

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

計畫編號: NSC 89-2416-H-004-007

計畫名稱: 退休基金評價指標的建立: 考量政策干預下的控制模型

執行期限: 88年8月1日至89年7月31日

計畫主持人: 張士傑 國立政治大學風險管理與保險學系教授

摘要

提撥原則是固定給付退休基金所必須重視的經營策略，本研究著重於考量政策影響下，探討如何數量化退休基金經營的穩定性與安全性，陳述隨機控制理論的觀點，應用動態規劃的結果，建立基金於離散時間的動態回饋控制模型，仔細探討基金管理者的風險測度，使退休基金最主要的兩種經營風險，亦即提撥穩定性的風險（contribution rate risk）和財務清償的風險（solvency risk）能夠於基金財務規劃的期限內達到最小值，風險測度可提供決策者客觀衡量基金經營時的風險指標，表達有別於會計帳面之財務數字外有效的財務資訊。利用最適化的概念與給定參數及遞迴條件的限制下，計算基金於財務規劃期間內的最適提撥金額。

最後，我們以台灣公務人員退撫基金為研究對象進行數值分析，由實例分析的流程我們詳細探討最適化理論與實際財務評估的應用過程，且最適的結果可以提供退休基金決策者更詳盡且及時的財務資訊，輔助退休基金管理者於多期決策的擬定過程。

關鍵字：提撥率，退休基金，隨機控制，動態規劃，風險測度。

Abstract

An approach combining stochastic simulations and dynamic optimization is constructed to decide the optimal funding policy of the defined benefit pension

scheme. The results show a significant advantage and flexibility of this approach in projecting the optimal financial status over the traditional deterministic pension valuation. In this study, the optimal contributions are estimated through dynamic programming under the projected workforce and specified constraints. Taiwan public employees retirement system (Tai-PERS) is studied for illustration. This article outlines the procedure of building the proposed dynamic procedure and presents the empirical findings from this study.

Keywords: stochastic simulation; dynamic optimization; optimal funding.

一、計畫緣由及目的

Haberman 與 Sung (1994)以紹確定給付制退休計劃為例，引入兩種風險：提撥率風險（Contribution Rate Risk）及清償能力風險（Solvency Risk），根據風險建立了在特定條件式之下的動態目標函數，以求其提撥之最佳化，而基於此最佳化的基金提撥策略，基金提撥策略的決策者可以不斷修正提撥進度以完成預定的財務目標。

在研究中，類似的方法亦運用於退休金提撥的計劃過程中，所不同的是，目標函數中對員工離職和給付支出的假設是採用開放團體（open group）假設，對其團體的大小設定為常數，即假設任何時間的員工人數須維持在一定水準，對於此假設的訂定是根據政府所訂定的

法律而行之，其目的在降低退撫基金的財務負擔，更進一步地，透過隨機模擬可估計出此計劃中明確的財務資訊，同時提撥率風險與清償能力風險在動態求解的過程中也被予以最小化，相較於傳統的評價方法只能在某一特定日來進行評價，隨機模擬和動態規劃求最佳解的方法可說是決策者在修正給付計畫和基金提撥策略時最佳的應用工具。

從一些文獻回顧，我們可以發現一些運用隨機模擬的類似研究。如 Bacinello (1988)以時間為可操作之參數並非常仔細地以動態模擬的方式計算預計現金流量，以求預計成員脫退之最佳估計。Shapiro (1985)則對已發生之退休金成本分析有進一步之研究；而更早期的研究如 Winklevoss (1982)則建立了退休金負債與資產模擬模型 (Pension Liability and Asset Simulation Model, PLASM) 以計算退休金的財務狀況，這些預測的技術可以提供一些有價值的決策訊息，以協助基金提撥和投資策略的訂定。

這份研究在強調當欲求最佳財務狀況時，退休金成本分析的重要性。僅提供相關的研究於下列文章中以茲參考：Bower 等 (1982)、Winklevoss (1982)、McKenna (1982)、Shapiro (1977,1985)、O'Brien (1986,1987)、Bacinello(1988)、Dufresne (1988,1989)、Haberman (1992,1993,1994)、Daykin 等 (1994) 及 Haberman & Sung (1994)，另外 Janssen 及 Manca 在其 1997 年發表的文章中對於隨機模型有一番較嚴謹及有趣的討論。

本文所欲建議的退休金財務分析方法基本上是在參考經驗發生率所做出的精算假設下以隨機模擬的方式對一系列未來現金流量的貼現值進行預測，並在給定的計算方式下估計出最佳提撥率。

二、結果與討論

研究對象：台灣公務人員退休撫卹基金 (Taiwan Public Retirement System, 以

下簡稱為 Tai-PERS)，近幾年來在台灣，退休金相關話題在隨著老年人口比例的增加而成為焦點。

考慮因素：通貨膨脹率的變動、投資報酬率、薪資增長率、人口統計因子和經濟環境的變動必須被考慮在成本的分配上及此預測的模型中。

Tai-PERS 的說明：

- (1)提供退休及撫卹方面的給付
- (2)目前的提撥率為：員工 2.8%、政府 5.2%，以員工的月投保薪資為準。
- (3)確定給付制計劃，其退休給付是以服務年資及退休前的最後薪資所得為依據，另外同時也考慮退休後的通貨膨脹因素，退休員工可以一次領取退休給付或者按月領取含有生活成本調整因子 (Cost Of Living Factor, COLA) 的月退休俸，或者上述二者的混合。
- (4)由於提撥率和給付之間沒有特定關係，所以清償能力的風險由政府方面單獨承擔。
- (5)樣本數：3,823 名員工
- (6)服職表：依據 1995 年 7 月 1 日到 1996 年 6 月 30 日的經驗資料建構而成，現由於資料蒐集的限制，暫時使用此服職表，未來此服職表示必須要重新製作的。

根據及步驟(詳見 Chang, 1999)，

可以模擬出預估之精算應計負債，誣常成本和給付支出。

我們假設 Tai-PERS 提供給 3,823 位員工，且起始之基金為 373,211,585NT，根據 1996 年金部退撫人數共 271,215 員工，我們所研究的對象僅為全體員工的 1.41%，而未來最佳基金狀態可由遞迴公式計算而得，並假設在預測期間的最後一年沒有任何風險以作為求解時的邊界條件 (boundary condition) 故明確的最佳提撥額可以遞迴式估計出來。

以 1998 年到 2017 年進行 50 個動態模擬所模擬出之給付撤出，正常成

本應計負債，其中給付支出與應計負債是每年增加，而正常成本則是每年遞減，結果顯示，提撥比例逐年下降的，在 1997 年是 1.041%，而 2017 年為 0.99%，幾乎達到基金之提撥目標，而就投保薪資除以整體提撥金額所得出之最適提撥率則以陰影的方式加強其重要性，可看出提撥率整體的趨勢是下降的，由 1997 年的 25.24% 下降至 2017 年的 12.55%。

比較 1997 到 2016 年間之提撥比例和最佳基金提撥比例，顯示每年所模擬的預計提撥比例會根據人口統計假設而變化。其中最佳基金提撥比例金中 1997 年的 85% 增加至 2017 年的 143.5%，同時在 1997 到 2017 年間非常明顯地並不等於 1，這是由於受到所給定之風險加權衡量係數 $\beta = 0.6$ 的影響，因為如此會使得提撥率風險大於清償能力風險，在本研究中，會用一組給定的精算假設來說明最佳化過程，而藉由假設的變動，退休基金的管理者可以預見基金最差的財務狀態。

在不同的風險係數下最差提撥率的變化，在求最佳化的過程中，基金管理者所認定的風險係數有所改變時，代表提撥率風險及清償能力風險也會跟著修謔，顯示風險係數增加時提撥率也增加，再透過對「提撥成效評量函數」的最小化過程。

不同的基金提撥目標比例之下之最差提撥率，基金提撥目標比例通很類似的原因是因為之前假設在 1997 到 2017 年間投資報酬率的平均數為一常數值 10% 的緣故。常是根據當時應計負債的狀況及反映基金管理者的需求而訂定出來的，該圖顯示基金提撥比例會隨基金提撥目標比例的增加而遞減。

三、計畫成果自評

本研究的目的是：提供退休計劃的管理者彈性的方法使其在基金提撥策略中得

以適當地衡量風險並考慮此類風險所可能造成的影響。

本研究所建議的方法可以達成以下效果或目標：

- (1) 強化兩個近來在退休金財務分析上重要的方法，一是運用隨機模擬的方法去估計目標函數中的因子，另一是運用動態規劃的方式來求出最佳提撥率。
- (2) 此方法可以被用為輔助基金提撥策略的訂定以及作為不同精算成本法在做退休計劃之評價時的參考指標。
- (3) 此方法可考慮各種不同且可能會發生的經濟環境因素，最佳解並以公式型態的方式表達，提供另一種訂定基金提撥策略的方式。
- (4) 以隨機模型的方式表示負債可以提供投資策略在不同風險考慮下作為適度評估其交易適當性之參考。
- (5) 各種未來的基金財務數字亦可依此方法被詳細的預測出來。
- (6) 退休基金的清償能力風險及維持提撥率於一穩定水準的目標亦可被有效控制住。

完整且詳細的系統建構過程並非短期即可完成，希望透過精算專家，學者，業界代表共同討論系統建構的完整性與合理性，事實上此類的大型研究不僅有助於提高系統的專業性及前瞻性，同時也對基金參與者提供最好的理財教育。

四、參考文獻

1. Anderson, A. W. (1992) *Pension Mathematics for Actuaries*, 2nd ed. Winsted, Connecticut : Actex Publication.
2. Astrom, K. J. (1970) . "Introduction to Stochastic Control Theory." Academic Press, New York.
3. Chang, S. C. (1999a) . "Optimal pension Funding Through Dynamic

- Simulations : the Case of Taiwan Public Employees Retirement System.” *Insurance : Mathematics and Economics* 24 : 189-199.
4. Chang, S. C. (1999b). “Stochastic analysis of the solvency risk for TAI-PERS using simulation based forecast model.” *Singapore International Insurance and Actuarial Journal* 3 (1) : 65-81.
 5. Chang, S. C. (2000). “Realistic pension funding : a stochastic approach.” *Journal of Actuarial Practice* (in press).
 6. Dufresne, D. (1988) . “Moment of pension fund contributions and fund levels when rates of return are random.” *Journal of the Institute of Actuaries* 115 : 535-544.
 7. Dufresne, D. (1989) . “Stability of Pension Systems When Return Are Random.” *Insurance : Mathematics and Economics* 8 : 71-76.
 8. Haberman, S. (1994) . “Autoregressive Rates of Return and Variability of Pension Contributions and Fund Levels for a Defined Benefit Pension Scheme.” *Insurance : Mathematics and Economics* 14 : 219-240.
 9. Haberman, S. and Sung, J. H. (1994) . “Dynamic Approaches to Pension Funding.” *Insurance : Mathematics and Economics* 15 : 151-162.
 10. Haberman, S. (1997) “Stochastic investment returns and contribution rate risk in a defined benefit pension scheme.” *Insurance : Mathematics and Economics* 19 : 127-139.
 11. Haberman, S. and Wong, L. Y. (1997). “Moving Average Rates of Return and the Variability of Pension Contributions and Fund Levels for A Defined Benefit Pension Scheme.” *Insurance : Mathematics and Economics* 20 : 115-135.
 12. O’Brien, T. (1986) . “A Stochastic-Dynamic Approach to Pension Funding.” *Insurance : Mathematics and Economics* 5 : 141-146.
 13. O’Brien, T. (1987) . “A Two-Parameter Family of Pension Contribution Functions and Stochastic Optimization.” *Insurance : Mathematics and Economics* 6 : 129-134.