

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

## 延壽風險與死亡率模型研究 研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型  
計畫編號：NSC 98-2410-H-004-063-  
執行期間：98年08月01日至99年07月31日  
執行單位：國立政治大學統計學系

計畫主持人：余清祥

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 99年09月13日

# 行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

## 延壽風險與死亡率模型研究

### A Study of Longevity Risk and Mortality Models

執行期限：98年8月1日至99年7月31日

主持人：余清祥 執行單位：國立政治大學統計系

執行編號：98-2410-H-004 -063

#### 一、中文摘要

20世紀以來，因為衛生醫療等因素的進步，人類平均壽命已達歷史最高水準。近年研究發現死亡率的變化，兼具年齡、年代與世代三個面向，許多僅考慮年齡及年代的模型，均朝加入世代方向修正。這個發展趨勢與常用於流行病學領域相同，在該領域的Age-Period-Cohort模型（簡稱APC模型），經常用於探討疾病或死亡率是否與年齡、年代、世代三者有關，但一般僅作為資料的大致描述。本研究將評估APC模型預測未來死亡率的可能。

本研究比較七種較常見的APC模型估計方法，確定哪一種估計方法較穩定，評估包括電腦模擬與實證分析兩部份，電腦模擬部份衡量哪一種估計方法在估計死亡率及模型參數時有較小的誤差；另外，也以模擬檢驗APC的模型假設。實證分析則比較APC與Lee-Carter模型，以台灣地區的兩性死亡率，透過交叉分析，評估兩個模型的優劣。研究發現，不同估計方法在死亡率的估計誤差非常接近，只是在年齡—年代—世代這三者有不同的詮釋。

關鍵詞：長壽風險、年齡—時間—世代模型、死亡率模型、Lee-Carter模型、電腦模擬

#### Abstract

Since the beginning of the 20th century, the human beings have been experiencing longer life expectancy and lower mortality rates, which can attributed to constant improvements of factors such as medical technology, economics, and environment. The prolonging life expectancy has dramatically changed the life planning and life style after the retirement. The change would be

even more severe if the mortality rates have larger reduction, and thus the study of mortality become popular in recent years. Many methods were proposed to describe the change of mortality rates. Among all methods, the Age-Period-Cohort model (APC) is a popular method used in epidemiology to discuss the relation between diseases, mortality rate, age, period and cohort.

In the first part of this study, we use simulation compare and evaluate popular estimation methods of APC model. The simulation methods considered include Monte-Carlo and cross validation. In addition, the mortality data in Taiwan (Data sources: Ministry of Interior), are used to demonstrate the validity and model assumption of these methods. In the second part of this paper, we also apply similar research method to the Lee-Carter model and compare it to the APC model. We found Lee-Carter model have smaller prediction errors than APC models in the cross-validation.

Keywords: Longevity Risk, Age-period-cohort Model, Mortality Models, Lee-Carter Model, Computer Simulation

#### 二、緣由與目的

壽命延長是全球二十世紀以來的共同趨勢，以美國為例，在二十世紀的100年中，壽命由不到50歲延長至接近80歲（圖1）。台灣地區居民的壽命延長自二次世界大戰結束後特別明顯，原先兩性的壽命在1940年代皆不足60歲，至二十世紀結束時已趕上美國，台灣女性在2007年的壽命甚至比美國女性多出接近一歲（來源：內政部統計處）。平均而言，台灣地區的平均餘命在1970年代前的

增長幅度較大，在1950年代出現過每年增加0.5歲壽命的情形，爾後增幅減緩；1990年之後壽命增加幅度再次上揚，近幾年兩性平均每年都可增加約0.3歲的壽命（參考圖2，根據國民生命表換算）。類似的壽命增加趨勢在全球也大致相當，根據聯合國的計算，二十世紀下半期的各國平均每年的壽命增加量，大約可達0.25歲，與台灣結果類似。

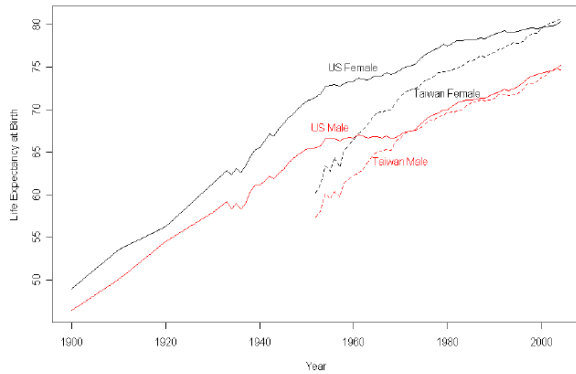


圖 1、台灣與美國的零歲平均餘命趨勢圖（1900–2004）

近年研究大多透過年齡別死亡率，死亡率的變化主要與年齡(Age)和年代(Period)有關。其中年齡效應指因年紀老化所產生的變化，年代效應指生活環境在不同時間的變化，與年齡效應有密切關係，亦會隨著經濟、衛生及醫療等因素而大幅變化 (Frost, 1939)。知名的死亡率模型大多與年齡與年代效應有關，Lee-Carter 模型(Lee and Carter, 1992)即是年齡、年齡與年代交互作用項兩者合成的線性方程式。

除了年齡及年代外，近年有不少研究加入另一項效應：世代(Cohort)。世代指的是出生時間，由年代減去年齡決定（亦即年齡及年代的線性組合），世代效應是指橫跨不同出生年代所產生的變化，即不同世代出生的人可能會有不同特質，或是反應累積一生所暴露的風險(Ryder, 1965)。自1980年代開始，結合上述三項因素的 Age-Period-Cohort (APC)模型，逐漸受到研究者的重視，陸續有學者提出模型參數的估計方法，解決 APC 三者的線性相依(Linear Dependency)問題。同時考慮 APC 三項因素會產生線性相依，雖然過去有不少估計方法，但至今仍缺乏對估計方法的全盤討論。因此本文將比較常用的 APC 模型的估計方法，透過電腦模擬及實證資料分析，評估不同的估計方法。

### 三、文獻探討

本文先介紹 APC 模型及應用的主要限制，再扼要說明幾個主要估計方法。APC 模型的主要基本用途為描述資料，資料為年齡與年代的二維表式資料組成（圖 2），橫軸及縱軸分別為年齡與年代，在人口統計學中稱為 Lexis Diagram，資料矩陣的斜對角線為世代，因為資料獲取的原因，一般多以五齡組，年代的間隔也是五年。

描述二維資料的 APC 模型多以廣義線性模型(Generalized Linear Model)表示，APC 模型亦可由對數線性模型(Log-linear model)的型態。APC 模型最大的問題在於不可甄別問題(Non-identification problem)，即年齡、年代與世代三個變數存有線性相依的問題，因為世代 = 年代 - 年齡，使得設計矩陣(Design Matrix)為非全秩(Full Rank)矩陣，Kupper et al.(1985)證明上述論點。

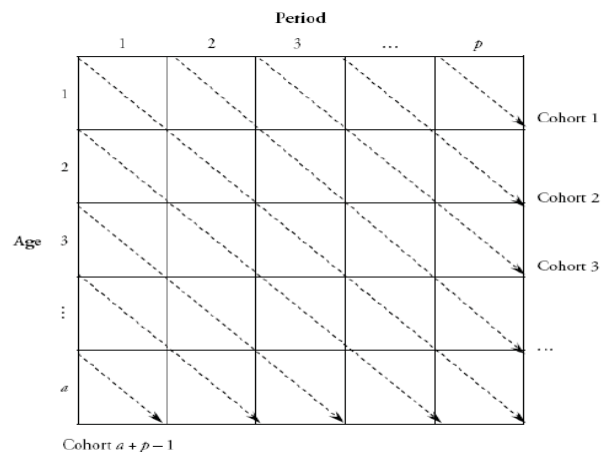


圖 2、APC 模型的二維資料形式

王郁萍(2006)將估計 APC 模型參數的方法整理分為三個面向：一為解決甄別問題為主，主要有四種方式，分別為 1.人為限制式(Constrained Generalized Linear Model, cglm)；2.懲罰函數法(Penalty Function Approach)；3.無母數方法(Nonparametric Method)；4.序列法(Sequential Method)。第二個面向為從世代重疊(overlap)的現象做調整，主要有三種方式，分別為 1.個別資料法(Individual Records Approach)；2.自我迴歸模型(Autoregressive Model, AR)；3.平滑世代模型(Smoothing Cohort Model)。第三個面向為從數學角度出發，Fu(2000)證明了唯一解並

非不存在，提出以向量空間投影求解的本質估計量(Intrinsic Estimator, IE)。

#### 四、電腦模擬

依照 APC 模型的要求，本文的資料依年齡、年代分做五年一組；因為高齡層的可用資料年度較少，本文只使用資料較為完整的 0 歲~75 歲，一共 16 個五齡組；資料時間自 1961 年~2006 年，共有 10 個不同年度；世代為 1886 年~2006 年，一共 25 個世代組，其中最年長（1886 年）與最年輕（2006 年）的世代組僅有一筆觀察值，最多觀察值的世代為 1931~1961 年，分別各有 10 筆觀察值。

表 1、各估計方法的配適度及誤差

估計方法	AIC		SBC		MAPE	
	男	女	男	女	男	女
IE	226.32	315.07	373.93	462.68	8.06	10.01
cglim age	226.32	315.07	373.93	462.68	8.06	10.01
cglim period	226.32	315.07	373.93	462.68	8.06	10.01
cglim cohort	226.32	315.07	373.93	462.68	8.06	10.01
ACP	242.64	342.10	390.25	489.71	8.29	10.69
APC	249.59	295.19	397.20	442.88	9.82	9.86
AR	225.52	313.61	373.13	461.22	8.06	10.01

各方法的平均 AIC、SBC、MAPE 值很接近（表 1），死亡率估計值也有接近的準確性，若目標在於死亡率的估計。若要嚴格比較，只有序列法（ACP 的順序）的配適度及估計誤差較差，而 AR 法的結果幾乎是所有方法中較佳，而 IE 法與三種不同類型的 cglim 幾乎一致。如果目標在於死亡率估計，各方法可得出接近的結果，顯示 APC 模型的參數有線性相依的問題，因此表示法不唯一。

將 IE 的參數估計值設為理論值，再加入電腦模擬產生的誤差項，代入 IE 及 AR 兩種估計法比較參數估計值；如果 IE 的估計法夠穩健(Robust)，在真實值加上誤差應該也會得到接近理論的估計值。同理，也將 AR 的參數估計值設為理論值，加入隨機產生的誤差，代入 IE 及 AR 兩種估計法比較參數估計值，理論上 AR 的估計值與真實參數值非常接近。圖 3 為年齡、年代、世代三者的估計誤差，圖形中刮號標示為真者，例如：IE(真)即是以 IE 參數值為真，IE(模)則代表原數值加入隨機誤差項後以 IE 法估計，AR 定義亦相同。

無論是男性或女性、年齡、年代或世代，如果參數值是以某種方法代入，則該種估計

方法的參數估計值與理論值的差異幾乎為零，像是 IE(模)-IE(真)及 AR(模)-AR(真)；相反地，如果參數理論值與估計值不為同一方法，則其間的差異由目視皆可看出。由於 IE 和 AR 的參數均來自於台灣地區的兩性死亡率，兩組參數可以得到幾乎相同的死亡率估計值，再與這個部分的結果結合，表示不同 APC 模型的估計方法，確實由於線性相依的原因，得到不同的表達方式。這些結果不只是 IE 及 AR 適用，我們也嘗試其他幾種估計方法，結論全部一致。

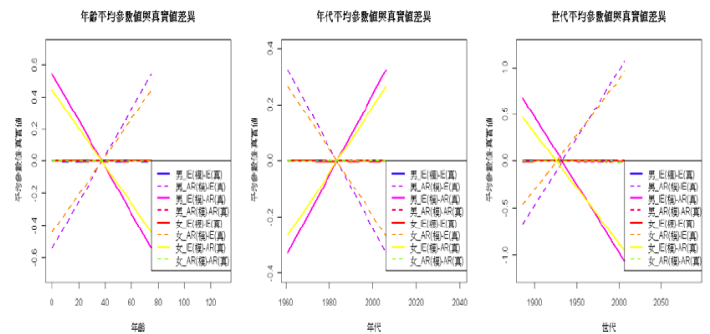


圖 3、年齡、年代與世代之 IE 與 AR 比較

不同 APC 模型的估計方法，或因表達方式有不同的參數估計值，卻依然能夠得到類似的死亡率估計值。如果目的在於死亡率的估計，任一 APC 估計方法都可行，建議可選擇熟悉軟體中容易操作者即可。根據上述的分析及比較，基於模型配適度、估計誤差、參數估計值的信賴區間等考量，除了序列法外，本文認為 IE、AR、cglim 這三類型的方法均可行。

表 2、各方法殘差 KS 檢定拒絕次數(100 次模擬)

<0.05	IE	cglim-a	cglim-p	cglim-c	ACP	APC	AR
男	59	59	59	59	15	38	56
女	67	67	67	67	20	3	57
<0.10	IE	cglim-a	cglim-p	cglim-c	ACP	APC	AR
男	84	59	59	59	40	73	78
女	83	83	83	83	32	15	79

#### 五、驗證 APC 模型的假設條件

APC 模型與一般迴歸模型類似，模型誤差需滿足互相獨立、且服從固定變異數的常態分配，本文以適合度 Kolmogorov-Smirnov 檢定(KS 檢定)檢查誤差是否服從常態分配。若顯著水準為 0.05，重複 100 次電腦模擬，發現男女兩性殘差不服從常態分配的比例都很高（表 2），除了男性在序列的拒絕次數較少外，其餘各方法拒絕比例都超過

一半，也就是說誤差並不符合常態分配。

另外，檢查 APC 模型的變異數，其中男性與女性誤差的平均變異數分別為 2.3945（最大值 2.7500、最小值 2.1527）及 4.2079（最大值 5.0033、最小值 3.4879）。以 Hartley 及 Bartlett 檢定檢查每次模擬的變異數是否一致，結果是無論男性與女性皆符合變異數一致性，即 100 組資料的誤差變異數的變異不大。（表 3）

表 3、估計方法的平均變異數（100 次模擬）

	IE	cglm-a	cglm-p	cglm-c	ACP	APC	AR
男	0.1027	0.1027	0.1027	0.1027	0.1820	0.7700	0.1033
女	0.2009	0.2009	0.2009	0.2009	0.3666	0.7431	0.2022

## 六、結論與建議

本文的分析結果可分為檢驗 APC 模型及 APC 模型的比較。首先，發現 APC 模型的理論假設並不完全滿足，男女兩性死亡率的殘差均不符合常態分配，但死亡率的殘差滿足變異數具一致性。固定各年齡組及年代組來看，結果也類似。由此可知 APC 模型的假設條件不完全成立，勢必影響模型參數估計值的信賴區間及檢定結果，建議未來可持續探討模型參數的型一誤差及檢力(Power)，依此比較不同估計方法的優劣，並研究如何修正現有的 APC 模型假設。

其二為 APC 模型的估計方法的優劣比較，並沒有明顯的好壞差異。以估計死亡率的角度而言，估計誤差幾乎雷同；以參數估計值而言，各方法參數估計值對應的是相對位置。因為不同限制式的設定，使得矩陣拆解的方式不一，會得到不同的參數的估計值，這情形有點類似多變量方法中的因素分析，在參數估計時有數種萃取因素法，會有較常用的選取，但不強調何種方法較好。由於各方法的死亡率估計結果差異不大，無法說明那個方法確實比較好，若以殘差及變異數為標準，序列法較為遜色。另外，以整體模型變異數而言，IE 有較小的變異數，其次是 AR。

然而，本文的研究結果並不能否定 APC 模型的價值，後續仍有繼續改進現有模型的空間。以 LC 模型為例，許多研究都發現年齡與年代的交互作用項中，參數並不為定值，導致 LC 模型用於估計及預測死亡率時，不同年齡組有不同誤差。後續在死亡率的研究，筆者將繼續朝向結合 LC 及 APC 模

型，尋找適合台灣地區的死亡率模型。

## 七、參考文獻

- 王郁萍(2006)。台灣地區死亡率 APC 模型之研究，國立政治大學統計研究所碩士論文。
- 李文忠(1994)。年齡—年代—世代分析方法新探，國立臺灣大學公共衛生學研究所博士論文。
- Carstensen, B and Keiding, N. (2004) Age-period-cohort models: Statistical inference in the lexis diagram. Lecture notes, Department of Biostatistics, University of Copenhagen.
- Carstensen, B and Keiding, N. (2005) Demography and epidemiology: Age-period-cohort models in the computer age, Department of Biostatistics, University of Copenhagen, <http://www.pubhealth.ku.dk/bs/publikationer/rr-06-1.pdf>.
- Fu, W.J. (2000) Ridge Estimator in Singular Design with Application to Age-Period-Cohort Analysis of Disease Rates, *Comm. in Statistics-Theory and Method*, 29:263-278
- Fu, W.J. and Hall, P. (2006) “Asymptotic Properties of Estimators in Age-Period-Cohort Analysis,” *Statistics and Probability Letters*, 76:1925-1929.
- Huang, H., Yue, C. J., and Yang, S. S. (2008), “An Empirical Study of Mortality Models in Taiwan,” *APRIA Journal*, vol. 3(1), 140-154.
- Yang, Y., Fu, W.J. and Land, K. (2004) A Methodological comparison of age-period-cohort models: the intrinsic estimator and conventional generalized linear models, *Sociological Methodology*, 34:75-110.
- Yang, Y. and Land, K. (2008) Age-Period-Cohort Analysis of Repeated Cross-Section Surveys: Fixed or Random Effects? *Sociological Methods and Research* 36: 297-326.
- Yang, Y., Sam SW, Fu, W.J. and Land, K. (2008) The Intrinsic Estimator for Age-Period-Cohort Analysis: What It is and How to Use it? *American Journal of Sociology* 113: 1697-1736



無研發成果推廣資料

98 年度專題研究計畫研究成果彙整表

計畫主持人：余清祥		計畫編號：98-2410-H-004-063-				計畫名稱：延壽風險與死亡率模型研究	
成果項目		量化			單位	備註（質化說明：如數個計畫共同成果、成果列為該期刊之封面故事...等）	
		實際已達成數（被接受或已發表）	預期總達成數（含實際已達成數）	本計畫實際貢獻百分比			
國內	論文著作	期刊論文	0	1	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	1	100%		
		研討會論文	1	1	100%		
		專書	0	0	100%		
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（本國籍）	碩士生	2	2	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		
國外	論文著作	期刊論文	0	0	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	1	1	100%		
		專書	0	0	100%		章/本
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（外國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		



<p>其他成果 (無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。)</p>	<p>參加國際長壽風險研討會，並將成果推廣至台灣壽險業界，幫助保險業者面對長壽風險。</p>
--	--

	成果項目	量化	名稱或內容性質簡述
科教處計畫加填項目	測驗工具(含質性與量性)	0	
	課程/模組	0	
	電腦及網路系統或工具	0	
	教材	0	
	舉辦之活動/競賽	0	
	研討會/工作坊	0	
	電子報、網站	0	
	計畫成果推廣之參與(閱聽)人數	0	



# 國科會補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一綜合評估。

## 1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估

達成目標

未達成目標（請說明，以 100 字為限）

實驗失敗

因故實驗中斷

其他原因

說明：

## 2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形：

論文： 已發表  未發表之文稿  撰寫中  無

專利： 已獲得  申請中  無

技轉： 已技轉  洽談中  無

其他：（以 100 字為限）

## 3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以 500 字為限）

本研究發現 APC 模型的理論假設並不完全滿足，男女兩性死亡率的殘差均不符合常態分配，但死亡率的殘差滿足變異數具一致性。由此可知 APC 模型的假設條件不完全成立，勢必影響模型參數估計值的信賴區間及檢定結果，建議未來可持續探討模型參數的型一誤差及檢力(Power)，依此比較不同估計方法的優劣，並研究如何修正現有的 APC 模型假設。另外，APC 模型的估計方法的優劣比較，並沒有明顯的好壞差異，因為不同限制式的設定，使得矩陣拆解的方式不一。由於各方法的死亡率估計結果差異不大，無法說明那個方法確實比較好，若以殘差及變異數為標準，序列法較為遜色。另外，以整體模型變異數而言，IE 有較小的變異數，其次是 AR。

然而，本研究結果並不能否定 APC 模型的價值，後續仍有繼續改進現有模型的空間。以 LC 模型為例，許多研究都發現年齡與年代的交互作用項中，參數並不為定值，導致 LC 模型用於估計及預測死亡率時，不同年齡組有不同誤差。後續在死亡率的研究，筆者將繼續朝向結合 LC 及 APC 模型，尋找適合台灣地區的死亡率模型。

