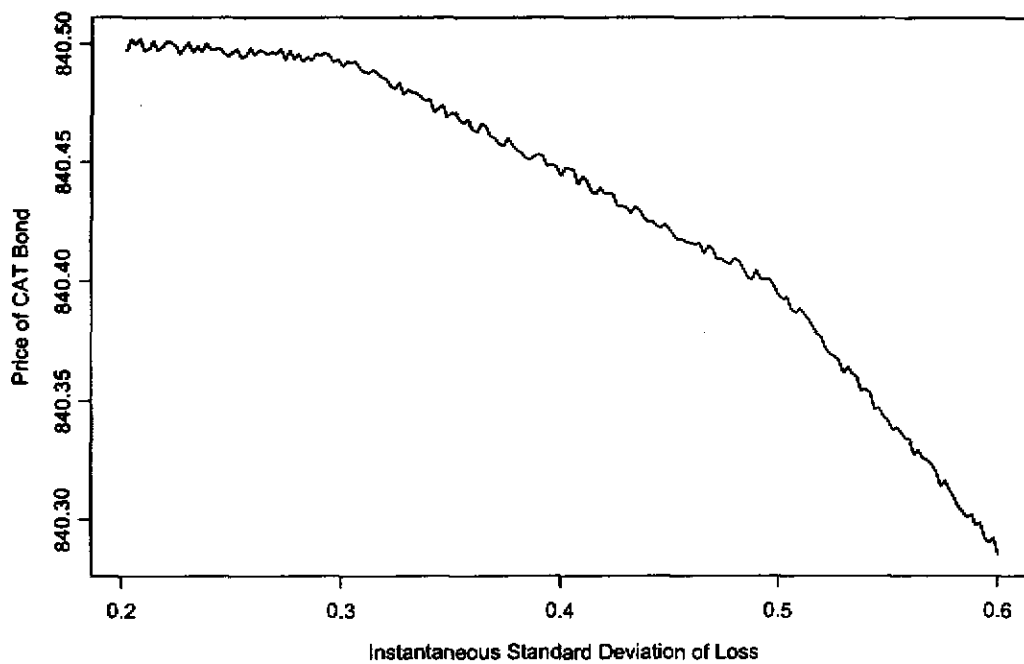


圖 3-23 自留額為 1 億美金不同標準差之債券價格

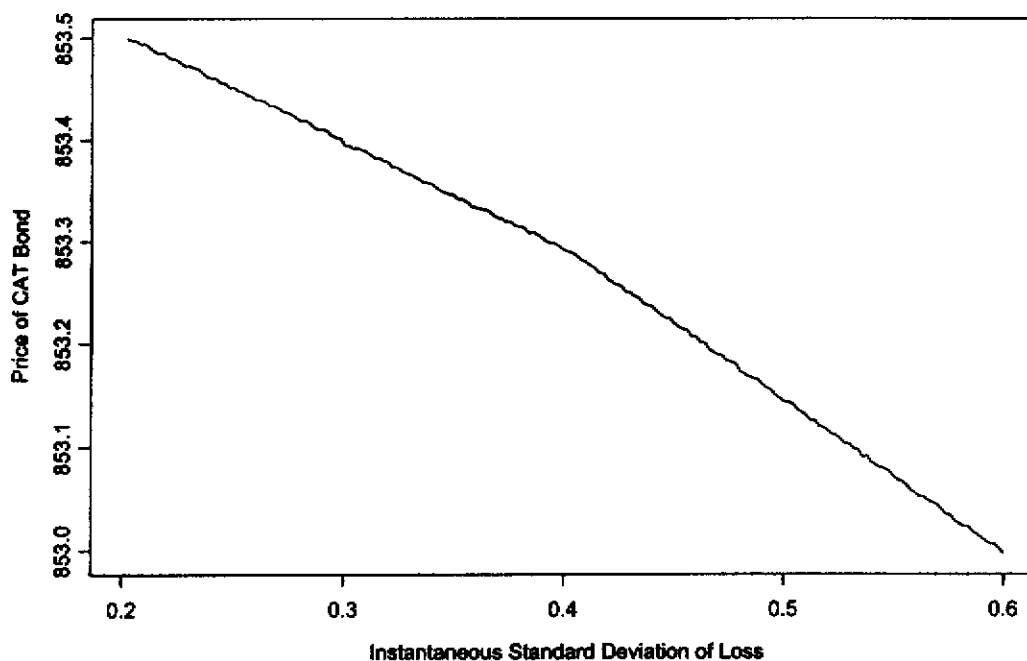


圖 3-24 自留額為 3 億美金不同標準差之債券價格

表 3-5 h 固定、R 固定、債券總發行張數變動之債券價格：h=0.2，R=100

I	σ		
	0.2	0.4	0.6
0.6×10^7	816.6898	816.235	815.9921
0.7×10^7	825.0886	824.7413	824.1549
0.8×10^7	831.1623	831.0019	830.989
0.9×10^7	836.0146	835.9175	835.777
1.0×10^7	840.6166	840.2849	840.0878

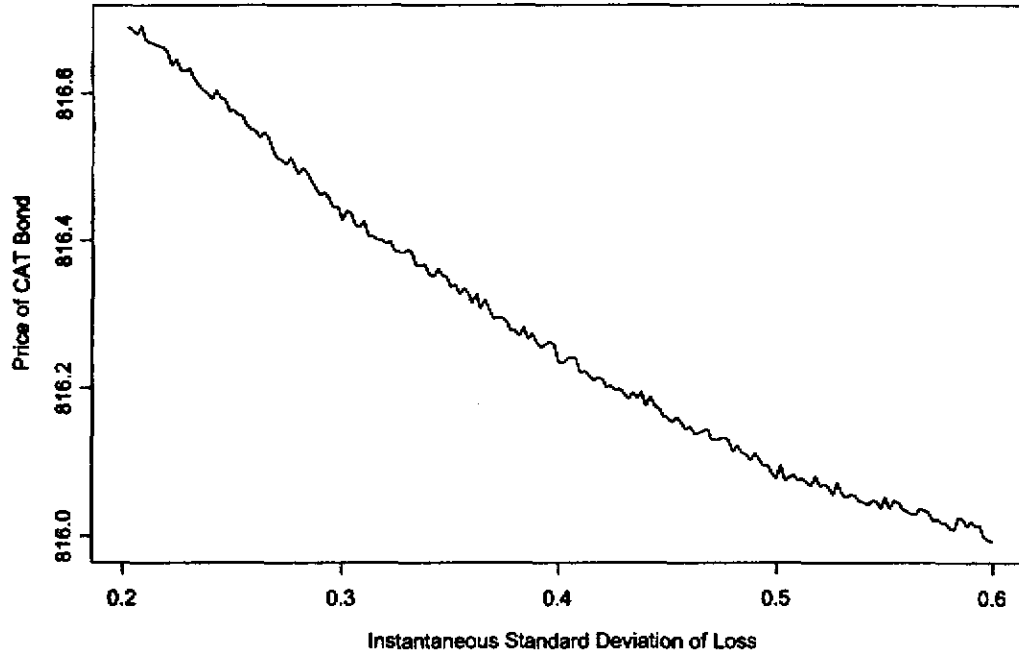


圖 3-25 發行量為六百萬張不同標準差之債券價格

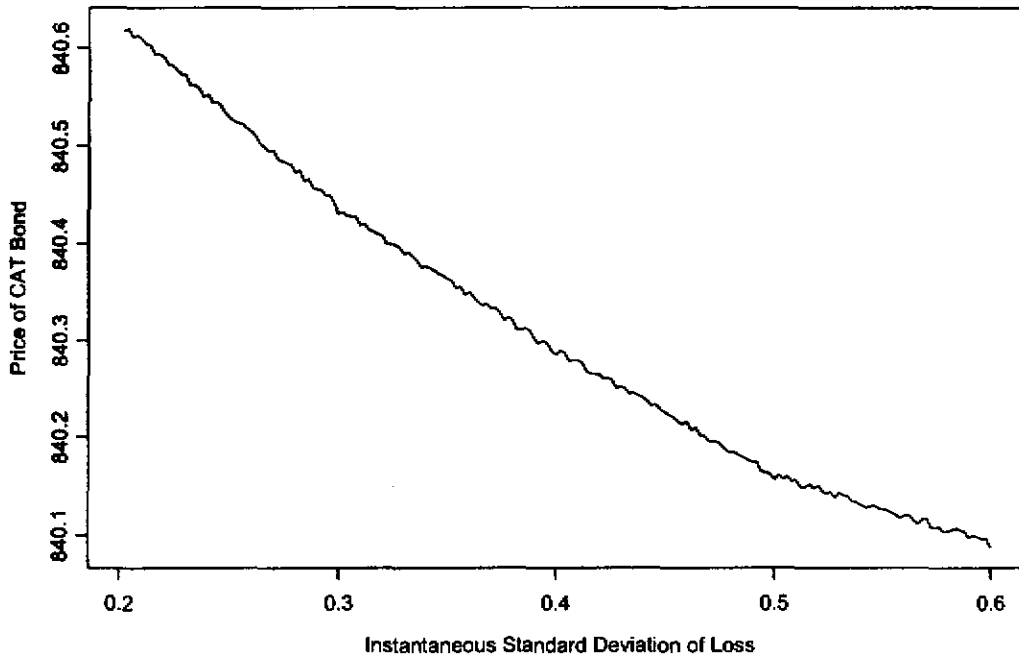


圖 3-26 發行量為一千萬張不同標準差之債券價格

(二) 本金部分保證型巨災債券

1、模型

同本金沒收型。

2、債券規格

(1) 本金面值為 $F = 1000$ 元

(2) 半年息票為 $C = 5.5\% \times F = 55$ 元，共六期（不含損失發生期間若有巨災發生延遲本金至損失確定期間結束給付之額外票面息）。

若巨災所造成的保險損失低於總自留額度 R ，則買方獲得六次票面息且本金於損失發生期間結束時即歸還。

(3) 若巨災所造成的保險損失高於總自留額度 R ，則買方獲得六次票面息，但本金延遲至損失確定期間結束時就損失發生情形扣減部份本金至保證金額，若有剩餘本金則歸還，並另外給付額外票面息

$C = 5.5\% \times F = 55$ 。

(4) 本金與額外票面息部分可看做成一選擇權，其標的為巨災所造成的累積損失，在契約期間債券之價格為

$$V(t) = PV(\text{coupon}) + \text{Option}(t)$$

也可以寫成

$$V(t) = c \cdot \sum_{j=1}^6 e^{-\int_0^{t_j} R_s ds} + \text{Option}(t)$$

$\text{Option}(t)$ 部份則為本金扣去損失後剩餘金額之現值，無巨災發生（即

$L(T) \leq R$ ）時， $\text{Option} = F \cdot e^{-\int_0^T R_s ds}$ 。有巨災發生（即 $L(T) > R$ ）時，

$$\text{Option} = \left[F - \frac{M-H}{I} + C \right] \cdot e^{-\int_0^T R_s ds}$$

此例中 I 為債券發行張數， $R' = r + hL$ 。給定 $r = 0.06$ ， $h = 0.2$ 。因此為本金部分保證型債券，故預期損失比例 L 應為 $(F - B)/2$ ，票面利率為 11%，其餘條件同本金沒收型債券，每次價格模擬為 100,000 次，所得結果如下：

表 3-6 R, I, B 、事故率變動之債券價格： $R=100, I=10^7, B=800$

H	σ		
	0.2	0.4	0.6
0.05	1070.625	1070.423	1070.316
0.10	1033.292	1033.092	1033.05
0.15	998.3074	997.829	997.7592
0.20	964.1246	963.8832	963.4333
0.25	931.4282	931.2341	930.9131
0.30	900.2611	899.8728	899.6467

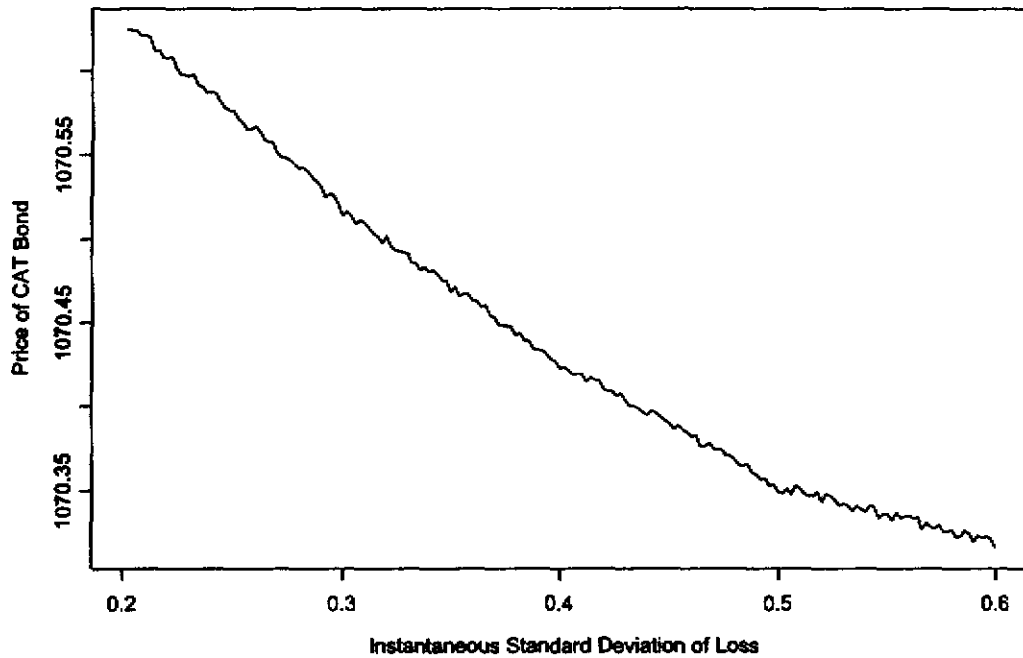


圖 3-27 事故率為 0.05 不同標準差之債券價格

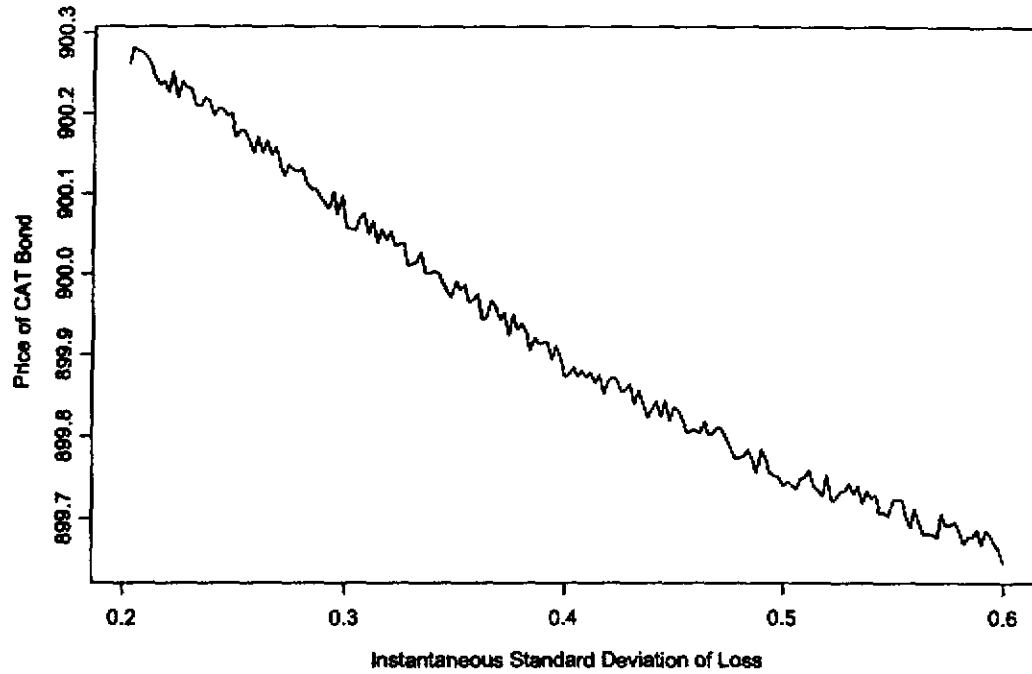


圖 3-28 事故率為 0.3 不同標準差之債券價格

表 3-7 h, I, B 固定、總自留金額變動之債券價格： $h=0.2, I=10^7, B=800$

R	σ		
	0.2	0.4	0.6
100	964.1047	964.0773	963.8832
125	965.7999	965.5864	965.1207
150	967.4257	967.0065	966.9169
175	968.5113	968.2185	968.0839
200	970.3375	969.7975	969.3497
225	971.4359	971.3666	971.2755
250	972.7991	972.7392	972.5782
275	973.9286	973.8591	973.4043
300	975.2135	975.2004	975.1452

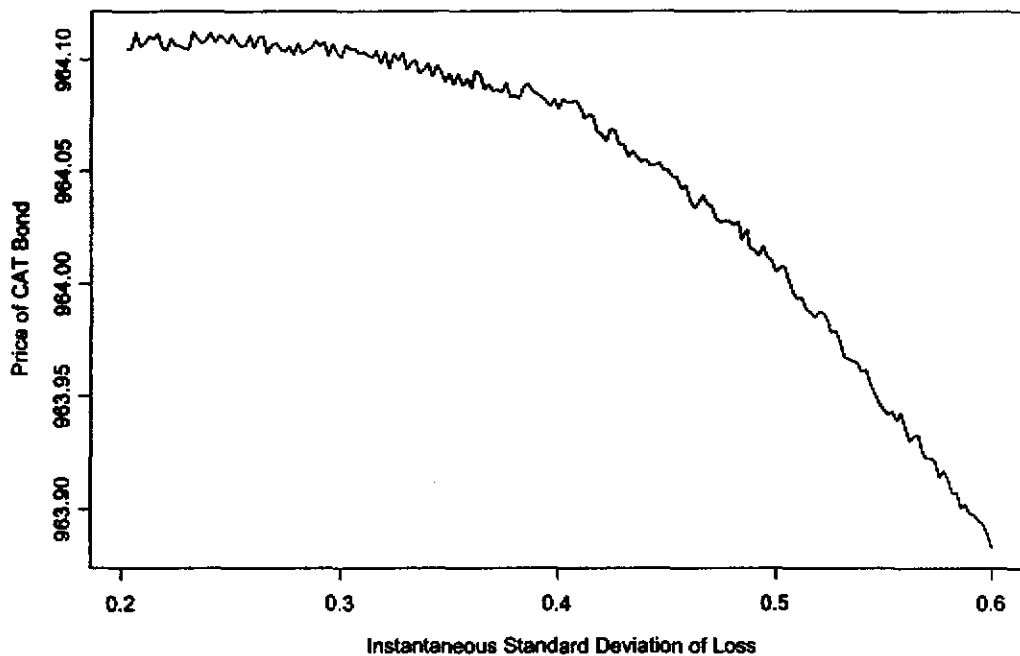


圖 3-29 自留額為 1 億美金不同標準差之債券價格

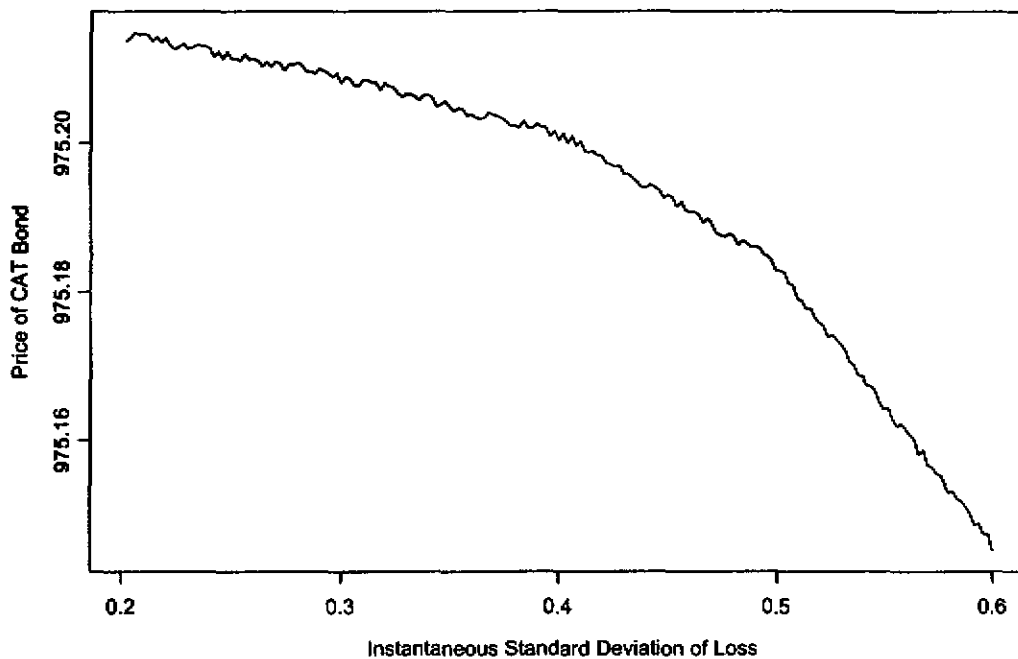


圖 3-30 自留額為 3 億美金不同標準差之債券價格

表 3-8 B, h, R 固定、債券總發行張數變動之債券價格

$B = 800, h = 0.2, R =$ I	σ		
	0.2	0.4	0.6
0.6×10^7	938.2042	936.8507	936.6783
0.7×10^7	947.2242	946.369	945.5182
0.8×10^7	953.8057	953.3746	953.2183
0.9×10^7	959.1213	959.0495	958.6932
1.0×10^7	964.3082	963.8832	963.6853

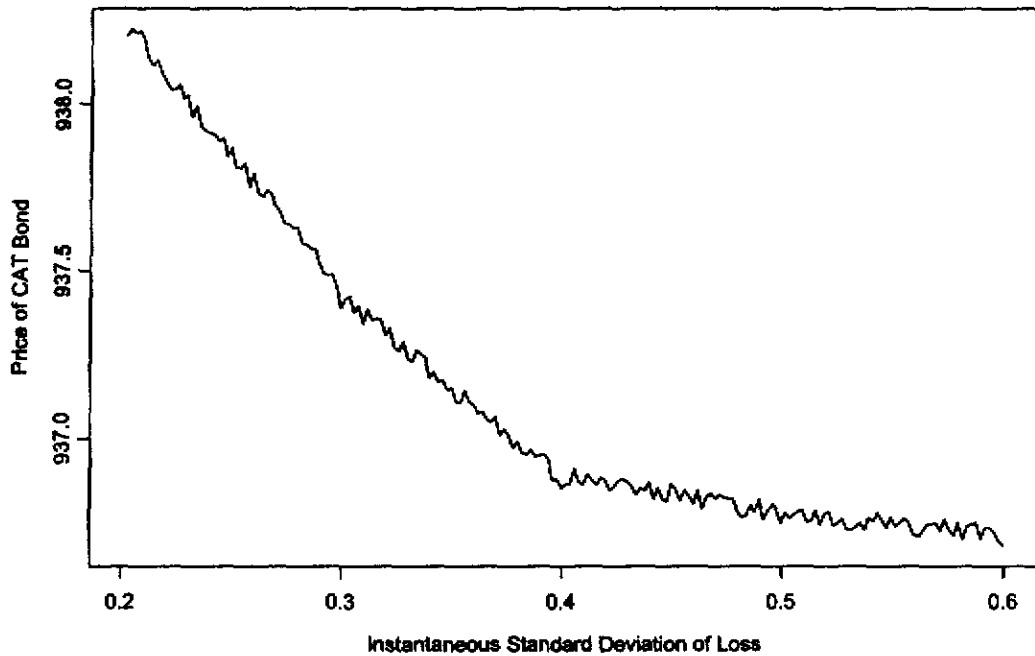


圖 3-31 發行量為六百萬張不同標準差之債券價格

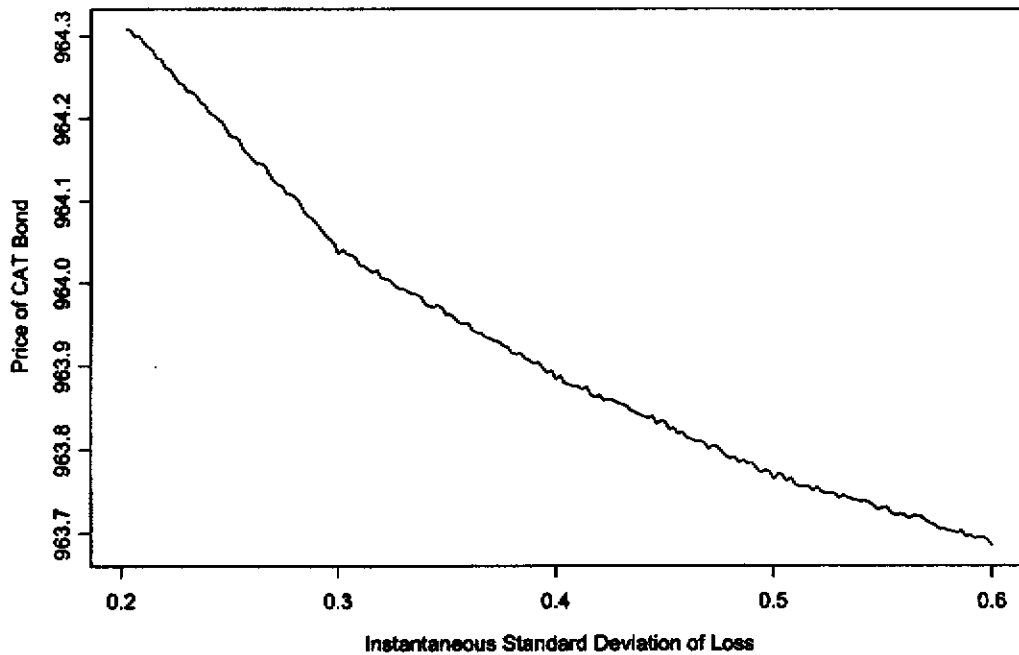


圖 3-32 發行量為一千萬張不同標準差之債券價格

表 3-9 I, R, h 固定、保證金額變動之債券價格： $I=10^7, R=100, h=0.2$

B	σ		
	0.2	0.4	0.6
500	964.0773	964.0121	963.9948
600	991.3224	991.2812	990.9397
700	1021.077	1020.197	1020.007
800	1052.774	1051.824	1051.013
900	1090.878	1089.778	1088.997
1000	1160.634	1160.507	1160.314

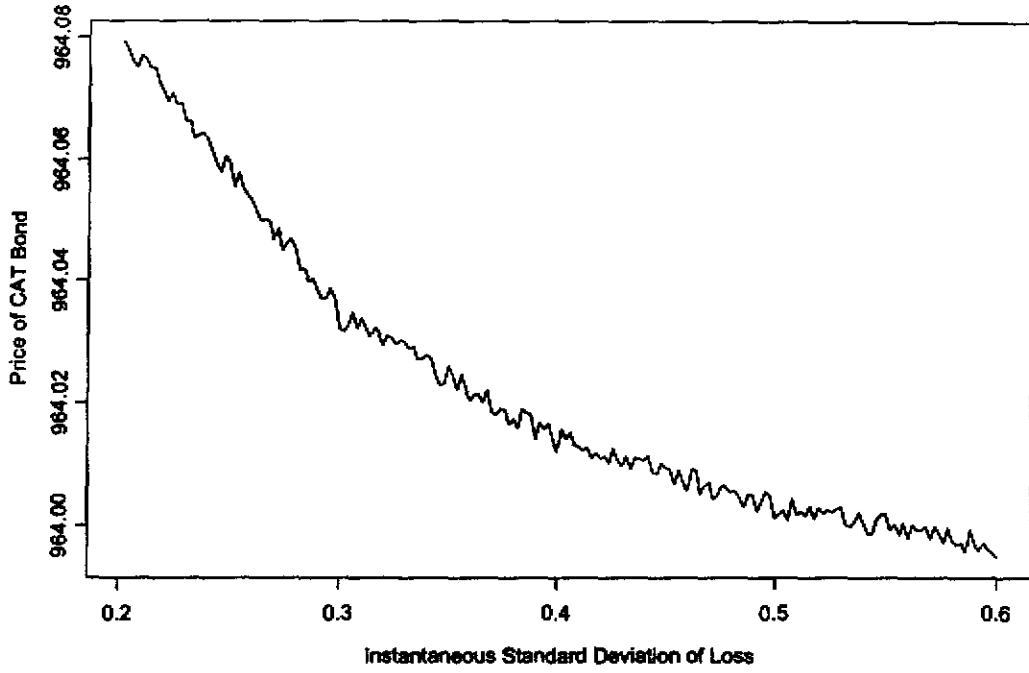


圖 3-33 最低保障金額為五百元不同標準差之債券價格

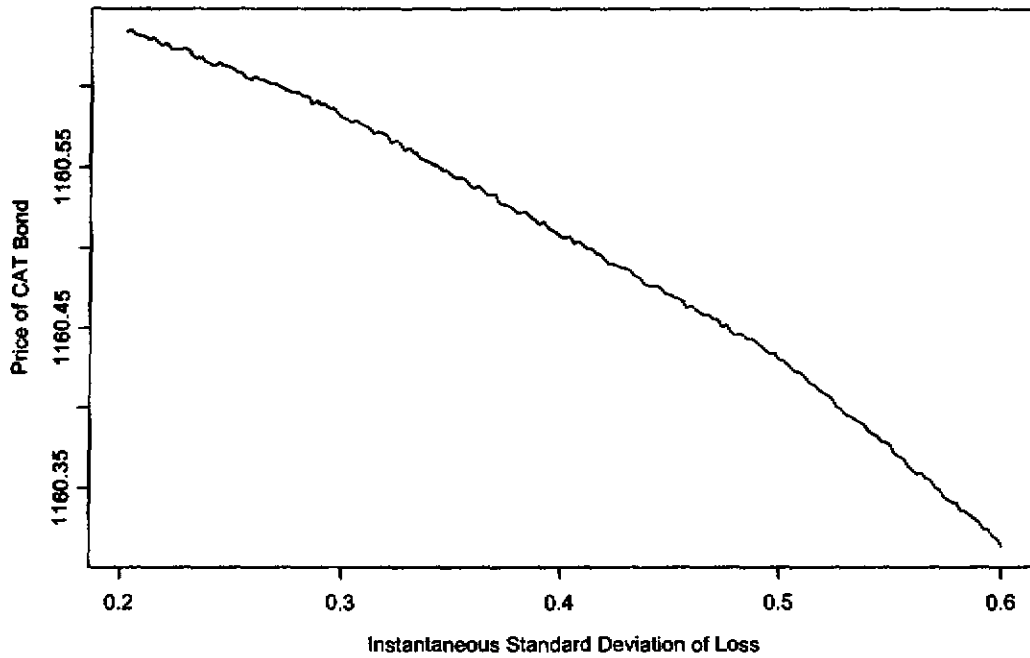


圖 3-34 最低保障金額為一千元不同標準差之債券價格

(三) 本金保證償還型巨災債券

1、模型

同本金沒收型。

2、債券規格

(1) 本金面值為 $F=1000$ 元

(2) 每半年息票為 $C=5.5\% \times F=55$ 元，但一旦累積損失超過自留額度，當期及之後票面息不再給付。

(3) 若巨災所造成的保險損失低於總自留額度 R ，則買方獲得六次票面息且本金於損失發生期間結束時即歸還，但若損失發展期間中有巨災事件發生，本金則延遲至損失確定期間才決定是否在那時返還。

(4) 若巨災所造成的保險損失高於總自留額度 R ，但本金延遲至損失確定期間後數年（本例設為自損失發展期間結束算起 5 年），以作巨災發生後資金運作的來源，且期間不發票面息。所以可將本金部分與票面息部分可看做成選擇權，其標的為巨災所造成的累積損失，在契約期間債券之價格可寫成 $V(t) = \sum Option(coupon) + Option(t)$ 。 $Option(t)$ 部份則為本金償還之現值，無巨災發生時 $Option(t) = F \cdot e^{-\int_0^t \kappa_{id} ds}$ ，有巨災發生時，若 $L(T) \leq R$ $Option(t) = F \cdot e^{-\int_0^{T+5} \kappa_{id} ds}$ ，否則 $Option(t) = F \cdot e^{-\int_0^T \kappa_{id} ds}$ 。

此例中 I 為債券發行張數， $R^* = r + hL$ ，給定 $r=0.06, h=0.2$ ，而因此為本金保證型償還債券，故預期損失比例 L 為 0，票面利率為 11%，其餘條件同本金沒收型債券，每次價格模擬為 100,000 次，所得結果如下頁之所示：

表 3-10 h, I 固定、總自留金額變動之債券價格： $h=0.2, I=10^7$

R	σ		
	0.2	0.4	0.6
100	1077.89	1077.292	1076.854
125	1086.752	1085.726	1085.13
150	1092.985	1092.135	1091.365
175	1097.899	1096.866	1096.377
200	1102.366	1101.002	1100.394
225	1105.518	1104.577	1104.128
250	1108.833	1107.544	1107.029
275	1111.125	1110.42	1109.768
300	1113.829	1112.954	1112.276

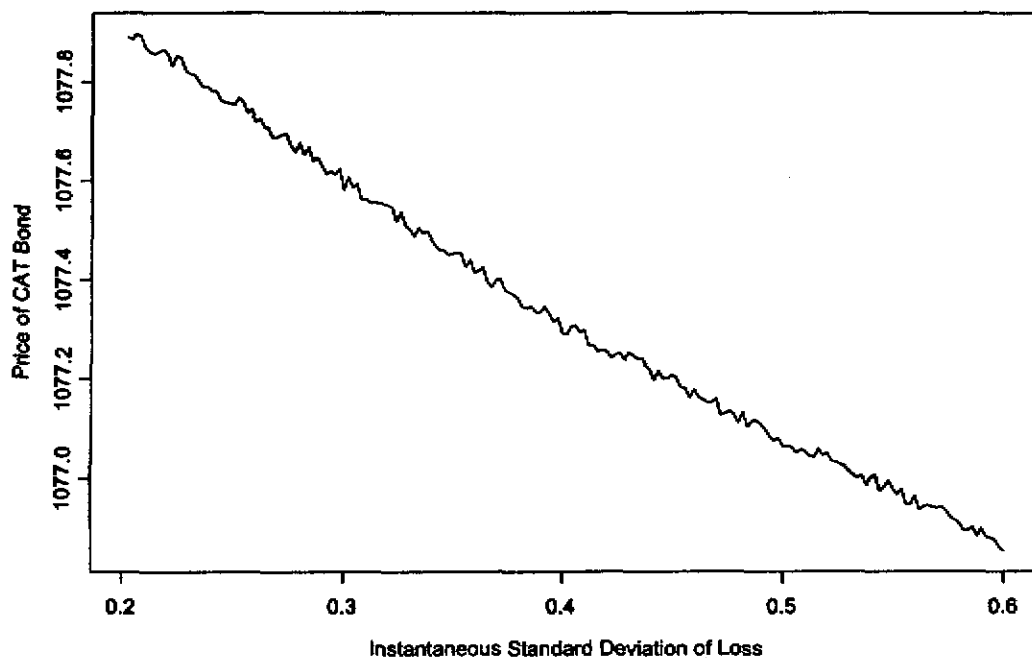


圖 3-35 自留額為 1 億美金不同標準差之債券價格

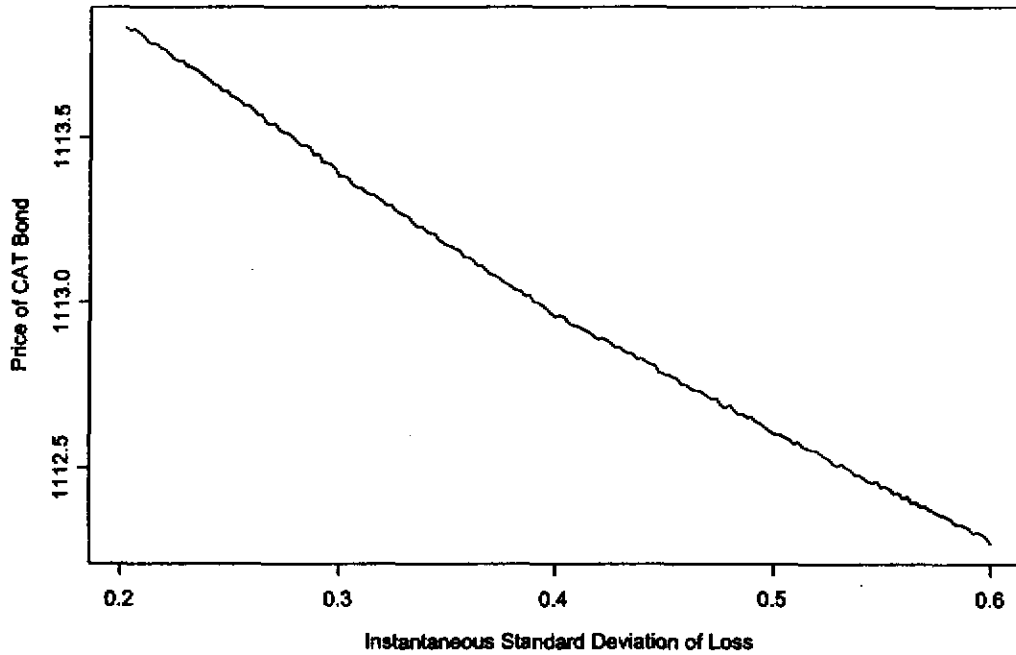


圖 3-36 自留額為 3 億美金不同標準差之債券價格

三、模擬結果

以 $R=100, I=10^7$ 為例，沒有發生巨災以及發生巨災一次或以上的模擬路徑如圖 3-36，3-37。

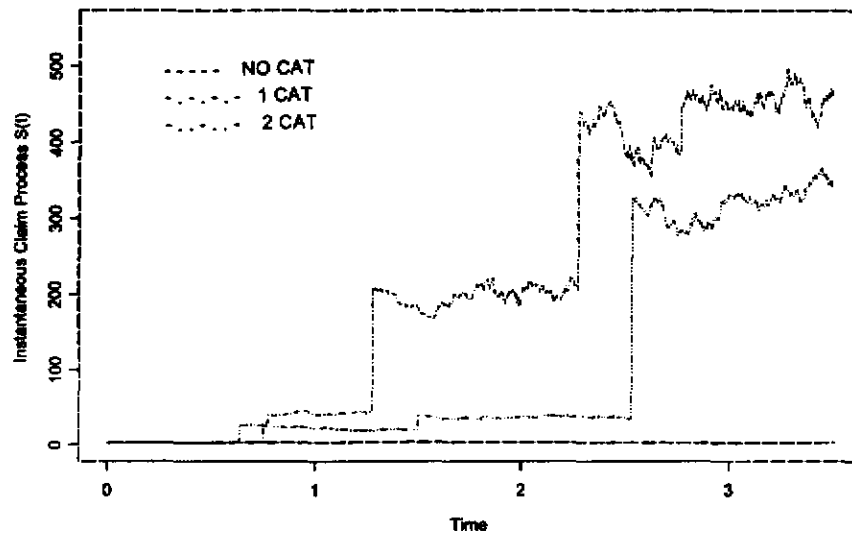


圖 3-37 瞬間損失過程模擬路徑

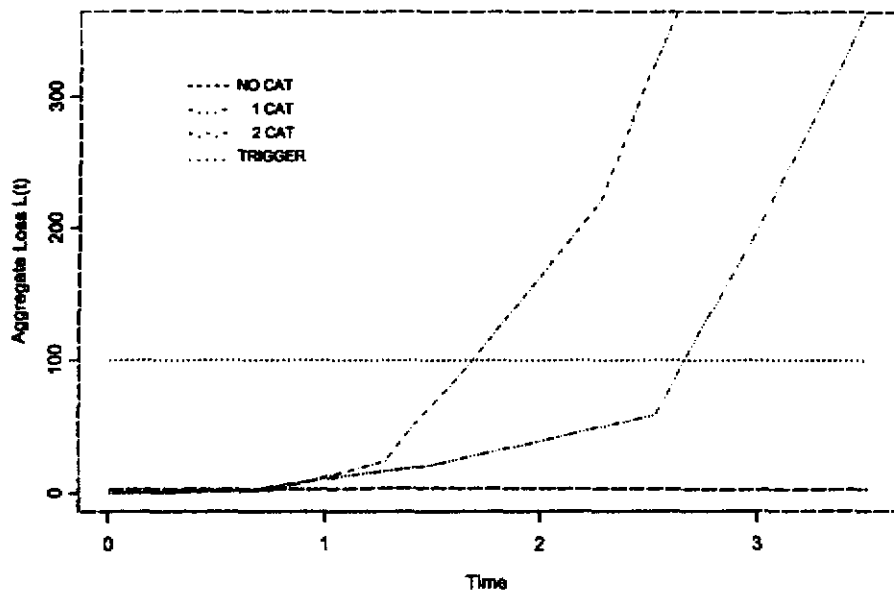


圖 3-38 累積損失模擬路徑

依據數值計算結果，可歸納以下結論：

- 一、當瞬間損失的標準差愈大時，瞬間損失的波動程度也就愈大，所以累積損失相對地增加的機會也愈大，也就是本金損失部分或全數的機會也相對提高，故債券價格就會愈低。
- 二、當保證金額愈小時，本金暴露在損失風險下的部分也就愈多，發行者既然在巨災損失發生時可能全數補償的機會也相對變高，所以投資者只願意以較低的價格購買。(因風險較高，折現因子愈小)
- 三、當事故率愈高時，所影響的是折現利率的多寡，則折現利率也就愈高；折現利率愈高則理當債券價格愈低。
- 四、當債券發行量愈高時，投資者平均分攤下來的風險比例也就愈少；既然每張債券的風險變小，要求的折現利率相對降低，故債券價格愈高。

當自留額愈高時，在瞬間及累積損失的風險不變之下，累積損失超過自留額的機會相對地會變得愈低；既然每張債券暴露在本金損失的風險變

小，所以債券價格會變得愈高。其中的原因不外乎是因為愈大的債券金額暴露在風險之下，自留額愈低使得累積損失超過自留額的機會增加，事故率愈高而折現因子愈小，發行量愈小則每張債券承擔的風險愈大，使得發行者必須以更低的價格發行以得到投資者的青睞。值得注意的是，在本金保證償還型債券中，除討論自留額的變化之外而不討論其他變數，是因為該債券的契約型態係屬不論巨災發生與否均返還全部本金，債券發行量、事故率大小均不改變其價格，故不予討論。

第四章 結論與後續研究

第一節 巨災保險未來發展與目前之危機

以下我們對現行巨災保險所面臨的問題進行討論，並陳述可能之解決方向與想法。

一、太複雜

巨災市場由於利用了太過複雜的工具，以致投資人無法理解。這是一個奇怪的說法。巨災工具比起目前高交易量的其他工具，如不動產放款抵押證券或外匯選擇權，並不複雜。即使大部分投資人不直接以此工具交易，他們也經常間接透過金融仲介者來交易。單純的缺乏財務專業知識並不會阻止人們利用複雜的工具。

二、巨災風險難以瞭解

這是另一個巨災風險估計不能維持的說法。巨災風險模擬並不容易，且在利用電腦確實模擬巨災損失曝險前是不能大量實行的。雖然機率理論與精算估計標的巨災風險評價是困難的事，但結果則不然。他們簡單地說明了一定強度下造成巨災損失的機率，相同於一個企業的利潤預測或者GDP成長的估計般容易瞭解。

經濟與巨災模擬均是專業的領域。巨災風險估計多年來由特定的專業公司來提供，如風險管理顧問(Risk Management Solutions)及應用保險研究機構(Applied Insurance Research)。此外，經濟也絕不比巨災不複雜。例如，少數人知道為何美國1999年的GDP被估計將成長4.3%。但不完全瞭解並不妨礙經濟相關工具的成功，而且並沒有理由相信巨災複雜的本質將延緩巨災市場的發展。

三、會計、監理及法律問題

對於保險公司之管理階層與會計師而言，保險人利用新工具的交易揭

露之準則仍尚未確定或仍未熟悉；同時，過高的相關法律費用亦為必須克服之問題。

四、新權利金

由於巨災工具是複雜的，對投資人而言需要較多時間熟悉；若無報酬投資人將不願做此努力。幸運的是，報酬是存在的一以所謂「新」權利金的方式。因此，巨災工具將以遠超過CAPM預估的無風險利率的預期報酬來交易。例如，1998年USAA的證券化便透過住宅再保險公司(Residential Re)，提供高於倫敦銀行隔夜拆款利率(LIBOR)416個基準點的報酬(Froot,1998)。對於投資人來說，他們是新奇的，投資人不全然的瞭解他們。巨災工具的投資仍然被視為具有較高風險，且投資人需要一些報酬來彌補其不便性。因此，新權利金吸引部分人士開始使用巨災工具。直到巨災工具變成多樣化投資組合的一部份時，新權利金將消失，代表一個較低成本的另一類再保險。大部分的金融創新在能有效定價與交易量達高峰前，都需要一段期間試驗以及嘗試錯誤。巨災市場尚處引進階段。不確定的巨災證券會計準則是新權利金的一個問題。雖然它引起了一些注意，且被視為是新工具的一個障礙，但會計規定需要時間發展。長期來說，並不妨礙巨災市場的發展。

五、弱勢與強勢市場 (Soft and Hard Market)

對於巨災市場為何以相對緩慢發展的可能解釋是：再保險市場是循環的。一連串大型巨災後，再保險價格上揚而承保能量縮小；市場是強勢的。經過一段較少巨災時期後，價格再次下跌，承保能量有空間，而市場是弱勢的。巨災再保險在過去幾年來是處於一個弱勢的市場，保險公司擴展管道以減低巨災風險的動機也較薄弱。投資銀行及經營特定市場的再保險業者相信，當承保能量縮小及再保險價格上升時，更多的初級承保人將跟隨著USAA, Nationwide, 以及其他先驅者。屆時，必要的經驗與專業知識將能有效推動此一市場。(Himick,1998)。

第二節 結論

在過去缺乏巨災的保險承保能量，尤其在大型巨災過境之後。即使目前擁有可靠的可能性及費率，直接簽單之保險人與再保險人仍無法在財務上處理電腦模擬出來的損失。巨災證券、選擇權及交換代表一個有效率的風險移轉工具，於市場成熟時將替代性地增加巨災保險的可能性。由投資銀行與再保險公司發展的此一工具之目的在於吸引與巨災風險無關的投資人的新資金轉移到巨災保險中。巨災證券化將於台灣未來增加巨災保險的承保能量之過程中扮演一重要角色。

參考書目

一、中文部分

- 1、張士傑、山中康司(2000)。「非傳統型式再保險：風險移轉方式」。核保學報，第八卷，頁 61-85。
- 2、陳繼堯、曾武仁(2000)。「金融自由化下新興風險移轉方式之運用現況與發展」。財團法人保險事業發展中心，2000年2月。
- 3、吳智中(2001)。巨災風險債券之計價分析。政治大學風險管理與保險研究所碩士論文，2000年6月。

二、英文部分

- 1、Belonsky G. (1999). Insurance-Linked Securities. *New markets Corporate Communication, Swiss Re.*
- 2、Booth G. (1997). *Managing Catastrophe Risk. FT Financial Publishing, London.*
- 3、Canter M. , Cole J. , Sandor R. (1996). Insurance Derivatives: A New Asset Class for the Capital Markets and a New Hedging Tool for the Insurance Industry. *Journal of Derivatives, Vol. 4, No.2 , 89-104.*
- 4、Cathcart L. and EL-Jahel L. (1998). Valuation of Defaultable Bonds. *Journal of Fixed Income, June, 65-78.*
- 5、Christensen, C.V. (2000). Securitization of Insurance Risk. *PhD Thesis, University of Aarhus, Denmark.*
- 6、Cox S., Farichild J., Pedersen H. (2000a). Economic Aspects of Securitization of Risk. *AUSTIN BULLETIN, Vol. 30, No. 1, 157-193.*
- 7、Cox S. and Pedersen H. (2000b). Catastrophe Risk Bonds. *North American Actuarial Journal, Vol. 4, NO. 4, 56-82.*
- 8、Cummins D. and Geman H. (1995). Pricing Catastrophe Insurance Futures and Call Spreads: An Arbitrage Approach. *The Journal of Fixed Income, March, 46-57.*
- 9、Cummins D. , Lalonde D. , Phillips R. (2001). The Basis Risk of Catastrophe-loss Index Securities. *Working paper, The Wharton School.*

- 10、Doherty N. (1997). Innovation in Managing Catastrophe Risk. *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 64, No. 4, 713-718.
- 11、Duffie D. and Singleton K. (1999). Modeling Term Structures of Defaultable Bonds. *The Review of Financial Studies*, Vol.12, No. 4, 687-720.
- 12、Durrer A. (1996). Insurance Derivatives and Securitization: New Hedging Perspectives for the US Catastrophe Insurance Market?, Economics Research Section, *Swiss Re*.
- 13、Geman H. (1994). CAT Calls. *Risk*, Vol. 7, No. 9, 86-90.
- 14、Geman H. (1999). Insurance-Risk Securitisation and CAT Insurance Derivatives. In *Insurance and Weather Derivatives: From Exotic Options to Exotic Underlyings*. Risk Books. 101-105.
- 15、Geman H. (1999). The High-Yield Bond Market: Catastrophe Bonds versus Defaultable Bonds. In *Insurance and Weather Derivatives: From Exotic Options to Exotic Underlyings*. Risk Books. 137-141.
- 16、Geman H. and Yor M. (1997). Stochastic Time Changes in Catastrophe Option Pricing. *Insurance: Mathematics and Economics* 21, 185-193.
- 17、Gerber H. and Shiu E. (1996). Actuarial Bridges to Dynamic Hedging and Option Pricing. *Insurance: Mathematics and Economics* 18, 183-218.
- 18、Harrington S. (1997). Insurance Derivatives, Tax Policy, and the Future of the Insurance Industry. *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 64, No. 4, 719-725.
- 19、Harrington S., Mann S., and Niehans G. (1995). Insurer Capital Structure Decisions and the Viability of Insurance Derivatives. *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 62, No. 3, 483-508.
- 20、Harrington S. and Niehans G. (1999). Basis Risk with PCS Catastrophe Insurance Derivative Contract. *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 66, No. 1, 49-82.
- 21、Himick M. (1998). Securitized Insurance Risk: Strategic Opportunities for

Insurers and Investors, Glenlake Publishing Company, Ltd.

- 22、Froot K. (1998). The Evolving Market for Catastrophic Event Risk. Prepared by Marsh & McLennan Securities Corp. and sponsored by Guy Carpenter. Internet address: www.guycarp.com/pdf/evolvmkt.pdf.
- 23、Lane M. (1998). Price, Risk, and Ratings for Insurance-Link Notes: Evaluating Their Position in Your Portfolio. *Derivative Quarterly*, Summer, 36-51.
- 24、Levin A. , McWeeney P. and Gugliada R. (1999). Structured Finance Tools Used by Insurance Companies for CAT Bonds and Similar Products Need Special Analytical Techniques. In International Securitization & Structured Finance Report, April 15, 1999, *Standard & Poor's*.
- 25、Louberge H. ,Kellezi E. and Gilli M. (1999). Using Catastrophe-Linked Securities to Diversify Insurance Risk: A Financial Analysis of Cat Bonds. *Journal of Insurance Issues*, Vol. 22, No. 2, 125-146.
- 26、Major J. (1999). Index Hedge Performance: Insurer Market Penetration and Basis Risk. In *The Financing of Catastrophe Risk*, edited by Kenneth A. Froot, The University of Chicago Press, Chicago and London.
- 27、Merton R. (1976). Option Pricing when Underlying Stock Returns Are Discontinuous. *Journal of Financial Economics*, Vol.3, 125-144.
- 28、Richard L. Sander, PhD. The Convergence of the Insurance and Capital Markets. In
- 29、Tomas M. (1998). A Note on Pricing PCS Single-Event Options. *Derivative Quarterly*, Spring, 23-28.
- 30、Vanneste M. , Goovaerts M.J. , De Vylder F. , and Kaas R. (1996). A Stochastic Approach to Catastrophe Risks. *Scand. Actuarial J.* 2, 99-108.
- 31、Wilmott P. (1998). *Derivatives*. John Wiley & Sons Ltd, New York.