

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

考量風險趨避態度及避險條件之退休基金管理：應用隨機控制與平賭理論

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2416-H-004-024-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：國立政治大學風險管理與保險學系

計畫主持人：張士傑

計畫參與人員：杜昌燁

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 11 月 11 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

計畫編號: NSC 91-2416-H-004-024

計畫名稱: 考量風險趨避態度及避險條件之退休基金管理:應用隨機控制與平賭理論

執行期限: 91年8月1日至92年7月31日

計畫主持人:張士傑 國立政治大學風險管理與保險學系教授

摘要

最適跨期投資策略是近代財務文獻所探討的重要議題, Merton (1969, 1971) 首先建構回饋控制模型描述多期財務決策過程, 利用動態規劃方法分析最適策略之套利與避險行為, 但是考量投資限制及資產時間變動因素時, 將大幅增加求解之複雜度。本研究回顧 Sorensen(1999)之逼近模型, 以平賭過程描述基金財富之未來價值, 嘗試納入不同投資限制、風險偏好與市場風險之考量, 以單期擬似動態規劃擬定最適策略, 利用定值相對風險規避效用函數描述投資管理人之風險程度, 於動態完備市場假設, 以到期最適效用為目標檢視動態最適資產配置。歸納數值結果顯示, (1)風險規避程度增加時, 投資於風險性資產之比例將下降, 長年期債券之比例將增加; (2)無投資限制時, 經理人可藉由幾項標的達成最適化資產配置, 給定投資限制條件, 資產配置無法完全反應套利與避險效果; (3)股票收益波動度增加, 投資者將減少股票比例, 增加投資債券市場以降低風險, 並增加短年期債券之比例與降低長年期債券比例; (4)利率風險變大, 投資於股票比例將些微增加, 債券投資比例將稍許下降, 而長短年期債券持有比例無明顯改變。

關鍵字: 平賭過程、擬似動態規劃、定值相對風險規避、動態完備市場。

Abstract

This optimal investment strategy of the long term fund managers is one of the crucial issues discussed in modern financial literatures. Merton (1969, 1971) initially explores the financial decision

process by constructing the feedback control mechanism. The explicit solutions using dynamic programming are employed to analyze the arbitraging and hedging behaviors within the process. Unfortunately, this kind of approach becomes complicated when the investment constraints and dynamic pattern of the opportunity set are incorporated into the model. In this study, the quasi-dynamic approach proposed in Sorensen (1999) is explicitly reviewed in analyzing the optimal investment behaviors. Constant relative risk aversion utility function is adopted to depict the risk preference of the investors within his investment time horizon. The optimal strategy is examined by maximizing the indirect utility function through the optimal growth portfolio. The results show that (1) the holding of the risky assets decreases and the long term bonds increase when the risk aversion attitude of the manager increases; (2) without investment restrictions, the manager could obtain his optimal portfolio by selecting fewer assets, while such strategy can not be achieved given investment constraints; (3) the manager will decrease the stock and the long-term bond holding and increase the short-term bonds when the volatility of the stocks increases; (4) the manager will increase the stock and decrease the bond holding when the interest rate risks increase. There is no significant difference in the short-term and long-term bond holdings.

Keywords: martingale, quasi-dynamic programming, CRRA, dynamic complete

一、計畫緣由及目的ⁱ

最適跨期投資策略一直是近代財務學者與實務經理人所探討的重要議題(見 Merton, 1969, 1971; Samuelson, 1969; Pliska, 1986; Karatzas, Lehoczky與Shreve, 1987; Cox與Huang 1989; Kim與Omberg, 1996; Brennan, 1998; Brennan 與 Xia, 2001, Wachter, 2002; Detemple et al, 2003

等)，隨著國際金融市場經營與投資風險之增加，投資管理人跨期投資行為也同時是政府金融檢查單位監理的重點，監理單位擬定適當之投資規範有助於維持金融市場紀律，因投資策略將顯著影響投資管理人(諸如退休基金與保險公司)之績效，投資限制之改變對於投資策略影響為何，尤其必須審慎評估，本研究因此回顧相關文獻結果，嘗試基於隨時間變化之市場投資集合，利用完備市場¹假設分析多期最適投資策略，並以數值結果比較於投資限制下次最適(sub-optimal)解之差異。

Merton(1969, 1971)首先建構回饋控制(feedback control)模型描述多期財務決策過程，針對給定投資管理人之效用函數、投資集合與評估投資期限，利用Hamilton-Jacobi-Bellman(H-J-B)方程式分析跨期最適投資策略之套利與避險行為，但是考量投資限制及加入資產跨期結構變動因素時，往往會大幅增加求解之複雜度，Cox與Huang(1989, 1991)以平賭過程(martingale process)描述基金財富之未來價值，但是計算最適策略時仍然必須面對複雜的反函數求解問題(Merton, 1990, pp 172, Theorem 6.1)，本研究回顧Sorensen (1999)之逼近數值模型，依據不同投資限制條件、風險偏好程度與市場利率風險，以局部最適化數值方法逼近最適策略，以數值結果解釋投資行為上之變化。

依Brinson et al. (1991)之研究，大約佔有90%比例之基金投資績效由資產配置之策略決定。面對與日俱增之市場與利率風險，如何選擇現有投資標的達成基金長期最適成長，為保險公司、退休

基金及捐贈基金(endowment fund)等長期信託基金管理者亟欲瞭解之課題。面對不同型態資產之市場風險、利率風險與監理機構對於自有資本之最低要求，投資管理者必須選擇不同類型資產項目、決定最適投資比例以達成最佳之獲利預期目標。以退休基金與人壽保險公司等機構投資人之而言，主要與管理人之投資風險偏好與評估期間相關，因為上述金融機構發行大量長年期利率敏感型態契約，財務報表中負債佔總資產絕大比例，為達到資產負債管理與流動性之目的，經理人需要依據市場資訊決定持有債券及股票之避險及套利部位，因債券兼具有固定收益與交易套利之優點，本研究嘗試以不同到期日之債券與股票組合建立動態投資策略，分析不同投資限制下最適策略之差異。

引用Brennan et al.(1997)之例說明，風險規避之短視投資管理人(投資期限為1年)將不會全部投資2年期債券，因為當投資標的預期報酬與無險報酬相同時，投資管理人不會投資於風險較高之資產，除非此風險性資產能提供投資者相對之風險溢酬。相同的投資建議並不適用於長期投資管理人。以投資期限為2年之投資管理人為例，若持有過多短期債券，於第1年末時，因為債券到期必須重新選擇投資標的，此投資人將面對再投資風險。簡單歸納如下：

1. 長期投資管理人視短期債券為風險性資產，以交易套利為考量；
2. 長期投資管理人視長期債券為避險工具，以市場避險²為考量。

若以人壽保險公司之經營為例，因保險公司提供被保險人到期前解約與滿

¹ 依Levine與Zame (2002)之研究，於給定之經濟假設，金融市場不完全特性之影響並不顯著。

² 市場避險為規避因跨期利率波動所造成之投資損失，與投資管理人之風險偏好相關(Merton, 1969, 1971)。

期給付等多種給付與附帶之選擇權，保險人擬定投資策略時必須顧及長期負債避險與短期變現因素，保險人可嘗試分析未來負債面之現金流量，利用市場上可交易契約複製現金流量，意即建構合成負債(*synthetic liability*)，如同櫃檯交易之結構性債券，保險人對外以發行此保險結構性債券對被保險人進行融資，財務分析時可將此合成負債視成保險人之減項資產，如同保險人放空此資產，此時保險人之盈餘可表示為持有資產與放空合成負債之投資組合，再尋求最適到期盈餘為目標之投資策略，針對存在減項部位之資產而言，我們可先求得其最適淨資產部位，加上放空部位即可得到實際合計投資部位。

依據上述之複製概念，本研究著重分析投資管理人(諸如退休基金與保險公司)之投資決策，不考慮保險負債下嘗試最適化到期之效用函數，試算投資管理人於風險性資產(諸如股票)及不同到期固定收益債券之最適持有比例。以往利用單期Markowitz (1952)風險收益最適化模型之研究無法完全表達長期投資管理人之風險偏好與投資標的隨時間變化之特性。於本文中，我們將詳細探討不同投資期限、風險偏好及投資限制條件對於資產組合之影響，而其中投資限制之給定乃針對該投資管理人，非指整體金融市場。

二、結果與討論

因為投資策略之擬定與金融機構之財務風險管理直接相關，多期投資經理人多持有龐大之債券組合部位，本研究以數值結果分析投資限制下之資產持有行為，為方便說明與計算起見，加入許多市場假設並利用簡化之模型，相關變

數對資產配置之分析摘要如下：

風險規避程度

若投資者風險規避程度增加時，投資者投資於風險性資產之比例將愈少；相對的，投資於債券的比例會愈多，且投資於長年期債券之比例會愈多。

投資上限

寬鬆之投資上限條件下，經理人可藉由僅持有幾項資產達到最適化資產配置。嚴格之投資上限條件下，最適資產配置無法反應套利與避險功能。

股票市場波動性

若股票市場波動度增加，投資者將減少股票之比例，增加投資於債券市場以降低風險。同時，投資者將增加短年期債券之持有比例，降低長年期債券比例。如此變化是為彌補股票投資比例降低所造成之獲利減少，以增加短年期債券持有部位維持相當水準之獲利。

利率市場波動性

利率市場風險變大，投資於股票方面比例將會有些微增加，而債券投資比例將稍許下降，且長短年期債券持有比例並無明顯改變。

三、計畫成果自評

本研究以連續時間模型描述基金動態變化，針對利用所推導之最適化理論實証後所得到的結果。

運用平賭模型於基金財務規劃，不僅可考慮決策者的主觀目標，而且與風險評估結合，於此基金管理的控制架構，

不論在建構最適資產組合，或者針對策略的效率而言，風險衡量在基金管理上提供彈性的評估指標。

四、參考文獻(限於篇幅，僅摘要部分)

- Brennan, M. J.(1998)“The Role of Learning in Dynamic Portfolio Decisions.” *European Finance Review* 1, 295-306.
- Brennan, M. J., and Xia, Y.(2000)“Stochastic Interest Rates and the Bond-Stock Mix.” *European Finance Review* 4, 197-210.
- Brennan, M. J., E.S. Schwartz and Lagnado, R.(1997)“Strategic Asset Allocation.” *Journal of Economic Dynamics and Control* 21, 1377-1403.
- Campbell, J. Y.(1987)“Stock Returns and Term Structure.” *Journal of Financial Economics* 18, 373-399.
- Cox, J. C. and C. F. Huang, C. F.(1991)“A Variational Problem Arising in Financial Economics.” *Journal of Mathematical Economics* 20, 465-487.
- Cox, J. C. and Huang, C. F.(1989)“Optimal Consumption and Portfolio Policies when Asset Prices Follow a Diffusion Process.” *Journal of Economic Theory*, 49, 33-83.
- Duffie, J. D. *Dynamic Asset Pricing Theory*, 2nd Edition. Princeton University Press, Princeton, N.J. 1996.
- Hakansson, H.(1970)“Optimal Investment and Consumption Strategies under Risk For a Class of Utility Function.” *Econometrica* 38, 587-607.
- Jensen, B. A. and Sorensen, C.(2001)“Paying For Minimum Interest Rate Guarantee : Who Should Compensate Who? ” *European Financial Management* 7, 183-211.
- Karatzas, I., Lehoczky, J. P. and Shreve, S. E.(1987) “Optimal Portfolio and Consumption Decisions for a Small Investor on a Finite Horizon” *SIAM Journal of Control and Optimization* 25, 1557-1586.
- Karatzas, I., Shreve, S. E. *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer, New York, 1988.
- Kim, T. S. and Omberg, E.(1996)“Dynamic Nonmyopic Portfolio Behavior” *Review of Financial Studies* 9, 141-161.
- Leland, H. E.(1980)“Who Should Buy Portfolio Insurance.” *Journal of Finance* 2, 581-594.
- Levine, D. K. and Zame, W. R.(2002)“Does Market Incompleteness Matter?” *Econometrica*, 70(5), 1805-1839.
- Markowitz, H.(1952)“Portfolio Selection.” *Journal of Finance* 7, 77-91.
- Merton, R. C.(1969)“Lifetime Portfolio Selection Under Uncertainty : The Continuous-Time Case.” *Review of Economic and Statistics* 51, 247-257.
- Merton, R. C.(1971)“Optimal Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model.” *Journal of Economic Theory*, 3, 373-413.
- Merton, R. C. *Continuous-Time Finance*, Cambridge, Blackwell, 1990.
- Samuelson, P. A.(1969)“Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming.” *Review of Economics and Statistics* 51, 239-246.
- Sharpe, W. F.(1964)“Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk” *Journal of Finance* 19, 425-442.
- Sorensen, C.(1999)“Dynamic Asset Allocation and Fixed Income Management.” *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 34, 513-531.
- Wachter, J. A.(2002)“Portfolio and Consumption Decisions under Mean-Reverting Returns: An Exact Solution for Complete Markets.” *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 37, 63-91.

ⁱ簡要內容摘自張士傑，杜昌燁，鄧益俗(2003)長期基金之避險與套利行為，保險專刊，第 19 卷，第 1 期，第 1-21 頁。