國立政治大學應用數學系

碩士學位論文

區間最小距離
及其應用於網站男女最速配模式

Minimum Distance with Interval Values
and Its Applications on Internet Pals Making

碩士班學生：陳彥豪 撰

指導教授：吳柏林 博士

中華民國九十九年十二月十三日

目錄

摘要

目前網路上為了解決單身男女尋找配偶的問題，設計出一些網路交友平台。藉由速配機制，從茫茫人海中找出適合的另一半。本篇論文想要探討這些機制是否能夠達到最佳速配，使男女雙方找到適合自己的另一半。我們藉由模糊語意與軟計算技術，考慮以區間模糊數來計算兩者最小距離，以期達到最佳的男女速配。最後，我們改良 Yahoo 奇摩交友平台，並藉由實際資料來做模擬配對。由實證資料顯示，本研究方法，能將男女的速配度以更精確的數字呈現出來。

關鍵詞：模糊區間、網路交友、最速配模式

Abstract

So far, for the purpose of solving the problems of unmarried men and women who want to seek for spouses, people have designed some platforms for helping people make friends on internet. And from the “match system”, one can discover the suitable couple from the boundless huge crowd. But can these mechanisms attain the goal to reach the perfect match and find the another half? This paper use the fuzzy meaning and the soft computation technology to compute the minimum distance between two sets by trapezoid fuzzy number to make the suitability between men and women achieve the maximum.In the research designing part of the paper, we improve the Yahoo personals website in Taiwan, and we have the pals making by real data. From the research, we will find out that this way will help people choosing the pals who are close to everyone’s ideal spouse.

keywords：Fuzzy interval, Pals making, optimal matching model

1 前言

婚姻是大多數人們最關心的問題之一。若能找到一個合適的對象，則可以有效的降低離婚率，並增高世上所有人的幸福感。然而，合適的對象要往何處尋找?或者身邊正在交往的對象，是不是真的就是合適的對象?傳統的交友平台，皆由心理測驗來測得雙方的合適程度，似乎充滿了似是而非的不確定性。這些心理測驗的結果，是由誰來規定的呢?難道選了 A 選項，就代表他這個人具有某種個性嗎?而在施測的當時，每個人的身心變化很大，也許今天選了 A，但明天卻選了 B，所以誤差其實是相當大的。其次，選項之間的設定，也太過於偏執，有時很想選 A，但卻覺得 B 選項也不錯，看了 C 選項，也覺得還可以接受。如果一定要選擇一個，或許將人的差異性看得太簡單了。

速配模式的應用繁多，有用於學校志願的選填，如國立交通大學運籌管理研究室教授黎漢林[1,2]發展出「選系一條龍」選填志願系統，可評量出考生真正性向，找到和自己最「速配」的校系。電機工程方面，國立清華大學影像通訊實驗室黃仲陵[17,18]有一系列最佳匹配路徑追蹤的研究，應用於道路符號辨識系統[17]，可以找出最匹配的形狀與顏色；也有應用於眼睛的虹膜辨識系統[18]，可以辨別是否爲非法假冒者。離散數學裏有應用於相異代表系的討論，如國立臺灣大學張鎮華[3]相關系列文章簡介的穩定婚姻問題，相關的探討在國立交通大學資訊工程學系譚建民[19]的一系列研究可以見到。另外，在圖論裏有利用 Kuhn-Munkres 算法求二分圖的最佳匹配問題，相關資訊可以參見一般的圖論課本。與生活相關的比如房仲業者[4]推出的線上宅速配，藉由線上填寫相關買屋或賣屋的條件，由速配機制來搜尋自己想要的客戶或者房屋。而一些求職網站[5]也有類似的速配機制，經由填寫自己想要的工作地點、類別、條件、待遇等，來搜尋配對符合自己理想的工作；而企業主也可以經由同樣的方式來選取想要的員工，經由配對機制來找尋互相感興趣的工作與員工。臺北市大眾運輸公車路線查詢系統[6]也有類似的配對系統，只要輸入起點與終點，就能由電腦配對出最合適的多條路線。醫學上應用於隨機對照臨床試驗中，爲了要消除干擾的因子，使用 propensity score [7]分析，而一旦計算出 propensity score，就可以應用在各種分析方法上，其中之一就是配對(matching)，意指將接受藥物的病人與沒有接受藥物的病人依照 propensity score 配對。這種配對法的最大優點是不會因爲配對因子過多而找不到適當的對象。國外的研究方面，在以電腦爲媒介的人際溝通與關懷病人方面， Turner et al.[20]也發表了相關的探討。以上所述，皆與「速配」的概念相關。

至於單純討論男女速配模式的文獻探討並不多見，尤其是網路速配模式方面。相關資料可以在一些命理、占卜、星座等網站裏見到，例如「enjoy 算好命」[8]網頁裏的男女是否速配，必須要先知道八字才能進行配對。又如「星座總論」[9]所做詳盡介紹，對十二星座之間的 144 種組合，都各有一個百分比的速配指數，不過這個百分比的速配指數是如何得到的，並未交待清

楚。知名的線上交友系統「Yahoo 奇摩交友」[10]網頁裏，介由資料填寫計算其配對的百分比，其配對模式則過於簡略。另外，與人類心理測量有關的文獻，則可參考全國碩博士論文網由李靜如博士[11]所作研究論文，此篇論文內容偏重於利用各種量表來討論有戀愛經驗大學生的「成人依附」、「社交能力」、「社會支持」、「寂寞」與「憂鬱」之間的關係，與本研究之速配模式不盡相同。

本篇論文研究考慮以區間樣本資料進行配對。區間樣本分析是近年來模糊統計與應用相當熱門的研究課題，而模糊樣本之運算與建構是相當複雜的。Buckley [12]提出模糊區間的運算；吳柏林[13,19]也有類似的區間運算與區間距離的定義；Kreinovich [21]建構一個專門探討區間運算與應用的網站，以上的資訊都啓發了本篇論文的研究想法。本篇論文研究希望提出一套科學方法來探討男女速配問題，在第二節中介紹了單變數速配模式，第三節中介紹了多變數速配模式，第四節中介紹了離散型模糊集合速配模式，最後第五節綜合上述幾節內容，介紹了整合速配模式，討論如果條件複雜時的配對情況。其中各小節將由模糊統計的方法，利用模糊區間之距離的運算，來計算兩集合間距離的大小，從而找出最佳速配。

2 研究方法

2.1 模糊樣本

在一維的實數集合裏，我們可以將任意的實數子集合配上一個測度(measure)，這樣就能定出一個區間的長度，比如$[a,b)$，而這也代表a, b兩個元素間的距離。本研究討論的是任意兩個模糊數之間的距離。不失一般性，我們要先給出以下的定義：

定義 2.1 離散型模糊數(吳 2005)

設U為一個論域, $\{A_1, A_2, \ldots\ldots, A_n\}$為論域的因子集。$\mu$為一對應到$[0,1]$間的實數函數，即$\mu : U \to [0,1]$。假若佈於論域$U$的一述句$X$其相對於因子集的隸屬度函數以$\{\mu_1(X), \mu_2(X), \ldots\ldots, \mu_n(X)\}$表示，則

(1)在離散情形下, 述句X的模糊數可表示成：

$$\mu_U(X) = \frac{\mu_1(X)}{A_1} + \frac{\mu_2(X)}{A_2} + \ldots + \frac{\mu_n(X)}{A_n},$$

其中「+」是或的意思，$\dfrac{\mu_i(X)}{A_i}$表示述句X隸屬於因子集A_i的程度。

(2)當U為連續時, 述句X的模糊數可表示成：

$$\mu_U(X) = \int_{x \in X} \frac{\mu_i(X)}{A_i}$$

要明白以上定義所代表的意涵,我們舉兩個生活上的實際例子

例 2.1 臺北市民對交通感覺的模糊數表示

假設X=臺北市民對交通的感覺,以模糊數表示爲$\mu_U(X)$。假設論域$U = \{1 = 很嚴重, 2 = 嚴重, 3 = 普通, 4 = 輕度, 5 = 無影響\}$。「$X$ =臺北市民對交通的感覺」之隸屬度函數爲$\{\mu_1(X) = 0.25, \mu_2(X) = 0.6, \mu_3(X) = 0.1, \mu_4(X) = 0.05, \mu_5(X) = 0\}$，則「$X$ = 臺北市民對交通的感覺」之模糊數可表示爲

$$\mu_U(X) = \frac{0.25}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.1}{3} + \frac{0.05}{4} + \frac{0}{5}$$

由上例可得知,臺北市的居民對交通的感覺有八成以上是覺得嚴重的。再看下例：

例 2.2 細菌成長率模糊數表示

假設$Y = Y$菌種在變動環境下的成長率，以模糊數表示爲$\mu_U(Y)$。假設論域U可視爲實數論域,即成長率，$U = \{30\%,40\%,70\%,90\%\}$，則「$Y = Y$菌種在變動環境下的成長率」之隸屬度函數爲$\{\mu_{30}(Y) = 0.2, \mu_{40}(Y) = 0.4, \mu_{70}(Y) = 0.3, \mu_{90}(Y) = 0.1\}$，「$Y = Y$菌種在變動環境下的成長率」的模糊數可表示爲

$$\mu_U(Y) = \frac{0.2}{30\%} + \frac{0.4}{40\%} + \frac{0.3}{70\%} + \frac{0.1}{90\%}$$

由此例可得知，Y菌種在此變動環境下的成長率以 40%的機會比較多。

定義 2.2 離散模糊集合之距離(吳 2005)

設A, B為論域U中的兩個離散模糊集合，隸屬度表徵為μ_A, μ_B，則A, B兩集合之距離表成：

$$D(A,B) = \frac{1}{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i))^2}$$，其中n是論域因子集個數。

例 2.3 離散模糊集合之距離

設論域$U = \{$建中，附中，北一，成功，中山$\}$，$\mu_i(A)$、$\mu_j(B)$分別代表臺北市與三重市學生考上各高中的的隸屬度函數，如下：$\{\mu_1(A) = 0.4, \mu_2(A) = 0.3, \mu_3(A) = 0.1, \mu_4(A) = 0.05, \mu_5(A) = 0.15\}$與$\{\mu_1(B) = 0.1, \mu_2(B) = 0.1, \mu_3(B) = 0.1, \mu_4(B) = 0.4, \mu_5(B) = 0.3\}$。$A, B$爲兩模糊集合，$\mu_U(A), \mu_U(B)$分別代表臺北市與三重市對考上高中的模糊數，如下

$$\mu_U(A) = \frac{0.4}{\text{建中}} + \frac{0.3}{\text{附中}} + \frac{0.1}{\text{北一}} + \frac{0.05}{\text{成功}} + \frac{0.15}{\text{中山}}$$

$$\mu_U(B) = \frac{0.1}{\text{建中}} + \frac{0.1}{\text{附中}} + \frac{0.1}{\text{北一}} + \frac{0.4}{\text{成功}} + \frac{0.3}{\text{中山}}$$

則$D(A,B) = \frac{1}{5}\sqrt{(0.3^2 + 0.2^2 + 0^2 + 0.35^2 + 0.15^2)} = 0.1$

以上定義與所舉的例子皆爲論域因子集爲單一變元的情況，因爲皆表示感覺、成長率或考

上的學校，可是在一般的實際情況下並非如此單純。如果論域U 爲多變元的情況,該如何處理?本研究針對這樣的問題，先訂出定義，再予以舉例說明。

定義 2.3 多變元離散型模糊數

設U 為一個論域，$\{A_{11},A_{12},...,A_{1n,}A_{21,}A_{22},...,A_{2n},...,A_{m1},A_{m2},...,A_{mn}\}$為論域的因子集。$\mu$ 為一對應到[0,1]間的實數函數,即 $\mu:U\rightarrow[0,1]$。假若佈於論域U 的一述句 X 其相對於因子集的隸屬度函數表示成：

$$\{\mu_{11}(X),\mu_{12}(X),...,\mu_{1n}(X),\mu_{21}(X),\mu_{22}(X),...,\mu_{2n}(X),...,\mu_{m1}(X),\mu_{m2}(X),...,\mu_{mn}(X)\}$$

則在離散情形下，述句 X 的模糊數可表示成：

$$\mu_U(X)=\left(\frac{\mu_{11}(X)}{A_{11}}+...+\frac{\mu_{1n}(X)}{A_{1n}}\right)+\left(\frac{\mu_{21}(X)}{A_{21}}+...+\frac{\mu_{2n}(X)}{A_{2n}}\right)+...+\left(\frac{\mu_{m1}(X)}{A_{m1}}+...+\frac{\mu_{mn}(X)}{A_{mn}}\right),$$

其中 「+」 是或的意思，$\frac{\mu_{ij}(X)}{A_{ij}}$ 表示述句 X 隸屬於因子集 A_{ij} 的程度

爲解釋以上的定義，以下舉相對應例子來說明。

例 2.4 理想對象對各種條件的重視程度

假設 X 爲某適婚女性所開出來心目中理想對象的條件，以模糊數表示爲 $\mu_U(X)$ ，則論域 $U=\{A=$年紀，$B=$經濟，$C=$長相$\}$，重視程度 $T=\{T_{i1}=$不重要，$T_{i2}=$普通，$T_{i3}=$重要$\}$ ，其中 $i=A,B,C$ 。設「 $X=$某女心目中理想對象的條件」之隸屬度函數如下：

$$\{\mu_{T_{A1}}(X)=0.3\ ,\ \mu_{T_{A2}}(X)=0.2\ ,\ \mu_{T_{A3}}(X)=0.5\ ;$$
$$\mu_{T_{B1}}(X)=0.1\ ,\ \mu_{T_{B2}}(X)=0.3\ ,\ \mu_{T_{B3}}(X)=0.6\ ;$$
$$\mu_{T_{C1}}(X)=0.4,\ \mu_{T_{C2}}(X)=0.3\ ,\ \mu_{T_{C3}}(X)=0.3\}，$$

則 X：某女心目中理想對象的條件之模糊數可表示爲

$$\mu_U(X)=\left(\frac{0.3}{T_{A1}}+\frac{0.2}{T_{A2}}+\frac{0.5}{T_{A3}}\right)+\left(\frac{0.1}{T_{B1}}+\frac{0.3}{T_{B2}}+\frac{0.6}{T_{B3}}\right)+\left(\frac{0.4}{T_{C1}}+\frac{0.3}{T_{C2}}+\frac{0.3}{T_{C3}}\right)$$

由上例可以判斷，某女對於年紀與經濟上的重視程度較高，但對於長相的重視程度相對上來講就比較低。那如果現在有一對男女，我們想要用數學的模型，去模擬雙方速配的程度,應該如何來描寫呢?

2.2 單變數速配模式

男女雙方在訂定擇偶條件時，一定會在心裏先設定出一個期待條件的區間。落在這個區間內的，將完全的接受它；而落在這個區間外的，就看個人的喜好與條件的屬性。比如男生期待女生的體重在 $E=[48,55]$ 時，爲完全接受的區間，但 $\forall p,q\in R$，當體重落在區間 $E'=[48-p,48)$ 與 $E''=(55,55+q]$ 時，除非男生有特殊喜好，否則一般男生會希望 q 越小越好，而 p 在身體健康的狀態下，希望它越大越好。同理，換成女生期待男生的身高在 $\tilde{E}=[170,175]$，則對任意 $\tilde{p},\tilde{q}\in R$，當男生的身高落在區間 $\tilde{E}'=[170-\tilde{p},170)$ 與 $\tilde{E}''=(175,175+\tilde{q}]$，基於一般女生在心理上的安全感，總希望 $\tilde{p}$ 越小越好，而 $\tilde{q}$ 越大越好。

所以，爲了更真實的描述男女雙方速配時的情況，我們要先引入梯形隸屬度函數來描述模糊期待條件集合。

定義 2.4 梯形隸屬度函數

設 $u_{\tilde{A}}(x)$ 為一梯形隸屬度函數，定義如下：

$$u_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} u_{\tilde{A}}^{L}(x) & , \quad a\le x\le b \\ 1 & , \quad b\le x\le c \\ u_{\tilde{A}}^{R}(x) & , \quad c\le x\le d \\ 0 & , \quad \text{其他範圍} \end{cases}$$

其中 $a<b<c<d$，$u_{\tilde{A}}^{L}(x)$ 為一單調遞增函數，$u_{\tilde{A}}^{R}(x)$ 為一單調遞減函數，則稱 $\tilde{A}=[a,b,c,d]$ 為一組相對於 $u_{\tilde{A}}(x)$ 的梯形模糊數且 $u_{\tilde{A}}(x)$ 為一相對於 $\tilde{A}$ 之梯形隸屬度函數。

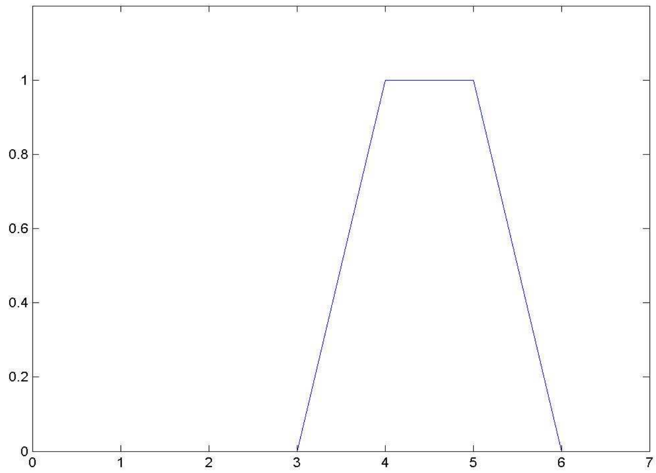
例 2.5 梯形隸屬度函數

令 $\tilde{A}=[3,4,5,6]$ 爲一組模糊數，則我們可以寫出相對應的梯形隸屬度函數如下：

$$u_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} \dfrac{x-3}{4-3} & , \quad 3\le x\le 4 \\ 1 & , \quad 4\le x\le 5 \\ \dfrac{6-x}{6-5} & , \quad 5\le x\le 6 \\ 0 & , \quad \text{其他範圍} \end{cases}$$

並且可以畫出一個圖如下

圖 2.1 梯形隸屬度函數



由以上的定義，當 $b=c$ 時，我們稱 $\tilde{A}$ 爲三角形模糊數；而當 $a=b$ 且 $c=d$ 時，我們稱 $\tilde{A}$ 爲區間值模糊數。值得注意的是本研究考慮梯形模糊數，三角形模糊數與區間值模糊數則是梯形模糊數的特例。考慮梯形模糊數理由包括:

(1)符合現實

如果採用三角形模糊數,則期待條件只有在某值發生爲最期待。在進行男女速配時會導致範圍過窄，失敗率過高，現實生活中，也很少有人會說:「我只要身高 178 的男生，其他身高的我都不要考慮。」

(2)較有彈性

如果採用區間值模糊數，則在期待條件區間外的一律不接受，這在現實生活中，是有可能發生的。比如一些自認條件很好的女生，就限定男生身高不到 170 的一律不接受，或者一些自認條件很好的男生，就限定三圍要多少才願意考慮。但本篇論文研究的目的在增進全體人類的幸福感，並不鼓勵這群優質男女將範圍設定得如此嚴苛。有時稍微將範圍拉大，也是能找到合適的對象。

當男女在作速配時，對任意每個男女一定有兩個思考方向，一個是自身的條件，一是期待對方的條件。本篇論文研究先考慮自身條件集合 S 定義域爲實數，期待條件集合 E 定義域爲模糊數。爲了簡化整個數學模型，我們將先討論以一個條件(比如身高)來作速配。

定義 2.5 自身條件集合與期待條件集合(單變數)

設 $A=\{a_1,a_2,...,a_n\}$, $B=\{b_1,b_2,...,b_m\}$ 為兩組 n,m 樣本。且 A 中每一樣本都對應自身條件集合 $S=\{s_1,s_2,...,s_n\}$ 與期待條件集合 $E=\{e_1,e_2,...,e_n\}$，B 中每一樣本也都對應自身條件集合 $\widetilde{S}=\{\widetilde{s}_1,\widetilde{s}_2,...,\widetilde{s}_m\}$ 與期待條件集合 $\widetilde{E}=\{\widetilde{e}_1,\widetilde{e}_2,...,\widetilde{e}_m\}$。其中，$s_i$, $\widetilde{s}_j \in R$，e_i , $\widetilde{e}_j \in T[x,y,z,u]$，表示一個梯形模糊數。

例 2.6 自身條件集合與期待條件集合(單變數)

假設 A={ a_1,a_2 }，B={ b_1,b_2,b_3 }，則 S={ $s_1=170, s_2=175$}表示爲 A 中各樣本的自身身高, $E=\{e_1=[150,155,160,165], e_2=[157,160,165,168]\}$表示 A 中各樣本對 B 中各樣本的期待身高；同理，$\widetilde{S}=\{\widetilde{s}_1=155, \widetilde{s}_2=160, \widetilde{s}_3=165\}$ 表示 B 中各樣本的自身身高，$\widetilde{E}=\{\widetilde{e}_1=[165,170,175,180], \widetilde{e}_2=[170,173,178,181], \widetilde{e}_3=[160,165,175,180]\}$表示 B 中各樣本對 A 中各樣本的期待身高。

有了以上的定義與例子，接下來我們將討論單方向的速配模式，即只考慮男生去選擇女生，而忽視女生的想法；或只考慮女生去選擇男生，而忽視男生的想法。所以我們將定義模糊期待條件隸屬度函數。

定義 2.6 模糊期待條件隸屬度函數(單向單變數)

令 $\mu_e : U \to [0,1]$ 為一梯形隸屬度函數。則樣本的模糊期待條件隸屬度函數為

$$\mu_e(x)=\begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a} & , \quad a \le x < b \\ 1 & , \quad b \le x \le a \\ \dfrac{d-x}{d-c} & , \quad c < x \le d \\ 0 & , \quad \text{其他範圍} \end{cases}$$

例 2.7 A 集合對 B 集合之身高期待條件隸屬度函數

假設 $A=\{a_1,a_2\}, B=\{b_1,b_2,b_3\}$分別表示男生與女生集合，令 $\widetilde{S}=\{\widetilde{s}_1=154, \widetilde{s}_2=158, \widetilde{s}_3=162\}$ 爲 B 中各樣本的身高，$E=\{e_1=[150,155,160,165], e_2=[157,160,165,168]\}$ 表示 A 中樣本對 B 中樣本的期待條件模糊數。則對 B 集合的模糊期待條件隸屬度函數分別爲

$$\mu_{e_1}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-150}{5} & , \quad 150\le\tilde{s}_j<155\\ 1 & , \quad 155\le\tilde{s}_j\le160\\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{5} & , \quad 160<\tilde{s}_j\le165\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases} \quad \text{與} \quad \mu_{e_2}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-157}{3} & , \quad 157\le\tilde{s}_j<160\\ 1 & , \quad 160\le\tilde{s}_j\le165\\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{3} & , \quad 165<\tilde{s}_j\le168\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

因此，可得到下列數據：

$$a_1：\mu_{e_1}(154)=0.8\ ,\ \mu_{e_1}(158)=1\ ,\quad \mu_{e_1}(162)=0.6$$
$$a_2：\mu_{e_2}(154)=0\ ,\ \mu_{e_2}(158)=0.33\ ,\ \mu_{e_2}(162)=1$$

將其整理，可得下表 2.1：

表 2.1 A 集合對 B 集合之身高期待隸屬度函數(單向單變數)

自身條件 / 期待條件	b_1 身高：154	b_2 身高：157	b_3 身高：162
a_1 對 B 集合的期待身高：[150,155,160,165],	$\mu_{e_1}(154)=0.8$	$\mu_{e_1}(158)=1$	$\mu_{e_1}(162)=0.6$
a_2 對 B 集合的期待身高：[157,160,165,168]	$\mu_{e_2}(154)=0$	$\mu_{e_2}(158)=0.33$	$\mu_{e_2}(162)=1$

由表 2.1 可知 a_1 對 B 集合中各元素喜歡的程度，依序爲 b_2、b_1、b_3，而 a_2 對 B 集合中各元素喜歡的程度，依序爲 b_3、b_2、b_1。

不過，我們在作速配時，應該不只要考慮男生的想法，也要考慮女生的想法。於是以下例子將同時考慮男女雙方的想法。

例 2.8 A、B 集合中各元素對對方身高之期待條件隸屬度函數

設 $A=\{a_1,a_2\}, B=\{b_1,b_2,b_3\}$，令 $S=\{s_1=169, s_2=177\}, \tilde{S}=\{\tilde{s}_1=154\ , \tilde{s}_2=158, \tilde{s}_3=162\}$ 分別代表 A 與 B 集合中各樣本的身高，$E=\{e_1=[150,155,160,165], e_2=[157, 160, 165, 168]\}$ 與 $\tilde{E}=\{\tilde{e}_1=[165,170,175,180], \tilde{e}_2=[170,173,178,181], \tilde{e}_3=[160, 165,175,180]\}$ 分別表示 A 中各樣本對 B 中各樣本的期待身高與 B 中各樣本對 A 中各樣本的期待身高,,則我們可以寫出各樣本之模糊期待條件隸屬度函數，以 A 集合之第一樣本爲例：

$$\mu_{e_1}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-150}{5} & , \quad 150\le \tilde{s}_j<155 \\ 1 & , \quad 155\le \tilde{s}_j\le 160 \\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{5} & , \quad 160<\tilde{s}_j\le 165 \\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

其餘各樣本之期待條件隸屬度函數，可參見附錄。

由以上模糊期待條件隸屬度函數，可得到下列數據：

a_1： $\mu_{e_1}(154)=0.8$， $\mu_{e_1}(158)=1$， $\mu_{e_1}(162)=0.6$

a_2： $\mu_{e_2}(154)=0$， $\mu_{e_2}(158)=0.33$， $\mu_{e_2}(162)=1$

b_1： $\mu_{\tilde{e}_1}(169)=0.8$， $\mu_{\tilde{e}_1}(177)=0.6$，

b_2： $\mu_{\tilde{e}_2}(169)=0$， $\mu_{\tilde{e}_2}(177)=1$

b_3： $\mu_{\tilde{e}_3}(169)=1$， $\mu_{\tilde{e}_3}(177)=0.6$

將以上的數據整理成以下的簡表(詳細表格參見附錄)，可得到 A 、 B 集合對對方之期待條件隸屬度如下：

表 2.2 A 、B 集合對對方之期待條件隸屬度簡表（單變數）

自身條件 / 期待條件	b_1 身高	b_2 身高	b_3 身高	a_1 身高	a_2 身高
a_1 對 B 集合的期待身高	$\mu_{e_1}(154)=0.8$	$\mu_{e_1}(158)=1$	$\mu_{e_1}(162)=0.6$		
a_2 對 B 集合的期待身高	$\mu_{e_2}(154)=0$	$\mu_{e_2}(158)=0.33$	$\mu_{e_2}(162)=1$		
b_1 對 A 集合的期待身高				$\mu_{\tilde{e}_1}(169)=0.8$	$\mu_{\tilde{e}_1}(177)=0.6$
b_2 對 A 集合的期待身高				$\mu_{\tilde{e}_2}(169)=0$	$\mu_{\tilde{e}_2}(177)=1$
b_3 對 A 集合的期待身高				$\mu_{\tilde{e}_3}(169)=1$	$\mu_{\tilde{e}_3}(177)=0.6$

由表 2.2,接下來我們將進行的工作，就是去計算男女雙方的速配程度。爲了簡化數學模型，我們先定義單向的速配，即只單方面的考慮男生想法，忽視女生想法；或只單方面的考慮女生想法，而忽視男生想法。

定義 2.7 單向配度與速配(單變數)

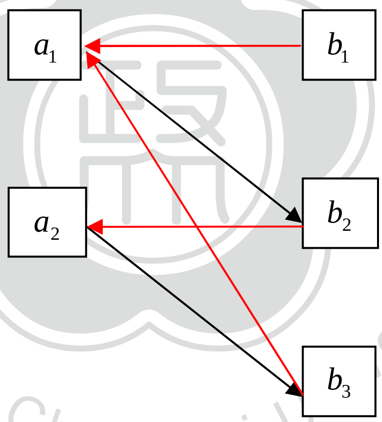
對任意i, j， 定義 a_i 對 b_j 的單向配度為 $\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)$；b_j 對 a_i 的單向配度為 $\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)$。如果 a_i 與 b_j 滿足 $\sup\limits_{\substack{1\le i\le n \\ 1\le j\le m}}\{\mu_{e_i}(\tilde{s}_j) \mid e_i \in E, \tilde{s}_j \in \tilde{S}\}$ ，則 a_i 的單向速配是 b_j 。

同理，如果 b_j 與 a_i 滿足 $\sup\limits_{\substack{1\le i\le n \\ 1\le j\le m}}\{\mu_{\tilde{e}_j}(s_i) \mid \tilde{e}_j \in \tilde{E}, s_i \in S\}$ ，則 b_j 的單向速配是 a_i 。

例 2.9 單向速配(單變數)

由表 2.2，我們可以很清楚看出，a_1的單向速配是b_2，a_2的單向速配是b_3。b_1的單向速配是a_1，b_2的單向速配是a_2，b_3的單向速配是a_1。我們可以下圖來表示：

圖 2.1



例 2.9 是一個生活中常見的單相思狀況，有時人在思考合適對象時，並不能兼顧到雙方的想法，所以會變成固守著“非具備某條件，否則不想認識對方”的想法。如果有這樣子的想法會很危險，因爲可能在另一個集合裏，不存在適合條件的樣本；或者有適合條件的樣本，但自己的條件，卻沒有落在對方期待條件隸屬度函數的定義域內，造成不管怎樣計算，條件隸屬度函數都是 0，也就沒辦法速配成功。

由例 2.9 可發現，不存在兩個人同時認定對方是自己的單向速配，這也就是說，如果現實生活中，並不存在著百分之百符合自己條件的白馬王子或白雪公主時，我們仍要務實的去找出最接近自己期待條件的另一半。

令 $\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)$ ： A 集合期待條件隸屬度函數；

$\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)$ ： B 集合期待條件隸屬度函數；

則 $1-\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)$ ： B 集合自身條件與 A 集合期待條件隸屬度函數的差；

與 $1-\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)$ ： A 集合自身條件與 B 集合期待條件隸屬度函數的差。

顯然的，只要 $[(1-\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)]+[1-\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)]$ 的值越小，則代表 A 、 B 兩集合之自身條件與對方期待條件越接近，意即雙方越速配。因為

$$[(1-\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)]+[1-\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)]$$

$$=2-[\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)+\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)]$$

所以 $[\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)+\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)]$ 的值越大，雙方越速配。由以上的推論，可整理算式如下：

$$0\le[1-\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)]+[1-\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)]\le 2,$$

$$\Rightarrow 0\le 2-[\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)+\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)]\le 2,$$

$$\Rightarrow 0\le \mu_{e_i}(\tilde{s}_j)+\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)\le 2$$

$$\Rightarrow 0\le \frac{\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)+\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)}{2}\le 1$$

我們可以由此觀察做出如下雙向速配的定義。

定義 2.8 雙向配度與速配(單變數)

由定義 2.7,對任意 i,j ,我們定義 A 與 B 的雙向配度為 $\frac{\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)+\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)}{2}$ ，如果 a_i 與 b_j 滿足

$\sup\limits_{\substack{1\le i\le n\\ 1\le j\le m}}\{\frac{\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)+\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)}{2}\mid e_i\in E,\tilde{e}_j\in\tilde{E},s_i\in S,\tilde{s}_j\in\tilde{S}\}$ ，則稱 a_i 與 b_j 兩個樣本為速配。

例 2.10 雙向配度與速配(單變數)

由表 2.2, 我們去計算 A 集合與 B 集合內各元素互相組合下的雙向配度，以 a_1 與 b_1 的組合爲例，

$$(a_1\ ,\ b_1)：\frac{\mu_{e_1}(154)+\mu_{\tilde{e}_1}(169)}{2}=0.8$$

其餘將詳細算式列於附錄，此處只將結果列出如下：

表 2.3 A 、B 集合中各元素組合之雙向配度

A 、B 集合中各元素之全部組合情況	雙向配度
$(a_1\ ,\ b_1)$	0.8
$(a_1\ ,\ b_2)$	0.5
$(a_1\ ,\ b_3)$	0.8
$(a_2\ ,\ b_1)$	0.3
$(a_2\ ,\ b_2)$	0.67
$(a_2\ ,\ b_3)$	0.8

所以由上可知，在身高這個變數上，a_1 與 b_1 、a_1 與 b_3 、a_2 與 b_3 是速配。

請注意上列數據有三項是一樣的，尤其我們注意到 a_1 與 b_1 和 a_1 與 b_3 這兩對組合，表示在 B 集合中 b_1 、b_3 兩個元素與 A 集合中之 a_1 元素形成速配。這在人類的現實社會中，也是常見的，比如兩個女生同時喜歡上一個男生。但是在現有婚姻制度下，一夫一妻才是合法的。爲了解決這樣子的問題，我們再觀察一次這二對形成速配的組合，並做一分析流程：

分析流程：

觀察

(1) a_1 對 b_1 與 a_1 對 b_3 之單向配度分別爲爲 $\mu_{e_1}(154)=0.8$ 與 $\mu_{e_1}(162)=0.6$ ，

(2) b_1 對 a_1 與 b_3 對 a_1 之單向配度分別爲 $\mu_{\tilde{e}_1}(169)=0.8$ 與 $\mu_{\tilde{e}_3}(169)=1$

推論

(1) a_1 與 b_1 相對於對方之單向配度皆爲 0.8；

(2) $(a_1$ 對 b_3 之單向配度$)=0.6<1=(b_3$ 對 a_1 之單向配度$)$；

結論

所以由推論(1)，a_1 與 b_1 兩人想法接近，由推論(2)，b_3 喜愛 a_1 的程度大於 a_1 喜愛 b_3 的程度。

因此，在現實生活中，很顯然的，a_1 與 b_1 才是最佳的速配。

由以上的討論，我們引入以下的定義：

定義 2.9 最佳速配(單變數)

由定義 2.10, 對任意 i, j ,令 $M=\left|\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)-\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)\right|$ 。如果 a_i 與 b_j 兩個樣本為速配且滿足 $\inf\limits_{\substack{1\le i\le n\\ 1\le j\le m}}\{\left|\mu_{e_i}(\tilde{s}_j)-\mu_{\tilde{e}_j}(s_i)\right| \mid e_i\in E,\tilde{e}_j\in\tilde{E},s_i\in S,\tilde{s}_j\in\tilde{S}\}$, 則稱 a_i 與 b_j 兩個樣本為最佳速配。

例 2.11 最佳速配(單變數)

由例 2.8 所得之數據，我們去計算每個相對應的 M 值，我們以第一樣本爲例，其餘詳細過程列於附錄，並將表 2.3 擴充如下：

表 2.4　A 、B 集合中各元素組合之雙向配度、M 值與最佳速配

A 、B 集合中各元素之全部組合情況	雙向配度	速配	M 值	最佳速配
(a_1 , b_1)	0.8	○	0	○
(a_1 , b_2)	0.5		1	
(a_1 , b_3)	0.8	○	0.4	
(a_2 , b_1)	0.3		0.4	
(a_2 , b_2)	0.67		0.67	
(a_2 , b_3)	0.8	○	0.4	

由上可知，在身高這個變數上，因爲 a_1 與 b_1 、a_1 與 b_3 、a_2 與 b_3 是速配，且相對於 a_1 與 b_1 的 M＝0 ，爲三組速配中的最小，所以 a_1 與 b_1 ，才是最佳速配。

我們同時也能觀察出那一對男女的意見最相近。這裏有一個有趣的發現，即意見相近並不一定代表有發展戀情的可能性。比如男女雙方對對方的期待條件隸屬度都是 0，則兩者的意見的確是很接近，也就是兩人都不可能選擇對方爲自己的伴侶。

2.3 多變數速配模式

在尋找合適對象時，以單一條件來搜尋將會錯失很多機會。比如有些女生不喜歡胖子,她設定超過 90 公斤就不考慮，但是卻忽略掉也許對方雖然 90 公斤，但身高也有 190 公分，是個體態標準的運動員，所以考慮多項變數才比較符合現實的情況。以下我們將推廣 2.2 節，將自身條件與期待條件增爲多個變數。

定義 2.10 自身條件集合與期待條件集合(多變數)

設 $A=\{a_1,a_2,...,a_n\}$, $B=\{b_1,b_2,...,b_m\}$ 為兩組 n,m 樣本。且 A 中每一樣本都對應自身條件集合 S_k 與期待條件集合 E_k ，B 中每一樣本也都對應自身條件集合 $\tilde{S}_k$ 與期待條件集合 $\tilde{E}_k$ 。

(1) $S_k=\{s_{k1},s_{k2},...,s_{kn}\}, E_k=\{e_{k1},e_{k2},...,e_{kn}\}, k=1,2,...,p$

(2) $\tilde{S}_k=\{\tilde{s}_{k1},\tilde{s}_{k2},...,\tilde{s}_{km}\}, \tilde{E}_r=\{\tilde{e}_{k1},\tilde{e}_{k2},...,\tilde{e}_{km}\}, k=1,2,...,p$

其中, s_{ki} ,$\tilde{s}_{kj}\in R$, e_{ki} ,$\tilde{e}_{kj}\in T[x,y,z,u]$ 表示一個梯形模糊數。

例 2.12 自身條件集合與期待條件集合(多變數)

假設 A={ a_1,a_2 },B={ b_1,b_2,b_3 }，我們有以下的資料：

A 中各樣本的自身身高： $S_1=\{s_{11}=170\ , s_{12}=175\}$ 單位爲公分。

A 中各樣本的自身體重： $\mathrm{S}_2=\{\mathrm{s}_{21}=60\ , \mathrm{s}_{22}=70\}$ 單位爲公斤。

A 中各樣本對 B 中各樣本的期待身高：

$E_1=\{e_{11}=[150\ ,155\ ,160\ ,165]\ , e_{12}=[157,160\ ,165\ ,168]\}$

A 中各樣本對 B 中各樣本的期待體重： $E_2=\{e_{21}=[45\ ,48\ ,52\ ,55], e_{22}=[46\ ,48\ ,55\ ,57]\}$

B 中各樣本的自身身高： $\tilde{S}_1=\{\tilde{s}_{11}=155\ ,\tilde{s}_{12}=160\ ,\tilde{s}_{13}=165\}$

B 中各樣本的自身體重： $\tilde{S}_2=\{\tilde{s}_{21}=46\ ,\tilde{s}_{22}=58\ ,\tilde{s}_{23}=53\}$

B 中各樣本對 A 中各樣本的期待身高：

$\tilde{E}_1=\{\tilde{e}_{11}=[165,170,\ 175\ ,\ 180]\ ,\ \tilde{e}_{12}=[170\ ,173\ ,178\ ,181]\ ,\tilde{e}_{13}=[160\ ,165\ ,175\ ,180]\}$

B 中各樣本對 A 中各樣本的期待體重：

$\tilde{E}_2=\{\tilde{e}_{21}=[55\ ,60\ ,70\ ,75]\ ,\tilde{e}_{22}=[62\ ,65\ ,75\ ,78],\tilde{e}_{23}=[65\ ,70\ ,80\ ,85]\}$

如同單變數的討論方式，接下來我們將先行討論單方向的速配模式，所以我們將定義單方向多變數的模糊期待條件隸屬度函數。

定義 2.11 模糊期待條件隸屬度函數(單向多變數)

令 $\mathrm{E}=\{E_1,E_2,...,E_k\}$ 為多變數期待條件集合，$\mu_E:U\rightarrow[0,1]$ 為一梯形隸屬度函數。則樣本的模糊期待條件隸屬度函數為

$$\mu_E(x)=\begin{cases}\dfrac{x-a_i}{b_i-a_i} & , \quad a_i \le x < b_i \\ 1 & , \quad b_i \le x \le a_i \\ \dfrac{c_i-x}{d_i-c_i} & , \quad c_i < x \le d_i \\ 0 & , \quad \text{其他範圍} \qquad \forall i=1,2,\ldots,n\end{cases}$$

例 2.13 A 集合中各元素對 B 集合之身高與體重之期待條件隸屬度函數

假設 $A=\{a_1, a_2\}$，$B=\{b_1, b_2, b_3\}$，則

B 中各樣本的身高：$\tilde{S}_1=\{\tilde{s}_{11}=154, \tilde{s}_{12}=158, \tilde{s}_{13}=162\}$

B 中各樣本的體重：$\tilde{S}_2=\{\tilde{s}_{21}=46, \tilde{s}_{22}=58, \tilde{s}_{23}=53\}$

A 中各樣本對 B 中各樣本的期待身高模糊數：

$E_1=\{e_{11}=[150,155,160,165], e_{12}=[157,160,165,168]\}$

A 中各樣本對 B 中各樣本的期待體重模糊數：

$E_2=\{e_{21}=[45,48,52,55], e_{22}=[46,48,55,57]\}$

(1) a_1 對 B 中各樣本的身高與體重之期待條件隸屬度函數爲

$$\mu_{e_{11}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-150}{5} & , \quad 150 \le \tilde{s}_j < 155 \\ 1 & , \quad 155 \le \tilde{s}_j \le 160 \\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{5} & , \quad 160 < \tilde{s}_j \le 165 \\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases} \quad \text{與} \quad \mu_{e_{21}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-45}{3} & , \quad 45 \le \tilde{s}_j < 48 \\ 1 & , \quad 48 \le \tilde{s}_j \le 52 \\ \dfrac{55-\tilde{s}_j}{3} & , \quad 52 < \tilde{s}_j \le 55 \\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(2) a_2 對 B 中中各樣本的身高與體重之期待條件隸屬度函數為

$$\mu_{e_{12}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-157}{3} & , \quad 157\le\tilde{s}_j<160\\ 1 & , \quad 160\le\tilde{s}_j\le165\\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{3} & , \quad 165<\tilde{s}_j\le168\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases} \quad \text{與} \quad \mu_{e_{22}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-46}{2} & , \quad 46\le\tilde{s}_j<48\\ 1 & , \quad 48\le\tilde{s}_j\le55\\ \dfrac{57-\tilde{s}_j}{2} & , \quad 55<\tilde{s}_j\le57\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

因此可得到下列數據：

$$a_1:\ \mu_{e_{11}}(154)=0.8\ ,\ \mu_{e_{11}}(158)=1\ ,\ \mu_{e_{11}}(162)=0.6$$

$$\mu_{e_{21}}(46)=0.33\ ,\ \mu_{e_{21}}(58)=0\ ,\ \mu_{e_{21}}(53)=0.67$$

$$a_2:\ \mu_{e_{12}}(154)=0\ ,\ \mu_{e_{12}}(158)=0.33\ ,\ \mu_{e_{12}}(162)=1$$

$$\mu_{e_{22}}(46)=0\ ,\ \mu_{e_{22}}(58)=0\ ,\ \mu_{e_{22}}(53)=1$$

將例 2.13 數據整理，可得下表 2.3：

表 2.3　A 集合中各元素對 B 集合之期待條件隸屬度(單向多變數)

自身條件 / 期待條件	b_1 身高：154 體重：46	b_2 身高：157 體重：58	b_3 身高：162 體重：53
a_1 對 B 中各元素的期待身高：[150,155,160,165] a_1 對 B 中各元素的期待體重：[45,48,52,55]	$\mu_{e_{11}}(154)=0.8$ $\mu_{e_{21}}(46)=0.33$	$\mu_{e_{11}}(158)=1$ $\mu_{e_{21}}(58)=0$	$\mu_{e_{11}}(162)=0.6$ $\mu_{e_{21}}(53)=0.67$
a_2 對 B 中各元素的期待身高：[157,160,165,168] a_2 對 B 中各元素的期待體重：[46,48,55,57]	$\mu_{e_{12}}(154)=0$ $\mu_{e_{22}}(46)=0$	$\mu_{e_{12}}(158)=0.33$ $\mu_{e_{22}}(58)=0$	$\mu_{e_{12}}(162)=1$ $\mu_{e_{22}}(53)=1$

與單變數的討論情況相似，以下我們將同時考慮 A 集合與 B 集合。

例 2.14　A、B 集合中各元素對對方身高與體重之期待條件隸屬度函數

由例 2.12 之自身條件集合與期待條件集合，我們可以寫出各樣本之模糊期待條件隸屬度函數如下：

(以第一樣本爲例，其餘參閱附錄)

身高部分

(1) a_1 對 B 中各樣本與 b_1 對 A 中各樣本的身高期待條件隸屬度函數：

a_1 對 B 中各樣本	b_1 對 A 中各樣本
$\mu_{e_{11}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-150}{5}, & 150\le\tilde{s}_j<155\\ 1, & 155\le\tilde{s}_j\le160\\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{5}, & 160<\tilde{s}_j\le165\\ 0, & \text{其他範圍}\end{cases}$	$\mu_{\tilde{e}_{11}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-165}{5}, & 165\le s_i<170\\ 1, & 170\le s_i\le175\\ \dfrac{180-s_i}{5}, & 175<s_i\le180\\ 0, & \text{其他範圍}\end{cases}$

體重部分

(2) a_1 對 B 中各樣本與 b_1 對 A 中各樣本的體重期待條件隸屬度函數：

a_1 對 B 中各樣本	b_1 對 A 中各樣本
$\mu_{e_{21}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-45}{3}, & 45\le\tilde{s}_j<48\\ 1, & 48\le\tilde{s}_j\le52\\ \dfrac{55-\tilde{s}_j}{3}, & 52<\tilde{s}_j\le55\\ 0, & \text{其他範圍}\end{cases}$	$\mu_{\tilde{e}_{21}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-55}{5}, & 55\le s_i<60\\ 1, & 60\le s_i\le70\\ \dfrac{75-s_i}{5}, & 70<s_i\le75\\ 0, & \text{其他範圍}\end{cases}$

如同單變數的情況,同樣的我們也能得到如下的數據：

a_1： $\mu_{e_{11}}(154)=0.8$, $\mu_{e_{11}}(158)=1$, $\mu_{e_{11}}(162)=0.6$

$\mu_{e_{21}}(46)=0.33$ $\mu_{e_{21}}(58)=0$ $\mu_{e_{21}}(53)=0.67$

a_2： $\mu_{e_{12}}(154)=0$, $\mu_{e_{12}}(158)=0.33$, $\mu_{e_{12}}(162)=1$

$\mu_{e_{22}}(46)=0$ $\mu_{e_{22}}(58)=0$ $\mu_{e_{22}}(53)=1$

b_1： $\mu_{\tilde{e}_{11}}(169)=0.8$, $\mu_{\tilde{e}_{11}}(177)=0.6$

$\mu_{\tilde{e}_{11}}(63)=0$ $\mu_{\tilde{e}_{11}}(74)=0.2$

b_2： $\mu_{\tilde{e}_{12}}(169)=0$, $\mu_{\tilde{e}_{12}}(177)=1$

$\mu_{\tilde{e}_{12}}(63)=0.3$ $\mu_{\tilde{e}_{12}}(74)=1$

b_3： $\mu_{\tilde{e}_{13}}(169)=1$, $\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)=0.6$

$\mu_{\tilde{e}_{13}}(63)=0$ $\mu_{\tilde{e}_{13}}(74)=1$

將以上的數據整理成表格，可得到 A、B 集合對對方之期待條件隸屬度如下：

表 2.4 A、B 集合對對方之期待條件隸屬度之簡表(多變數)

自身條件 / 期待條件	b_1 身高、體重	b_2 身高、體重	b_3 身高、體重	a_1 身高、體重	a_2 身高、體重
a_1 對 B 集合的期待身高、體重	$\mu_{e_{11}}(154)=0.8$ $\mu_{e_{21}}(46)=0.33$	$\mu_{e_{11}}(158)=1$ $\mu_{e_{21}}(58)=0$	$\mu_{e_{11}}(162)=0.6$ $\mu_{e_{21}}(53)=0.67$		
a_2 對 B 集合的期待身高、體重	$\mu_{e_{12}}(154)=0$ $\mu_{e_{22}}(46)=0$	$\mu_{e_{12}}(158)=0.33$ $\mu_{e_{22}}(58)=0$	$\mu_{e_{12}}(162)=1$ $\mu_{e_{22}}(53)=1$		
b_1 對 A 集合的期待身高、體重				$\mu_{\tilde{e}_{11}}(169)=0.8$ $\mu_{\tilde{e}_{21}}(63)=0$	$\mu_{\tilde{e}_{11}}(177)=0.6$ $\mu_{\tilde{e}_{21}}(74)=0.2$
b_1 對 A 集合的期待身高、體重				$\mu_{\tilde{e}_{12}}(169)=0$ $\mu_{\tilde{e}_{22}}(63)=0.3$	$\mu_{\tilde{e}_{12}}(177)=1$ $\mu_{\tilde{e}_{22}}(74)=1$
b_1 對 A 集合的期待身高、體重				$\mu_{\tilde{e}_{13}}(169)=1$ $\mu_{\tilde{e}_{23}}(63)=0$	$\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)=0.6$ $\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)=1$

由表 2.4，接下來我們將進行的工作，就是去計算 A、B 兩集合內各元素的速配程度。不過比起單變數只考慮一個條件的情形，多變數的情形顯然複雜許多。因為每個條件之間所分配到的權重並不相同。就實際上的問題來說，比如有的女生喜歡長得帥的男生，不特別在意身高。

而接近適婚年紀的女生，對男生在經濟能力上的表現會更重於外在條件。所以如果考慮多變數，並且分配每項變數不同權重，情況將非常的複雜。

爲了簡化數學模型，我們循單變數的模式，先定義單向的速配，即只單方面的考慮男生想法，忽視女生想法；或只單方面的考慮女生想法，而忽視男生想法。同時，我們將假設每一個條件的權重皆相同。

定義 2.12 單向配度與速配(多變數)

對任意i, j,定義a_i對b_j的單向配度為$\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})$；$b_j$對$a_i$的單向配度為$\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})$。如果$a_i$與$b_j$滿足$\sup\limits_{\substack{1\le i\le n\\ 1\le j\le m}}\{\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj}) \mid e_{ki}\in E_k, \tilde{s}_{kj}\in \tilde{S}_k\}$,則稱$a_i$的單向速配是$b_j$。同理，如果$b_j$與$a_i$存在$\sup\limits_{\substack{1\le i\le n\\ 1\le j\le m}}\{\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki}) \mid \tilde{e}_{kj}\in \tilde{E}_k, s_{ki}\in S_k\}$, 則稱$b_j$的單向速配是$a_i$。

例 2.15 單向速配(多變數)

由表 2.4，我們可以計算A、B集合內各元素間的期待條件隸屬度之和，即單向配度。我們以a_1與b_1的組合爲例，

$$a_1 \to b_1：\mu_{e_{11}}(154)+\mu_{e_{21}}(46)=1.13$$

其餘將詳細計算過程列於附錄，此處只將結果列出如下：

表 2.5 A、B集合內各元素單向配度與單向速配

A對B之單向配度	A對B之單向速配	B對A之單向配度	B對A之單向速配
$a_1 \to b_1$：1.13		$b_1 \to a_1$：0.8	
$a_1 \to b_2$：1		$b_1 \to a_2$：0.8	
$a_1 \to b_3$：1.27	○	$b_2 \to a_1$：0.3	
$a_2 \to b_1$：0		$b_2 \to a_2$：2	○
$a_2 \to b_2$：0.33		$b_3 \to a_1$：1	
$a_2 \to b_3$：2	○	$b_3 \to a_2$：1	

由以上數據可得a_1的單向速配是b_3，a_2的單向速配是b_3，b_2的單向速配是a_2。

假設我們考慮M項條件，

令$\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})$：$A$集合期待條件隸屬度函數之和；

$\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})$：$B$集合期待條件隸屬度函數之和；

則 $M-\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})$ ： B 集合自身條件與 A 集合期待條件隸屬度函數的差；

與 $M-\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})$ ： A 集合自身條件與 B 集合期待條件隸屬度函數的差。

顯然的，只要 $[M-\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})]+[M-\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})]$ 的值越小，則代表 A、B 兩集合內各元素間，自身條件與對方期待條件越接近，意即雙方越速配。因爲

$$\begin{aligned}&[M-\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})]+[M-\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})]\\&=2M-[\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})+\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})]\end{aligned}$$

所以 $[\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})+\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})]$ 的值越大，雙方越速配。由以上的推論，可整理算式如下：

$$0\le[M-\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})]+[M-\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})]\le 2M\ ,$$

$$\Rightarrow 0\le 2M-[\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})+\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})]\le 2M\ ,$$

$$\Rightarrow 0\le \sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})+\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})\le 2M$$

$$\Rightarrow 0\le \frac{\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})+\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})}{2M}\le 1$$

因此，藉由這個觀察，我們做出如下雙向速配的定義。

定義 2.13 雙向配度與速配(多變數)

由定義 2.12,對任意 i, j,我們定義 A 與 B 的雙向配度為 $\frac{\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})+\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})}{2M}$,如果 a_i 與 b_j 滿足 $\sup_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le m}}\{\frac{\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj})+\sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})}{2M}\mid e_{ki}\in E_k,\tilde{e}_{kj}\in\tilde{E}_k,s_{ki}\in S_k,\tilde{s}_{kj}\in\tilde{S}_k\}$ 則稱 a_i 與 b_j 兩個樣本為速配。

例 2.16 雙向配度與速配(多變數)

由表 2.4, 我們去計算每個相對應的雙向配度，以a_1與b_1的組合為例，

$$(a_1\ ,\ b_1):\quad \frac{[\mu_{e_{11}}(158)+\mu_{e_{21}}(58)]+[\mu_{\tilde{e}_{11}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{21}}(63)]}{4}=\frac{1.3}{4}=0.325$$

其餘將詳細計算過程列於附錄，此處只將結果列出如下：

表 2.6　A、B 集合內各元素間之雙向配度與速配

A 、 B 集合中 各元素之全部組合情況	雙向配度	速配
$(a_1\ ,\ b_1)$	0.325	
$(a_1\ ,\ b_2)$	0.325	
$(a_1\ ,\ b_3)$	0.5675	
$(a_2\ ,\ b_1)$	0.2	
$(a_2\ ,\ b_2)$	0.5825	
$(a_2\ ,\ b_3)$	0.9	○

所以由上可知，在身高與體重的多變數情況下，a_2與b_3是速配。

在多變數的情況下，要出現兩組數據同樣的情況，機率很小，但也不是不可能發生。所以本篇論文將再創造另一個樣本a_3，並設定其與b_3的雙向配度為 0.9，從而觀察其與a_2的差異。

令a_3身高 176 公分，體重 75 公斤，a_3對B集合中各元素的期待身高與期待體重的模糊數分別為[150 , 165 , 170 , 185]與[46 , 48 , 55 , 57]，則我們可以據此寫出a_3之身高與體重的模糊期待隸屬度函數為

$$\mu_{e_{13}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-150}{15} & ,\quad 150\le\tilde{s}_j<165\\[2ex] 1 & ,\quad 165\le\tilde{s}_j\le170\\[2ex] \dfrac{185-\tilde{s}_j}{15} & ,\quad 170<\tilde{s}_j\le185\\[2ex] 0 & ,\quad \text{其他範圍}\end{cases}\qquad\text{與}\qquad \mu_{e_{23}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-46}{2} & ,\quad 46\le\tilde{s}_j<48\\[2ex] 1 & ,\quad 48\le\tilde{s}_j\le55\\[2ex] \dfrac{57-\tilde{s}_j}{2} & ,\quad 55<\tilde{s}_j\le57\\[2ex] 0 & ,\quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

而b_3的身高 162 公分，體重 53 公斤，並根據前述b_3的身高與體重之模糊期待條件隸屬度函數，

我們能求出

$$\mu_{e_{13}}(162)=0.8\ ,\ \mu_{e_{23}}(53)=1\ ,\ \mu_{\tilde{e}_{13}}(176)=0.8\ ,\ \mu_{\tilde{e}_{23}}(75)=1$$

因此，a_3與b_3的雙向配度為

$$\frac{[\mu_{e_{13}}(162)+\mu_{e_{23}}(53)]+[\mu_{\tilde{e}_{13}}(176)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(75)]}{4}=\frac{3.6}{4}=0.9$$

所以依照定義，a_2與a_3皆與b_3速配。如果想從這兩組速配中，選出一組當成最佳速配，我們先將兩組資料列出，並提出分析流程。首先將這兩對組合的身高、體重模糊期待隸屬度列出表格如下：

表 2.7　a_2與b_3配對情形

a_2與b_3配對	
身高期待隸屬度	體重期待隸屬度
$a_2 \rightarrow b_3$ ： $\mu_{e_{12}}(162)=1$	$a_2 \rightarrow b_3$ ： $\mu_{e_{22}}(53)=1$
$b_3 \rightarrow a_2$ ： $\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)=0.6$	$b_3 \rightarrow a_2$ ： $\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)=1$

表 2.8　a_3與b_3配對情形

a_3與b_3配對	
身高期待隸屬度	體重期待隸屬度
$a_3 \rightarrow b_3$ ： $\mu_{e_{13}}(162)=0.8$	$a_3 \rightarrow b_3$ ： $\mu_{e_{23}}(53)=1$
$b_3 \rightarrow a_3$ ： $\mu_{\tilde{e}_{13}}(176)=0.8$	$b_3 \rightarrow a_3$ ： $\mu_{\tilde{e}_{23}}(75)=1$

分析流程：

觀察

(1) b_3對a_2的身高期待隸屬度$\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)=0.6$，$b_3$對$a_3$的身高待期隸屬度$\mu_{\tilde{e}_{13}}(176)=0.8$

b_3對a_2的體重期待隸屬度$\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)=1$，$b_3$對$a_3$的體重期待隸屬度$\mu_{\tilde{e}_{23}}(75)=1$

(2) a_2對b_3的身高期待隸屬度$\mu_{e_{12}}(162)=1$，a_3對b_3的身高期待隸屬度$\mu_{e_{13}}(162)=0.8$

a_2對b_3的體重期待隸屬度$\mu_{e_{22}}(53)=1$，a_3對b_3的體重期待隸屬度$\mu_{e_{23}}(53)=1$

推論

(1) 在身高與體重兩個變數下，由觀察(1)，$\mu_{\tilde{e}_{13}}(176)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(75)=1.8>1.6=\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)$

$\therefore b_3$ 對 a_3 的單向配度 $>$ b_3 對 a_2 的單向配度。

(2) 同理，由觀察(2)，$\mu_{e_{12}}(162)+\mu_{e_{22}}(53)=2>1.8=\mu_{e_{13}}(162)+\mu_{e_{23}}(53)$

$\therefore a_2$ 對 b_3 的單向配度 $>$ a_3 對 b_3 的單向配度。

(3) 由觀察(1)、(2)，$\mu_{e_{12}}(162)+\mu_{e_{22}}(53)=2>1.6=\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)$

$\therefore a_2$ 對 b_3 的單向配度 $>$ b_3 對 a_2 的單向配度

(4) 由觀察(1)、(2)，$\mu_{e_{13}}(162)+\mu_{e_{23}}(53)=1.8=\mu_{\tilde{e}_{13}}(176)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(75)$

$\therefore a_3$ 對 b_3 的單向配度 $=$ b_3 對 a_3 的單向配度

結論

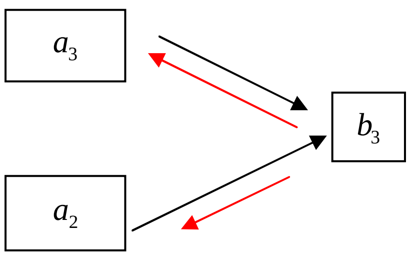
(1) 由推論(1)與推論(2)，a_3 比較符合 b_3 的期待，但是 b_3 卻比較符合 a_2 的期待。

(2) 將推論(1)與推論(2)結果相加可得 $[\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)+\mu_{e_{12}}(162)+\mu_{e_{22}}(53)]=[\mu_{\tilde{e}_{13}}(176)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(75)+\mu_{e_{13}}(162)+\mu_{e_{23}}(53)]$，表示 a_2、b_3 與 a_3、b_3 彼此互相期待的程度和相等。

(3) 由推論(3)與推論(4)，a_3 與 b_3 彼此的單向配度相等，而 a_2 對 b_3 的單向配度期 $>$ b_3 對 a_2 的單向配度，以通俗的語言而言，a_3 與 b_3 互相喜歡程度一樣，而 a_2 與 b_3 則是 a_2 喜歡 b_3 的程度大於 b_3 喜歡 a_2。

綜合以上，我們可以說 a_3 與 b_3 的速配情形，更優於 a_2 與 b_3。如果我們將「喜歡的程度」以箭號長度表示可得下列圖示：

圖 2.2



總結以上的討論，因此我們有如下的定義：

定義 2.14 最佳速配(多變數)

由定義 2.12, 對任意i, j,令$M' = \sum_{k} \left| \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_j) - \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_i) \right|$。如果$a_i$與$b_j$兩個樣本為速配且滿足$\inf\limits_{\substack{1\le i\le n\\ 1\le j\le m}} \{ \sum_{k} \left| \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj}) - \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki}) \right| \mid e_{ki} \in E_k, \tilde{e}_{kj} \in \tilde{E}_k, s_{ki} \in S_k, \tilde{s}_{kj} \in \tilde{S}_k \}$，則稱$a_i$與$b_j$兩個樣本為最佳速配。

例 2.17 最佳速配(多變數)

由表 2.2，與創造新樣本a_3的資料，我們去計算每個相對應的M'值，詳細計算過程列於附錄，此處將擴充表格 2.6 內容，並將M'值直接列出如下：

表 2.7　A、B 集合內各元素間之雙向配度、M'值、速配與最佳速配

A、B集合中各元素之全部組合情況	雙向配度	M'值	速配	最佳速配
(a_1 , b_1)	0.325	0.33		
(a_1 , b_2)	0.325	0.2		
(a_1 , b_3)	0.5675	0.87		
(a_2 , b_1)	0.2	0.8		
(a_2 , b_2)	0.5825	1.67		
(a_2 , b_3)	0.9	0.4	○	
(a_3 , b_3)	0.9	0	○	○

根據之前的討論，a_2與b_3、a_3與b_3這兩對是速配，但真正的最佳速配則是a_3與b_3。

2.4 離散型模糊集合速配模式

由 2.3 節各例題的討論，兩個集合可以用梯型隸屬度函數來進行模糊速配，並找出最佳速配。但是如果自身條件與期待條件不是數字，而是語言變數，我們應該如何進行速配?
首先，我們將以定義 2.1 之離散型模糊數爲基礎，定義出模糊期待函數與模糊自身函數。仿 2.2 節之討論方法，我們先討論單向，再予以推廣至雙向。

定義 2.15 模糊期待函數(單向)

設$A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$, $B = \{b_1, b_2, ..., b_m\}$為兩組$n, m$樣本。$L = \{L_1, L_2, ..., L_k\}$為佈於宇域 U 之語言變數。$\mu : U \to [0,1]$為對應 L 上之隸屬度函數。對應於 B 之期待條件集合

$\widetilde{E}=\{\widetilde{e}_1,\widetilde{e}_2,...,\widetilde{e}_m\}$ 。B 中第 j 個元素對 A 集合之期待條件隸屬度函數以符號 $\{\mu_{1,b}(\widetilde{e}_j \circ a_i),\mu_{2,b}(\widetilde{e}_j \circ a_i),......,\mu_{k,b}(\widetilde{e}_j \circ a_i)\}$ 表示。其中 $\sum_{t=1}^{k}\mu_{t,b}(\widetilde{e}_j \circ a_i)=1$。則 B 中第 j 個元素對 A 集合之模糊期待函數為

$$\mu_{U,b}(\widetilde{e}_j \circ a_i)=\frac{\mu_{1,b}(\widetilde{e}_j \circ a_i)}{L_1}+\frac{\mu_{2,b}(\widetilde{e}_j \circ a_i)}{L_2}+...+\frac{\mu_{k,b}(\widetilde{e}_j \circ a_i)}{L_k}$$

例 2.18 模糊期待函數(單向)

假設 $A=\{a_1,a_2\}$，$B=\{b_1,b_2,b_3\}$，語言變數 $L=\{$斯文俊秀，帥氣挺拔，英俊瀟灑，健美陽光，魁梧壯碩$\}$。對應於 B 之期待條件集合 $\widetilde{E}=\{\widetilde{e}_1,\widetilde{e}_2,\widetilde{e}_3\}$，$B$ 集合中元素對 A 集合之期待條件隸屬度函數如下：

b_1 ：$\{\mu_{1,b}(\widetilde{e}_1 \circ a_i)=0.4,\mu_{2,b}(\widetilde{e}_1 \circ a_i)=0.3,\mu_{3,b}(\widetilde{e}_1 \circ a_i)=0.1,\mu_{4,b}(\widetilde{e}_1 \circ a_i)=0.2,\mu_{5,b}(\widetilde{e}_1 \circ a_i)=0\}$

b_2 ：$\{\mu_{1,b}(\widetilde{e}_2 \circ a_i)=0.1,\mu_{2,b}(\widetilde{e}_2 \circ a_i)=0.4,\mu_{3,b}(\widetilde{e}_2 \circ a_i)=0.1,\mu_{4,b}(\widetilde{e}_2 \circ a_i)=0.4,\mu_{5,b}(\widetilde{e}_2 \circ a_i)=0\}$

b_3 ：$\{\mu_{1,b}(\widetilde{e}_3 \circ a_i)=0,\mu_{2,b}(\widetilde{e}_3 \circ a_i)=0.2,\mu_{3,b}(\widetilde{e}_3 \circ a_i)=0,\mu_{4,b}(\widetilde{e}_3 \circ a_i)=0.3,\mu_{5,b}(\widetilde{e}_3 \circ a_i)=0.5\}$

則相對應的模糊期待函數我們可以表示如下：

$$\mu_{U,b}(\widetilde{e}_1 \circ a_i)=\frac{0.4}{\text{斯文俊秀}}+\frac{0.3}{\text{帥氣挺拔}}+\frac{0.1}{\text{英俊瀟灑}}+\frac{0.2}{\text{健美陽光}}+\frac{0}{\text{魁梧壯碩}},$$

$$\mu_{U,b}(\widetilde{e}_2 \circ a_i)=\frac{0.1}{\text{斯文俊秀}}+\frac{0.2}{\text{帥氣挺拔}}+\frac{0.1}{\text{英俊瀟灑}}+\frac{0.6}{\text{健美陽光}}+\frac{0}{\text{魁梧壯碩}},$$

$$\mu_{U,b}(\widetilde{e}_3 \circ a_i)=\frac{0}{\text{斯文俊秀}}+\frac{0.2}{\text{帥氣挺拔}}+\frac{0}{\text{英俊瀟灑}}+\frac{0.3}{\text{健美陽光}}+\frac{0.5}{\text{魁梧壯碩}}$$

這表示 b_1 喜歡斯文秀氣的男孩，b_2 喜歡健美陽光的男孩，b_3 喜歡魁梧壯碩的男孩。

一般人的外在條件其實是很複雜的。一個人有時覺得自己斯文俊秀，有時覺得自己健美陽光的，所以下面將定義代表外在條件的模糊自身函數。

定義 2.16 模糊自身函數

延續定義 2.15，設 $A=\{a_1,a_2,...,a_n\}$, $B=\{b_1,b_2,...,b_m\}$ 為兩組 n,m 樣本。$L=\{L_1,L_2,...,L_k\}$ 為佈於宇域 U 之語言變數。$\mu:U\rightarrow[0,1]$ 為對應 L 上之隸屬度函數。對應於 A 之自身條件集合為 $S=\{s_1,s_2,...,s_n\}$，則 A 中第 j 個元素之自身條件隸屬度函數以符號 $\{\mu_{1,a}(s_j),\mu_{2,a}(s_j),......,\mu_{k,a}(s_j)\}$ 表示。其中 $\sum_{t=1}^{k}\mu_{t,b}(s_j)=1$。則 A 中第 j 個元素之自身條件模糊期待函數為

$$\mu_{U,a}(s_j)=\frac{\mu_{1,a}(s_j)}{L_1}+\frac{\mu_{2,a}(s_j)}{L_2}+...+\frac{\mu_{k,a}(s_j)}{L_k}$$

例 2.19 模糊自身函數

假設 A={ a_1,a_2 }，B={ b_1,b_2,b_3 }，語言變數 L ={ 斯文俊秀，帥氣挺拔，英俊瀟灑，健美陽光，魁梧壯碩} 。對應於 A 之自身條件集合 $S=\{s_1,s_2\}$, A 集合之自身條件隸屬度函數如下：

a_1 ：$\{\mu_{1,a}(s_1)=0.4\,,\mu_{2,a}(s_1)=0.1\,,\mu_{3,a}(s_1)=0.1,\mu_{4,a}(s_1)=0.4,\mu_{5,a}(s_1)=0\}$

a_2 ：$\{\mu_{1,a}(s_1)=0.1\,,\mu_{2,a}(s_1)=0.5\,,\mu_{3,a}(s_1)=0.1,\mu_{4,a}(s_1)=0.3,\mu_{5,b}(s_1)=0\}$

則相對應的模糊期待函數我們可以表示如下：

$$\mu_{U,a}(s_1)=\frac{0.4}{\text{斯文俊秀}}+\frac{0.1}{\text{帥氣挺拔}}+\frac{0.1}{\text{英俊瀟灑}}+\frac{0.4}{\text{健美陽光}}+\frac{0}{\text{魁梧壯碩}}\,,$$

$$\mu_{U,a}(s_2)=\frac{0.1}{\text{斯文俊秀}}+\frac{0.5}{\text{帥氣挺拔}}+\frac{0.1}{\text{英俊瀟灑}}+\frac{0.3}{\text{健美陽光}}+\frac{0}{\text{魁梧壯碩}}\,。$$

這表示 a_1 覺得自己是斯文俊秀兼健美陽光的男生，而 a_2 覺得自己是帥氣挺拔兼健美陽光的男生。

接著，我們將推廣至雙向，即同時考慮 A 、 B 兩集合。

定義 2.17 模糊自身函數(雙向)

設 $A=\{a_1,a_2,...,a_n\}$，$B=\{b_1,b_2,...,b_m\}$ 為兩組 n,m 樣本，且 A 中每一樣本都對應自身條件集 $S=\{s_1,s_2,...,s_n\}$ 與期待條件集合 $E=\{e_1,e_2,...,e_n\}$ ，B 中每一樣本也都對應自身條件集合 $\tilde{S}$

$=\{\tilde{s}_1,\tilde{s}_2,...,\tilde{s}_m\}$ 與期待條件集合 $\tilde{E}=\{\tilde{e}_1,\tilde{e}_2,...,\tilde{e}_m\}$。令 $L_S=\{L_{S_1},L_{S_2},...,L_{S_k}\}$ 與 $L_E=\{L_{E_1},L_{E_2},...,L_{E_k}\}$ 為對應於 A 集合佈於宇域 U 上之語言變數，$L_{\tilde{S}}=\{L_{\tilde{S}_1},L_{\tilde{S}_2},...,L_{\tilde{S}_k}\}$ 與 $L_{\tilde{E}}=\{L_{\tilde{E}_1},L_{\tilde{E}_2},...,L_{\tilde{E}_k}\}$ 為對應於 B 集合佈於宇域 U 上之語言變數，$\mu:U\to[0,1]$ 為對應於 L_S 、L_E 、$L_{\tilde{S}}$ 、$L_{\tilde{E}}$ 上之隸屬度函數，A 與 B 之自身條件隸屬度函數分別以 $\{\mu_{1,a}(s_i),\mu_{2,a}(s_i),......,\mu_{k,a}(s_i)\}$ 與 $\{\mu_{1,b}(\tilde{s}_j),\mu_{2,a}(\tilde{s}_j),......,\mu_{k,a}(\tilde{s}_j)\}$ 表示，$\sum_{t=1}^{k}\mu_{t,a}(s_i)=1,\sum_{t=1}^{k}\mu_{t,b}(\tilde{s}_j)=1$。

則 A 集合之模糊自身函數為

$$\mu_{U,a}(s_i)=\frac{\mu_{1,a}(s_i)}{L_{S_1}}+\frac{\mu_{2,a}(s_i)}{L_{S_2}}+...+\frac{\mu_{k,a}(s_i)}{L_{S_k}}$$

B 集合之模糊自身函數為

$$\mu_{U,b}(\tilde{s}_j)=\frac{\mu_{1,b}(\tilde{s}_j)}{L_{\tilde{S}_1}}+\frac{\mu_{2,b}(\tilde{s}_j)}{L_{\tilde{S}_2}}+...+\frac{\mu_{k,b}(\tilde{s}_j)}{L_{\tilde{S}_k}}$$

定義 2.18 模糊期待函數(雙向)

延續定義 2.17，A 與 B 之期待條件隸屬度函數分別以 $\{\mu_{1,a}(e_i\circ b_j),\mu_{2,a}(e_i\circ b_j),......,\mu_{k,a}(e_i\circ b_j)\}$ 與 $\{\mu_{1,b}(\tilde{e}_j\circ a_i),\mu_{2,b}(\tilde{e}_j\circ a_i),......,\mu_{k,b}(\tilde{e}_j\circ a_i)\}$ 表示，$\sum_{t=1}^{k}\mu_{t,a}(e_i\circ b_i)=1$，$\sum_{t=1}^{k}\mu_{t,b}(\tilde{e}_j\circ a_i)=1$。

則 A 集合之模糊期待函數為

$$\mu_{U,a}(e_i\circ b_j)=\frac{\mu_{1,a}(e_i\circ b_j)}{L_{E_1}}+\frac{\mu_{2,a}(e_i\circ b_j)}{L_{E_2}}+...+\frac{\mu_{k,a}(e_i\circ b_j)}{L_{E_k}}$$

B 集合之模糊期待函數為

$$\mu_{U,b}(\tilde{e}_j\circ a_i)=\frac{\mu_{1,b}(\tilde{e}_j\circ a_i)}{L_{\tilde{E}_1}}+\frac{\mu_{2,b}(\tilde{e}_j\circ a_i)}{L_{\tilde{E}_2}}+...+\frac{\mu_{k,b}(\tilde{e}_j\circ a_i)}{L_{\tilde{E}_k}}$$

例 2.20 男女雙方之模糊自身函數與模糊期待函數

假設 $A=\{\ a_1, a_2\ \}, B=\{\ b_1, b_2, b_3\ \}$，相對應之語言變數如下：

$L_S = L_{\tilde{E}} =$ {斯文俊秀，帥氣挺拔，英俊瀟灑，健美陽光，魁梧壯碩}

$L_{\tilde{S}} = L_E =$ {嬌小可愛，苗條玲瓏，骨感纖細，高貴典雅，福態豐滿}

(1)對應於 A 之自身條件集合 $S=\{s_1, s_2\}$ ， A 集合之自身條件隸屬度函數如下：

a_1 ：$\{\mu_{1,a}(s_1)=0.4$ ， $\mu_{2,a}(s_1)=0.4$, $\mu_{3,a}(s_1)=0.2$, $\mu_{4,a}(s_1)=0$, $\mu_{5,a}(s_1)=0\}$

a_2 ：$\{\mu_{1,a}(s_2)=0.2$ ， $\mu_{2,a}(s_2)=0.5$, $\mu_{3,a}(s_2)=0$, $\mu_{4,a}(s_2)=0.3$, $\mu_{5,b}(s_2)=0\}$

(2)對應於 B 之自身條件集合 $\tilde{S}=\{\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \tilde{s}_3\}$ ， B 集合之自身條件隸屬度函數如下：

b_1 ：$\{\mu_{1,b}(\tilde{s}_1)=0.5$ ， $\mu_{2,b}(\tilde{s}_1)=0.2$ ， $\mu_{3,b}(\tilde{s}_1)=0.2$, $\mu_{4,b}(\tilde{s}_1)=0.1$, $\mu_{5,b}(\tilde{s}_1)=0\}$

b_2 ：$\{\mu_{1,b}(\tilde{s}_2)=0.3$ ， $\mu_{2,b}(\tilde{s}_2)=0$ ， $\mu_{3,b}(\tilde{s}_2)=0$ ， $\mu_{4,b}(\tilde{s}_2)=0.3$, $\mu_{5,b}(\tilde{s}_2)=0.4\}$

b_3 ：$\{\mu_{1,b}(\tilde{s}_3)=0$ ， $\mu_{2,b}(\tilde{s}_3)=0.2$ ， $\mu_{3,b}(\tilde{s}_3)=0$ ， $\mu_{4,b}(\tilde{s}_3)=0.3$, $\mu_{5,b}(\tilde{s}_3)=0.5\}$

(3)對應於 A 之期待條件集合 $E=\{e_1, e_2\}$ ， A 集合之期待條件隸屬度函數如下：

a_1：$\{\mu_{1,a}(e_1 \circ b_j)=0.4$, $\mu_{2,a}(e_1 \circ b_j)=0.1$, $\mu_{3,a}(e_1 \circ b_j)=0.1$, $\mu_{4,a}(e_1 \circ b_j)=0.4$, $\mu_{5,a}(e_1 \circ b_j)=0\}$

a_2：$\{\mu_{1,a}(e_2 \circ b_j)=0.1$, $\mu_{2,a}(e_2 \circ b_j)=0.5$, $\mu_{3,a}(e_2 \circ b_j)=0.1$, $\mu_{4,a}(e_2 \circ b_j)=0.3$, $\mu_{5,a}(e_2 \circ b_j)=0\}$

(4)對應於 B 之期待條件集合 $\tilde{E}=\{\tilde{e}_1, \tilde{e}_2, \tilde{e}_3\}$ ， B 集合之期待條件隸屬度函數如下：

b_1 ：$\{\mu_{1,b}(\tilde{e}_1 \circ a_i)=0.4$, $\mu_{2,b}(\tilde{e}_1 \circ a_i)=0.3$, $\mu_{3,b}(\tilde{e}_1 \circ a_i)=0.1$, $\mu_{4,b}(\tilde{e}_1 \circ a_i)=0.2$, $\mu_{5,b}(\tilde{e}_1 \circ a_i)=0\}$

b_2 ：$\{\mu_{1,b}(\tilde{e}_2 \circ a_i)=0.1$, $\mu_{2,b}(\tilde{e}_2 \circ a_i)=0.4$, $\mu_{3,b}(\tilde{e}_2 \circ a_i)=0.1$, $\mu_{4,b}(\tilde{e}_2 \circ a_i)=0.4$, $\mu_{5,b}(\tilde{e}_2 \circ a_i)=0\}$

b_3 ：$\{\mu_{1,b}(\tilde{e}_3 \circ a_i)=0$ ， $\mu_{2,b}(\tilde{e}_3 \circ a_i)=0.2$, $\mu_{3,b}(\tilde{e}_3 \circ a_i)=0$, $\mu_{4,b}(\tilde{e}_3 \circ a_i)=0.3$, $\mu_{5,b}(\tilde{e}_3 \circ a_i)=0.5\}$

由上所列，我們能夠將男女雙方的模糊自身函數與模糊期待函數寫出如下：

【模糊自身函數】

a_1：$\mu_{U,a}(s_1)=\dfrac{0.4}{斯文俊秀}+\dfrac{0.4}{帥氣挺拔}+\dfrac{0.2}{英俊瀟灑}+\dfrac{0}{健美陽光}+\dfrac{0}{魁梧壯碩}$

a_2：$\mu_{U,a}(s_2)=\dfrac{0.2}{斯文俊秀}+\dfrac{0.5}{帥氣挺拔}+\dfrac{0}{英俊瀟灑}+\dfrac{0.3}{健美陽光}+\dfrac{0}{魁梧壯碩}$

b_1：$\mu_{U,b}(\tilde{s}_1)=\dfrac{0.5}{嬌小可愛}+\dfrac{0.2}{苗條玲瓏}+\dfrac{0.2}{骨感纖細}+\dfrac{0.1}{高貴典雅}+\dfrac{0}{福態豐滿}$

b_2：$\mu_{U,b}(\tilde{s}_2)=\dfrac{0.3}{嬌小可愛}+\dfrac{0}{苗條玲瓏}+\dfrac{0}{骨感纖細}+\dfrac{0.3}{高貴典雅}+\dfrac{0.4}{福態豐滿}$

b_3：$\mu_{U,b}(\tilde{s}_3)=\dfrac{0}{嬌小可愛}+\dfrac{0.2}{苗條玲瓏}+\dfrac{0}{骨感纖細}+\dfrac{0.3}{高貴典雅}+\dfrac{0.5}{福態豐滿}$

【模糊期待函數】

a_1：$\mu_{U,a}(e_1\circ b_j)=\dfrac{0.4}{嬌小可愛}+\dfrac{0.1}{苗條玲瓏}+\dfrac{0.1}{骨感纖細}+\dfrac{0.4}{高貴典雅}+\dfrac{0}{福態豐滿}$

a_2：$\mu_{U,b}(e_2\circ b_j)=\dfrac{0.1}{嬌小可愛}+\dfrac{0.5}{苗條玲瓏}+\dfrac{0.1}{骨感纖細}+\dfrac{0.3}{高貴典雅}+\dfrac{0}{福態豐滿}$

b_1：$\mu_{U,b}(\tilde{e}_1\circ a_i)=\dfrac{0.4}{斯文俊秀}+\dfrac{0.3}{帥氣挺拔}+\dfrac{0.1}{英俊瀟灑}+\dfrac{0.2}{健美陽光}+\dfrac{0}{魁梧壯碩}$

b_2：$\mu_{U,b}(\tilde{e}_2\circ a_i)=\dfrac{0.1}{斯文俊秀}+\dfrac{0.4}{帥氣挺拔}+\dfrac{0.1}{英俊瀟灑}+\dfrac{0.4}{健美陽光}+\dfrac{0}{魁梧壯碩}$

b_3：$\mu_{U,b}(\tilde{e}_3\circ a_i)=\dfrac{0}{斯文俊秀}+\dfrac{0.2}{帥氣挺拔}+\dfrac{0}{英俊瀟灑}+\dfrac{0.3}{健美陽光}+\dfrac{0.5}{魁梧壯碩}$

有了以上的資料，接下來我們將仿 2.3 節來進行速配。我們先引入一個性質，接著利用這個性質來定義兩個離散型模糊集合間之速配指數。

性質 2.19 兩離散型模糊集合距離之範圍

延續定義 2.2, 設 A、B 為論域 U 中的兩個離散模糊集合，隸屬度表徵為 μ_A 、 μ_B ，其中 A 與 B 兩集合之距離表示成：$D(A,B)=\dfrac{1}{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\mu_A(x_i)-\mu_B(x_i))^2}$, n 是論域因子集個數。

則 $0\le D(A,B)\le\dfrac{\sqrt{n}}{n}$

證明：因為 $0\le \mu_A(x_i)\le 1$,

$0\le \mu_B(x_i)\le 1,\ \forall\, i=1,2,\dots,n$

$$\Rightarrow -1 \le -\mu_B(x_i) \le 0$$

$$\Rightarrow -1 \le \mu_A(x_i) - \mu_B(x_i) \le 1$$

$$\Rightarrow 0 \le \left(\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)\right)^2 \le 1$$

$$\Rightarrow 0 \le \sum_{i=1}^{n} \left(\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)\right)^2 \le n$$

$$\Rightarrow 0 \le \frac{1}{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)\right)^2} \le \frac{\sqrt{n}}{n}$$

$$\Rightarrow 0 \le D(A,B) \le \frac{\sqrt{n}}{n}$$

Q.E.D

由性質 2.18,我們可得 $0 \le \sqrt{n} D(A,B) \le 1$,

令 $U = \{ f_n(x) = \sqrt{n}x \mid x \in [0, \frac{\sqrt{n}}{n}] \ , n \in N \}$, $V = \{-100\sqrt{n}x + 100 \mid x \in [0, \frac{\sqrt{n}}{n}], n \in N \}$,

則我們將造一個特殊的映射如下：

性質 2.20 一個特殊映射

$T: U \to V$ 定義為 $T(u) = -100\,u + 100$, $\forall u \in U$ 為 1 對 1 且映成的映射

證明：

(1)1 對 1

令 $u_1 = \sqrt{n}\ x_1$, $u_2 = \sqrt{n}\ x_2$, $v_1 = T(u_1) = -100\sqrt{n}\ x_1 + 100$, $v_2 = T(u_2) = -100\sqrt{n}\ x_2 + 100$,

$\forall v_1, v_2 \in V$ ，若 $v_1 = v_2$

$$\Rightarrow T(u_1) = T(u_2)$$

$$\Rightarrow -100\sqrt{n}\ x_1 + 100 = -100\sqrt{n}\ x_2 + 100$$

$$\Rightarrow \sqrt{n}\ x_1 = \sqrt{n}\ x_2$$

$$\Rightarrow u_1 = u_2$$

所以 T 是 1 對 1

(2)映成

$\forall v \in V$, $v = -100\sqrt{n}\ x + 100$, 則 $\exists u = \sqrt{n}\ x \in U \ni T(u) = T(\sqrt{n}\ x) = -100\sqrt{n}\ x + 100 = v$

所以 T 是映成

Q.E.D

有了這個特殊的映射，我們將可以把兩個離散型模糊集合間的距離，調成 0 到 100 的實數，數字越大表示距離越近，也越速配。同時我們也能定義出單向速配指數如下：

定義 2.21 兩離散型模糊集合單向速配指數與單向速配

由性質 2.20，令 $K_{ij}=-100\sqrt{n}D(\mu_{U,a}(e_i\circ b_j),\mu_{U,b}(\tilde{s}_j))+100$ 為 A 中 a_i 元素期待條件集合對 B 中 b_j 元素自身條件集合之單向速配指數，$\tilde{K}_{ji}=-100\sqrt{n}D(\mu_{U,b}(\tilde{e}_j\circ a_i),\mu_{U,a}(s_i))+100$ 為 B 中 b_j 元素期待條件集合對 A 中 a_i 元素自身條件集合之單向速配指數。又 $\forall i,j$，如果 a_i 與 b_j 滿足 $\sup\limits_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le m}}\{K_{ij}\}$，則 a_i 的單向速配是 b_j。同理，如果 b_j 與 a_i 滿足 $\sup\limits_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le m}}\{\tilde{K}_{ji}\}$，則 b_j 的單向速配是 a_i。

例 2.21 兩離散型模糊集合之單向速配指數

延續例 2.20, $n=5$，因此我們可以算出 A、B 兩集合間，其自身條件集合與期待條件集合之速配指數。比如 a_1 的模糊期待函數爲

$$\mu_{U,a}(e_1\circ b_j)=\frac{0.4}{\text{嬌小可愛}}+\frac{0.1}{\text{苗條玲瓏}}+\frac{0.1}{\text{骨感纖細}}+\frac{0.4}{\text{高貴典雅}}+\frac{0}{\text{福態豐滿}}$$

而 b_1 的模糊自身函數爲

$$\mu_{U,b}(\tilde{s}_1)=\frac{0.5}{\text{嬌小可愛}}+\frac{0.2}{\text{苗條玲瓏}}+\frac{0.2}{\text{骨感纖細}}+\frac{0.1}{\text{高貴典雅}}+\frac{0}{\text{福態豐滿}}$$

令 a_1 對 b_1 的速配指數爲 K_{11} (意指單方向考慮 a_1，不管 b_1 的想法)

則 $K_{11}=-100\sqrt{5}\cdot D(\mu_{U,a}(e_1\circ b_j),\mu_{U,b}(\tilde{s}_1))+100$

$$=100\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}\sqrt{(0.4-0.5)^2+(0.1-0.2)^2+(0.1-0.2)^2+(0.4-0.1)^2+(0-0)^2}+100$$

$$=84.51$$

其他依此類推，我們將詳細式子列於附錄，此處只將結果列出如下：

表 2.8 A、B 集合內各元素之單向速配指數與單向速配

A 集合對 B 集合	A 對 B 之單向速配	B 集合對 A 集合	B 對 A 之單向速配
$a_1\to b_1$：84.51	○	$b_1\to a_1$：75.10	
$a_1\to b_2$：80.00		$b_1\to a_2$：85.86	
$a_1\to b_3$：70.33		$b_2\to a_1$：77.20	
$a_2\to b_1$：66.83		$b_2\to a_2$：91.06	○
$a_2\to b_2$：69.67		$b_3\to a_1$：65.94	
$a_2\to b_3$：73.17		$b_3\to a_2$：72.43	

由上觀察可知，當K_{ij}與$\tilde{K}_{ji}$值越大，則兩者越速配，我們可以仿 2.2 節的推導如下：

$$0 \le K_{ij} \le 100 \text{ 與 } 0 \le \tilde{K}_{ji} \le 100$$

$$\Rightarrow 0 \le K_{ij} + \tilde{K}_{ji} \le 200$$

$$\Rightarrow 0 \le \frac{K_{ij} + \tilde{K}_{ji}}{200} \le 1$$

定義 2.22 雙向配度與速配(離散型模糊數)

由定義 2.20, 對任意i, j,我們定義a_i與b_j的雙向配度為$\dfrac{K_{ij} + \tilde{K}_{ji}}{200}$,如果$a_i$與$b_j$滿足$\sup\limits_{\substack{1 \le i \le n \\ 1 \le j \le m}} \{\dfrac{K_{ij} + \tilde{K}_{ji}}{200}\}$,則稱$a_i$與$b_j$兩個樣本為速配。

例 2.22 雙向配度與速配

由例 2.21 所得出的結果，我們去計算雙方的雙向配度，以a_1與b_1的組合爲例，

$$(a_1 \ , \ b_1)\text{：} \quad \frac{K_{11} + \tilde{K}_{11}}{200} = 0.87$$

其餘將詳細計算過程列於附錄，此處只將結果列出如下：

表 2.9　A 、B 內各元素間之雙向配度與速配

A、B 中各元素全部組合情況	雙向配度	速配
$(a_1 \ , \ b_1)$	0.87	○
$(a_1 \ , \ b_2)$	0.79	
$(a_1 \ , \ b_3)$	0.68	
$(a_2 \ , \ b_1)$	0.81	
$(a_2 \ , \ b_2)$	0.80	
$(a_2 \ , \ b_3)$	0.73	

由定義 2.21 可得，a_1與b_1爲速配。

2.5 整合速配模式

由 2.3 節與 2.4 節，如果進行速配的 A、B 集合內各樣本之自身條件集合與期待條件集合，可以表示成多變數期待條件隸屬度函數與離散型之模糊自身函數與模糊期待函數，則兩種模式分別得到之速配指數，應該如何進一步分析來得到整合的速配指數呢?

比如 a_1 對身高、體重有嚴格的限制，只要對方超過 60 公斤，身高不滿 140 公分，則絕對不考慮。經由前幾節的討論，假設 b_1 之身高與體重均不滿足 a_1 之期待，所求得之身高與體重雙向配度爲 0，但在外型上 b_1 與 a_1 之雙向配度有 0.8。如果我們取二者平均，仍會有 0.4 的整合速配指數。按照 a_1 的想法，b_1 是沒有機會與他進行配對，但按照我們取二者平均方式來看，b_1 仍有機會，如此的安排，將造成時間上的浪費。

因爲身高、體重是純量，而外型是抽象的形容，若以此二者相加再取平均，得到的測度並公正，所以我們考慮以此二指標相乘再取幾何平均數來作分析，因此我們有如下定義：

定義 2.23 整合速配指數

由定義 2.13 與 2.22，對任意 $i, j, 1 \le i \le n, 1 \le j \le m$，我們定義 a_i 與 b_j 的整合速配指數為

$$\sqrt{\left(\frac{\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj}) + \sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})}{2M}\right) \cdot \left(\frac{K_{ij} + \tilde{K}_{ji}}{200}\right)}$$

其中 a_i 與 b_j 若滿足

$$\sup_{\substack{1\le i\le n\\ 1\le j\le m}} \{ \sqrt{\left(\frac{\sum_k \mu_{e_{ki}}(\tilde{s}_{kj}) + \sum_k \mu_{\tilde{e}_{kj}}(s_{ki})}{2M}\right) \cdot \left(\frac{K_{ij} + \tilde{K}_{ji}}{200}\right)} \mid e_{ki} \in E_k, \tilde{e}_{kj} \in \tilde{E}_k, s_{ki} \in S_k, \tilde{s}_{kj} \in \tilde{S}_k \} ,$$

則稱 a_i 與 b_j 為兩個樣本之整合最佳速配。

例 2.23 A、B 集合中各樣本間之整合速配指數

結合例 2.12 與例 2.20，我們有 A、B 兩集合之多變數自身條件集合與期待條件隸屬度函數與離散型模糊自身函數與模糊期待函數，接著去計算雙方的整合速配指數，以 a_1 與 b_1 的組合爲例，

$$(a_1\ ,\ b_1):\ \sqrt{\left(\frac{[\mu_{e_{11}}(158)+\mu_{e_{21}}(58)]+[\mu_{\tilde{e}_{11}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{21}}(63)]}{4}\right)\cdot\left(\frac{K_{11}+\tilde{K}_{11}}{200}\right)}=0.53$$

其餘將詳細計算過程列於附錄。結合表 2.6 與表 2.9，可將結果列出如下：

表 2.10　A 、B 中各樣本間之整合速配指數

A 、B 集合中各元素之全部組合情況	多變數速配模式雙向配度	離散型模糊集合速配模式雙向配度	整合速配指數	整合最佳速配
$(a_1\ ,\ b_1)$	0.87	0.325	0.53	
$(a_1\ ,\ b_2)$	0.79	0.325	0.51	
$(a_1\ ,\ b_3)$	0.68	0.5675	0.62	
$(a_2\ ,\ b_1)$	0.81	0.2	0.40	
$(a_2\ ,\ b_2)$	0.80	0.5825	0.68	
$(a_2\ ,\ b_3)$	0.73	0.9	0.81	○

所以可得 a_2 與 b_3 是最佳速配

3 模式探討

3.1Yahoo 奇摩交友網站配對模式分析

本篇論文研究的目的在改善配對模式的單調性，並創造更多的選擇性。在實際的加入 Yahoo 奇摩的交友網站後，先簡單介紹它的內容，之後再提出改良方案，並加以比較。

Yahoo 奇摩網路交友平台，在登入為會員後，你可以進入首頁，搜尋想要的性別。正常情形下，男生會搜尋女生，而女生會搜尋男生。當選定以後，進入該網頁，會發現每個對象下面都有一個代表雙方速配程度的百分比，將網頁內容附於附錄。

接著我們只要以滑鼠點一下速配程度的百分比，就能得到比較詳細的比較表格，如下圖所示：

潔妮 與我的速配程度分析

配對程度：93%

※ 擇友條件比較表：符合 ○　不符合 ×

加入好友

擇友條件	對方的要求	我是否符合他要求	我的要求	他是否符合我要求
尋找對象	男	○	女	○
年齡限制	不拘	○	不拘	○
學歷要求	碩士以上	○	博士以上	×
交往關係	談心好友 男女朋友 其他友誼	×	結婚對象	×
婚　姻	未婚	○	已婚	×
身　高	175~180公分	○	175~180公分	×
體　重	不拘	○	60~70公斤	×
外型描述	斯文俊秀 健美陽光	○	性感嫵媚	×
信仰限制	不拘	○	回教	×

圖 3.1 Yahoo 奇摩交友速配程度分析

這個百分比數字與你在填個人資料介紹裏的「擇友條件」有很大的關係。現在我們將「擇友條件」完整的羅列出來如下：

1. 尋找對象：(1)男性 (2)女性 (3)不拘
2. 年齡限制：(1) __歲~ __歲 (2)不拘
3. 學歷要求：(1)國中 (2)高中／職 (3)大學／大專 (4)碩士 (5)博士 (6)不拘
4. 交往關係：(1)談心好友 (2)男女朋友 (3)結婚對象 (4)單純筆友 (5)純情邂逅 (6)親密關係 (7)同好搭檔 (8)其他友誼 (9)不拘 (可複選三項)
5. 婚姻狀況：(1)未婚 (2)已婚 (3)分居 (4)離婚 (5)喪偶 (6)不婚 (7)不拘

6. 外型限制：

(a)身高：(1)__公分~__公分 (2)不拘

(b)體重：(1)__公斤~__公斤 (2)不拘

(c)外型描述：

(1)嬌小可愛 (2)短小精幹 (3)苗條玲瓏 (4)斯文俊秀 (5)骨感纖細 (6)骨瘦如柴 (7)穠纖合度 (8)帥氣挺拔 (9)婀娜多姿 (10)英俊瀟灑 (11)高貴典雅 (12)粗獷豪邁 (13)性感嫵媚 (14)健美陽光 (15)福態豐滿 (16)魁梧壯碩 (17)瘦瘦高高 (18)中等身材 (19)不拘（可複選三項）

7. 信仰限制：(1)佛教 (2)道教 (3)回教 (4)基督教 (5)天主教 (6)其他 (7)不拘

上述幾項「擇友條件」，將決定速配程度的百分比，不過速配程度的百分比如何推算，是雅虎奇摩公司內部的商業機密，我們無從得知。雖然我們無法得知其速配程度百分比的推算過程，但仍有不合理之處值得探討。

3.2 探討 Yahoo 奇摩交友速配模式不合理之處

首先，男女雙方對外型的在意程度，就有天生的不同，這就是模糊的指標。舉例來說，女生喜歡的是高挑的男性，但如果長得高挑，卻長相醜陋，就會影響到選擇的趨勢；又若雖然長得不高，不過卻有張英俊的臉孔，必定會增加入選的可能性。因此，這些因素都能用模糊統計的方法，來加以更精確的選擇。由第 2 章的討論，底下就將 Yahoo 奇摩交友速配模式可以改良之處提出說明。

(1)年齡限制選項

在「年齡限制」選項上，因為愛情的感覺是很抽象的，當真正愛上對方時，年齡反而不是最重要的。若真的要考慮年齡，我們可以使用梯型模糊數來增加選擇性，而不是用一個區間值來限制，否則將喪失很多速配機會。

(2)交往關係選項

在「交往關係」選項上，雖然有三個選項可以複選，但每個選項均配以同一權重，不合常人思考。比方同時選了「談心好友」、「男女朋友」、「結婚對象」，則可能有 20%的意願是想當「談心好友」，30%的意願是想當「男女朋友」，50%的意願是想當「結婚對象」。如果照 yahoo 奇摩的設計，沒有辦法將這樣的思考方式考慮進去。

(3)「外型限制」的「身高」與「體重」選項

「身高」與「體重」選項，如果只限定在某個區間的「身高」與「體重」才能與自己進行配對，則有些身高只差一、二公分，或體重只差一、二公斤的樣本，在現實生活中，看起來並

無很大差異，但由網路速配機制，這些人將被刪除，不會參加速配，這樣也會喪失很多速配機會。

(4)「外型限制」的「外型描述」選項

在「外型描述」選項上，雖然有三個選項可選，但每個選項均配以同一權重，有不合理之處。由 2.4 節的討論，一個人的外型描述相當複雜，比如男生的外表五官是「斯文俊秀」，但體格卻是「健美陽光」；又比如女生給人的感覺，有時「高貴典雅」，有時「性感嫵媚」。但是如果以 Yahoo 奇摩的設計，每一個特質都配以百分之百的權重，無法考慮這樣的情況。

雖然一般常人的想法，會覺得不可能同時「高貴典雅」，同時又「性感嫵媚」，不過如果以模糊統計的方法來敘述，則顯得合情合理。因爲每個人的外型，是以不同比例存在，不可能只存在一個特點。比如一天的時間裏，工作時間占了 80%，這段時間是「高貴典雅」，而在休閒跳舞時間占了 20%，這段時間卻是非常的「性感嫵媚」。

此外，不管男生或女生，喜歡的對象，其外型也不一定全部是同一種類型。比如甲有時喜歡「嬌小可愛」的女生，有時欣賞「性感嫵媚」的女生，有時對「高貴典雅」的女生有好感。但如果以 Yahoo 奇摩的配對模式而言，只能選三個，選項太少，造成沒辦法精確的表示甲真正喜歡女生的類型。也許甲喜歡的，是 60%的「嬌小可愛」，30%的「性感嫵媚」，10%的「高貴典雅」，而應用模糊統計的方法，正可解決這項問題。

4 實證分析

4.1 改良 Yahoo 奇摩交友速配模式

Yahoo 奇摩交友速配模式中的「擇友條件」，即爲本篇論文所討論的男女雙方期待對方的條件。本論文研究對象設訂爲校園男女，所以在做配對時，暫不考慮年收入與學歷。我們將以 Yahoo 奇摩的七項「擇友條件」，選擇「外型限制」一項，來做速配分析。其中「外型限制」包含「身高」、「體重」、「外型描述」三項變數。我們將利用第 2 章討論的方法來做改良。

底下將以現實生活中的男女爲例，進行五男六女的速配。首先觀察 yahoo 奇摩的七項「擇友條件」中的「外型限制」，「身高」與「體重」，皆採用區間值描述，而「外型描述」這一個選項，yahoo 奇摩共列出了 19 個選項，如 3.1 節所列。

爲了更有效率的進行速配，本論文研究將從 19 個選項中刪掉下列選項，並將理由寫於其後：

(6)骨瘦如柴：沒有人會希望速配的對象是這樣子的外形。

(7)穠纖合度：已有同類形容詞(3)苗條玲瓏。

(17)瘦瘦高高：在身高與體重上就能決定是不是要瘦瘦高高。

(18)中等身材：這個形容詞不夠具體，而且也能從身高與體重上去評估是否爲中等身材。

(19)不拘：如果什麼都不拘，那就不用速配了，因爲任何人都可以配。

然後本研究將挑選幾個比較符合一般社會大眾形容外型的描述，並重新編號，分成男生與女生，如下：

男生：

(1)短小精幹 (2)斯文俊秀 (3)帥氣挺拔 (4)英俊瀟灑 (5)粗獷豪邁 (6)健美陽光 (7)魁梧壯碩

女生：

(1)嬌小可愛 (2)苗條玲瓏 (3)骨感纖細 (4)婀娜多姿 (5)高貴典雅 (6)性感嫵媚 (7)福態豐滿

與 yahoo 奇摩速配模式不同的是，我們將用梯形模糊數來決定身高與體重，而以離散形模糊數來增加外型選擇的多樣性。其中離散型模糊數我們以表格來呈現，其詳細過程可參考附錄。

例 4.1 利用梯形模糊數與離散型模糊數進行五男六女的速配

$A=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$, $B=\{b_1,b_2,b_3,b_4,b_5\ b_6\}$,令

A 中各樣本的身高：

$S_1=\{s_{11}=172\ ,\ s_{12}=171\ ,\ s_{13}=169\ ,\ s_{14}=179\ ,\ s_{15}=182\}$

A 中各樣本的體重：

$S_2=\{s_{21}=68\ ,\ s_{22}=61\ ,\ s_{23}=66\ ,\ s_{24}=77\ ,\ s_{25}=84\}$

A 中各樣本的外型描述：

表 4.1 A 中各樣本外型描述

S_3	短小精幹	斯文俊秀	帥氣挺拔	英俊瀟灑	粗獷豪邁	健美陽光	魁梧壯碩
s_{31}	0	0.6	0.1	0.25	0	0.05	0
s_{32}	0	0.05	0.3	0.05	0.2	0.35	0.05
s_{33}	0.4	0.05	0	0.4	0	0.15	0
s_{34}	0	0.3	0.6	0.05	0	0.05	0
s_{35}	0	0.4	0.4	0.15	0	0.05	0

B 中各樣本的身高：

$\tilde{S}_1 = \{\tilde{s}_{11} = 158 , \tilde{s}_{12} = 154 , \tilde{s}_{13} = 161 , \tilde{s}_{14} = 163, \tilde{s}_{15} = 173, \tilde{s}_{16} = 151\}$

B 中各樣本的體重：

$\tilde{S}_2 = \{\tilde{s}_{21} = 51, \tilde{s}_{22} = 47 , \tilde{s}_{23} = 58 , \tilde{s}_{24} = 54 , \tilde{s}_{25} = 53 , \tilde{s}_{26} = 66\}$

B 中各樣本的外型描述：

表 4.2 B 中各樣本外型描述

$\tilde{S}_3$	嬌小可愛	苗條玲瓏	骨感纖細	婀娜多姿	高貴典雅	性感嫵媚	福態豐滿
$\tilde{s}_{31}$	0.6	0.2	0	0	0.05	0.15	0
$\tilde{s}_{32}$	0.6	0	0	0	0.1	0.1	0.2
$\tilde{s}_{33}$	0.1	0.5	0	0.05	0.3	0	0.05
$\tilde{s}_{34}$	0.6	0	0	0	0	0.1	0.3
$\tilde{s}_{35}$	0	0.2	0.6	0	0.2	0	0
$\tilde{s}_{36}$	0	0.2	0.1	0.2	0.1	0.4	0

A 中各樣本對 B 中各樣本的期待身高：

$E_1 =$

$\{ e_{11} = [150 , 155 , 160 , 165]$, $e_{12} = [153 , 160 , 165 , 168]$, $e_{13} = [150 , 152 , 155 , 159]$

$e_{14} = [145 , 160 , 170 , 175]$, $e_{15} = [148 , 156 , 164 , 169] \}$

A 中各樣本對 B 中各樣本的期待體重：

$E_2 =$

$\{ e_{21} = [45 , 48 , 52 , 55]$, $e_{22} = [46 , 48 , 55 , 57]$, $e_{23} = [40 , 45 , 50 , 55]$

$e_{24}=[50,55,65,75]$ ， $e_{25}=[40,50,55,60]\}$

A 中各樣本對 B 中各樣本的期待外型：

表 4.3 A 中各樣本對 B 中各樣本期待外型

E_3	嬌小可愛	苗條玲瓏	骨感纖細	婀娜多姿	高貴典雅	性感嫵媚	福態豐滿
e_{31}	0.6	0.3	0	0	0.05	0.05	0
e_{32}	0.2	0.4	0	0	0	0.4	0
e_{33}	0.3	0.4	0	0	0	0.3	0
e_{34}	0	0	0	0.4	0.3	0.2	0.1
e_{35}	0	0.2	0.2	0.1	0.3	0.2	0

B 中各樣本對 A 中各樣本的期待身高：

$\tilde{E}_1=$

$\{\tilde{e}_{11}=[165,170,175,180]$ ， $\tilde{e}_{12}=[165,173,178,181]$ ， $\tilde{e}_{13}=[160,165,175,180]$

$\tilde{e}_{14}=[168,177,180,185]$ ， $\tilde{e}_{15}=[170,175,180,185]$ ， $\tilde{e}_{16}=[170,175,185,190]\}$

B 中各樣本對 A 中各樣本的期待體重：

$\tilde{E}_2=$

$\{\tilde{e}_{21}=[55,60,70,75]$ ， $\tilde{e}_{22}=[62,65,75,78]$ ， $\tilde{e}_{23}=[65,70,80,85]$

$\tilde{e}_{24}=[75,80,90,95]$ ， $\tilde{e}_{25}=[50,60,70,80]$ ， $\tilde{e}_{26}=[75,85,90,95]\}$

B 中各樣本對 A 中各樣本的期待外型：

表 4.4 B 中各樣本對 A 中各樣本期待外型

$\tilde{E}_3$	嬌小可愛	苗條玲瓏	骨感纖細	婀娜多姿	高貴典雅	性感嫵媚	福態豐滿
$\tilde{e}_{31}$	0	0.3	0.4	0	0	0.3	0
$\tilde{e}_{32}$	0	0	0.1	0	0.1	0.3	0.5
$\tilde{e}_{33}$	0	0.5	0.2	0.1	0	0.2	0
$\tilde{e}_{34}$	0.3	0.1	0.05	0	0.4	0.15	0
$\tilde{e}_{35}$	0	0.3	0.4	0.2	0	0.1	0
$\tilde{e}_{36}$	0	0.15	0.2	0.15	0	0.3	0.2

有了上述資料，在「身高」與「體重」這兩個變項，我們利用第二章所介紹的方法，分別求出 A 集合與 B 集合中各樣本之隸屬度函數，並計算其雙向配度。另外，我們以定義 2.2 與定義 2.22 來計算「外型描述」變項的距離與雙方的速配指數，取近似值至小數點以下第二位，然

後換算成百分率。最後，我們以定義 2.23 求其整合速配指數，並選出最佳速配。以下將部分結果列出，其餘可參考附錄：

表 4.5 整合速配指數

參加對象	身高、體重 男女速配程度	外型 男女速配程度	整合速配指數	整合最佳速配
$(a_1\ ,\ b_1)$	100 %	86.89 %	93.21%	○
$(a_1\ ,\ b_2)$	83.25 %	76.74 %	79.93%	
$(a_1\ ,\ b_3)$	60 .00 %	83.84 %	70.93%	
$(a_1\ ,\ b_4)$	29.25 %	77.54 %	47.62%	
$(a_1\ ,\ b_5)$	51.50 %	75.45 %	62.34%	
$(a_1\ ,\ b_6)$	15.00 %	75.27 %	33.60%	
$(a_2\ ,\ b_1)$	92.75 %	83.72 %	88.12%	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$(a_5\ ,\ b_5)$	40.00 %	91.70 %	60.56%	
$(a_5\ ,\ b_6)$	56.75 %	85.46 %	69.64%	

然後我們依定義 2.14 與定義 2.21，可求出在身高與體重上，a_1與b_1爲速配；在外型上，a_5與b_5爲速配；而綜合身高、體重與外型的整合最佳速配則爲a_1與b_1。

5 結論

我們在本論文中利用梯形隸屬度函數配合軟計算的技術，由單一變數的速配模式，逐一推廣至多變數的速配模式，並且分別定義了單向速配與雙向速配，藉由計算兩集合的雙向配度，找出兩集合內到底那兩個樣本是速配。如果速配的組合不只一對，在單變數速配模式中，我們可以由計算M 值，來找出真正的最佳速配；而在多變數速配模式中，我們可以由計算M'值，來找出真正的最佳速配。

如果自身條件與期待條件兩集合內樣本，並不是一個數值與區間值，而是語言變數，本論文也利用計算兩離散模糊集合之距離公式，並推導出一個簡單的特殊映射，將距離轉換成 0 到 1 的數字，再轉換成百分率，由此提供了速配指數與雙向配度，從而找出速配的兩樣本。在離散型模糊集合速配模式中，要產生兩組雙向配度相同的機率比較小，所以本論文並沒有討論如果兩組樣本，其雙向配度相同的情況。

接著我們將綜合上述討論的速配模式，針對樣本中存在的各種資料做速配。將各種模式所得到的速配指數作平均求出一個綜合的指數，才能符合真實的狀況。平均的方法有許多種，而本論文找出一個比較適合的平均方法，並以此定義出整合速配指數，求出樣本中的最佳整合速配組合。

我們以前幾節所提到的方法，指出 Yahoo 奇摩交友系統中比較不合理之處，並提出改進的方向，由此改良了 Yahoo 奇摩交友速配的單調性，使身高、體重與外型的選擇性更多樣化，並利用此方法找出在身高、體重、外型各項目中，那兩個樣本是速配的。最後，我們並將其速配指數列出，將更精準的找出真正速配的組合。

最後，我們在實證分析中以真實的男女爲例來做速配。因爲本論文的樣本選取以校園男女爲主，所以「抽象概念度量」，如學歷、財務狀況等，尚未納入考慮。經由真實的速配過程，我們可以精準的觀察到各組速配的整合速配指數，由此找出整合最佳速配。

參考文獻

中文部分

[1].「選系一條龍」智慧系統： http://www.pac.nctu.edu.tw/Report/report_more.php?id=17287

[2].「選系一條龍」智慧系統： http://www.ichoose.com.tw

[3]. 張鎮華,(1986)。相異代表系古今談，**數學傳播季刊第十卷第一期**。

[4]. 永慶房仲網：http://www.yungching.com.tw/

[5]. 104 人力求職網頁：http://www.104.com.tw/

[6]. 臺北市大眾運輸公車路線查詢系統：http://www.taipeibus.taipei.gov.tw/

[7]. 臺灣腦中風學會：http://www.stroke.org.tw/newpaper/2008Dec/paper_4.asp

[8]. enjoy 算好命網頁：http://enjoy.hinet.net/enjoy/enjoy_fate/index.jsp

[9]. 星座總論：http://www.syjhs.tp.edu.tw/t109/star.htm

[10]. Yahoo 奇摩交友網頁：http://tw.match.yahoo.com/

[11]. 李靜如 (2007)。大學生的成人依附、社交能力、社會支持、寂寞與憂鬱之關係

[12]. James J.Buckley, 林原宏譯(2006)。Fuzzy Statistics **模糊統計**。臺北市：五南書局

[13]. 吳柏林 (2005)。**模糊統計導論方法與應用**。臺北市：五南書局

[14]. 吳柏林 (1990)。**現代統計學**。臺北市：五南書局

[15]. 郭櫻妍、劉燕 (2004)。**星座愛情指數**。臺北市：婦女與生活社

英文部分

[17]. Huang, C. L. and Hsu, S. H. (2001) Road Sign Detection and Recognition using Matching Pursuit Method, *J. of Image and Vision Computing* , vol.19, pp.119-129. 2001.

[18]. Che, W. G, Lin, J. L., Hwang, W. L., and Huang, C. L., Iris Recognition On Matching Pursuits, Proc. CVGIP 2006, Tao-Yuen, ROC

[19]. Jimmy J. M. Tan. (1991) Stable matchings and stable partitions, *International Journal of Computer Math.* vol.39, pp. 11-20.

[20]. J W Turner, J A Grube, J Meyers. (2006)Developing an optimal match within online communities: an exploration of CMC support communities and traditional support. *Journal of Communication* 51.2 (2001),pp. 231-251.

[21]. Interval computation：http://www.cs.utep.edu/interval-comp/

[22]. Wu Berlin and Hung T. Nguyen . (2005) Fundamental of Statistics with Fuzzy Data. Springer-Verlag, New York.

[23]. Wu Berlin, Vladik Kreinovich, Hung T. Nguyen. (2006) On-line algorithms for computing mean and variance of interval data, and their use in intelligent systems, *Information Sciences: an International Journal.*

附錄

(A)例 2.8 各樣本之期待條件隸屬度函數

(1) a_1 期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_1}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-150}{5} & , \quad 150\le \tilde{s}_j<155\\ 1 & , \quad 155\le \tilde{s}_j\le 160\\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{5} & , \quad 160<\tilde{s}_j\le 165\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(2) a_2 期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_2}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-157}{3} & , \quad 157\le \tilde{s}_j<160\\ 1 & , \quad 160\le \tilde{s}_j\le 165\\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{3} & , \quad 165<\tilde{s}_j\le 168\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(3) b_1 期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_1}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-165}{5} & , \quad 165\le s_i<170\\ 1 & , \quad 170\le s_i\le 175\\ \dfrac{180-s_i}{5} & , \quad 175<s_i\le 180\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(4) b_2 期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_2}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-170}{3} & , \quad 170\le \tilde{s}_j<173\\ 1 & , \quad 173\le \tilde{s}_j\le 178\\ \dfrac{181-s_i}{3} & , \quad 178<\tilde{s}_j\le 181\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(5) b_3 期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_3}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-160}{5} & , \quad 160\le s_i<165\\ 1 & , \quad 165\le s_i\le 175\\ \dfrac{180-s_i}{5} & , \quad 175<s_i\le 180\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(B)例 2.8 詳細表格

表 2.2 A、B 集合對對方之期待條件隸屬度函數（單變數）

自身條件 期待條件	b_1 身高 154cm	b_2 身高 158cm	b_3 身高 162cm	a_1 身高 169cm	a_2 身高 177cm
a_1 對 B 集合的期待身高：[150,155,160,165]	$\mu_{e_1}(154)=0.8$	$\mu_{e_1}(158)=1$	$\mu_{e_1}(162)=0.6$		
a_2 對 B 集合的期待身高：[157,160,165,168]	$\mu_{e_2}(154)=0$	$\mu_{e_2}(158)=0.33$	$\mu_{e_2}(162)=1$		
b_1 對 A 集合的期待身高：[165,170,175,180]				$\mu_{\tilde{e}_1}(169)=0.8$	$\mu_{\tilde{e}_1}(177)=0.6$
b_2 對 A 集合的期待身高：[170,173,178,181]				$\mu_{\tilde{e}_2}(169)=0$	$\mu_{\tilde{e}_2}(177)=1$
b_3 對 A 集合的期待身高：[160,165,175,180]				$\mu_{\tilde{e}_3}(169)=1$	$\mu_{\tilde{e}_3}(177)=0.6$

(C)例 2.10 A、B 集合中各元素組合之雙向配度

a_1與b_1：$\dfrac{\mu_{e_1}(154)+\mu_{\tilde{e}_1}(169)}{2}=0.8$

a_1與b_2：$\dfrac{\mu_{e_1}(158)+\mu_{\tilde{e}_2}(169)}{2}=0.5$

a_1與b_3：$\dfrac{\mu_{e_1}(162)+\mu_{\tilde{e}_3}(169)}{2}=0.8$

a_2與b_1：$\dfrac{\mu_{e_2}(154)+\mu_{\tilde{e}_1}(177)}{2}=0.3$

a_2與b_2：$\dfrac{\mu_{e_2}(158)+\mu_{\tilde{e}_2}(177)}{2}=0.67$

a_2與b_3：$\dfrac{\mu_{e_2}(162)+\mu_{\tilde{e}_3}(177)}{2}=0.8$

(D)例 2.11 A、B 集合中各元素之全部配對組合的 M 值

a_1與b_1：$|\mu_{e_1}(154)-\mu_{\tilde{e}_1}(169)|=0$

a_1與b_2：$|\mu_{e_1}(158)-\mu_{\tilde{e}_2}(169)|=1$

a_1與b_3：$|\mu_{e_1}(162)-\mu_{\tilde{e}_3}(169)|=0.4$

a_2與b_1：$|\mu_{e_2}(154)-\mu_{\tilde{e}_1}(177)|=0.4$

a_2與b_2：$|\mu_{e_2}(158)-\mu_{\tilde{e}_2}(177)|=0.67$

a_2與b_3：$|\mu_{e_2}(162)-\mu_{\tilde{e}_3}(177)|=0.4$

(E)例 2.14 A、B 集合中各元素對對方集合中各元素的身高與體重之期待條件隸屬度函數

身高部分：

(1) a_1 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{11}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-150}{5} & , \quad 150\le\tilde{s}_j<155\\ 1 & , \quad 155\le\tilde{s}_j\le160\\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{5} & , \quad 160<\tilde{s}_j\le165\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(2) a_2 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{12}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-157}{3} & , \quad 157\le\tilde{s}_j<160\\ 1 & , \quad 160\le\tilde{s}_j\le165\\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{3} & , \quad 165<\tilde{s}_j\le168\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(3) b_1 對 A 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{11}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-165}{5} & , \quad 165\le s_i<170\\ 1 & , \quad 170\le s_i\le175\\ \dfrac{180-s_i}{5} & , \quad 175<s_i\le180\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(4) b_2 對 A 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{12}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-170}{3} & , \quad 170\le\tilde{s}_j<173\\ 1 & , \quad 173\le\tilde{s}_j\le178\\ \dfrac{181-s_i}{3} & , \quad 178<\tilde{s}_j\le181\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(5) b_3 對 A 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{13}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-160}{5} & , \quad 160\le s_i<165\\ 1 & , \quad 165\le s_i\le175\\ \dfrac{180-s_i}{5} & , \quad 175<s_i\le180\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

體重部分：

(1) a_1 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{21}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-45}{3} & , \quad 45\le \tilde{s}_j<48\\ 1 & , \quad 48\le \tilde{s}_j\le 52\\ \dfrac{55-\tilde{s}_j}{3} & , \quad 52<\tilde{s}_j\le 55\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(2) a_2 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{22}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-46}{2} & , \quad 46\le \tilde{s}_j<48\\ 1 & , \quad 48\le \tilde{s}_j\le 55\\ \dfrac{57-\tilde{s}_j}{2} & , \quad 55<\tilde{s}_j\le 57\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(3) b_1 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{21}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-55}{5} & , \quad 55\le s_i<60\\ 1 & , \quad 60\le s_i\le 70\\ \dfrac{75-s_i}{5} & , \quad 70<s_i\le 75\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(4) b_2 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{22}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-62}{3} & , \quad 62\le s_i<65\\ 1 & , \quad 65\le s_i\le 75\\ \dfrac{78-s_i}{3} & , \quad 75<s_i\le 78\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(5) b_3 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{23}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-65}{5} & , \quad 65\le s_i<70\\ 1 & , \quad 70\le s_i\le 80\\ \dfrac{85-s_i}{5} & , \quad 80<s_i\le 85\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(F)例 2.14 完整表格

表 2.4　A、B 集合對對方之期待條件隸屬度完整表格(多變數)

自身條件 期待條件	b_1 身高、體重 154cm、46 公斤	b_2 身高、體重 158cm、58 公斤	b_3 身高、體重 162cm、53 公斤	a_1 身高、體重 169cm、63 公斤	a_2 身高、高重 177cm、73 公斤
a_1 對 B 集合的 期待身高： [150,155,160,165], 期待體重： [45,48,52,55]	$\mu_{e_{11}}(154)=0.8$ $\mu_{e_{21}}(46)=0.33$	$\mu_{e_{11}}(158)=1$ $\mu_{e_{21}}(58)=0$	$\mu_{11}(162)=0.6$ $\mu_{e_{21}}(53)=0.67$		
a_2 對 B 集合的 期待身高： [157,160,165,168] 期待體重： [46,48,55,57]	$\mu_{e_{12}}(154)=0$ $\mu_{e_{22}}(46)=0$	$\mu_{e_{12}}(158)=0.33$ $\mu_{e_{22}}(58)=0$	$\mu_{e_{12}}(162)=1$ $\mu_{e_{22}}(53)=1$		
b_1 對 A 集合的 期待身高： [165,170,175,180] 期待體重： [55,60,70,75]				$\mu_{\tilde{e}_{11}}(169)=0.8$ $\mu_{\tilde{e}_{21}}(63)=0$	$\mu_{\tilde{e}_{11}}(177)=0.6$ $\mu_{\tilde{e}_{21}}(74)=0.2$
b_2 對 A 集合的 期待身高： [170,173,178,181] 期待體重： [62,65,75,78]				$\mu_{\tilde{e}_{12}}(169)=0$ $\mu_{\tilde{e}_{22}}(63)=0.3$	$\mu_{\tilde{e}_{12}}(177)=1$ $\mu_{\tilde{e}_{22}}(74)=1$
b_3 對 A 集合的 期待身高： [160,165,175,180] 期待體重： [65,70,80,85]				$\mu_{\tilde{e}_{13}}(169)=1$ $\mu_{\tilde{e}_{23}}(63)=0$	$\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)=0.6$ $\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)=1$

(G)例 2.15 單向速配(多變數)詳細算式與結果

a_1對b_1 ： $\mu_{e_{11}}(154)+\mu_{e_{21}}(46)=1.13$

a_1對b_2 ： $\mu_{e_{11}}(158)+\mu_{e_{21}}(58)=1$

a_1對b_3 ： $\mu_{e_{11}}(162)+\mu_{e_{21}}(53)=1.27$

a_2對b_1 ： $\mu_{e_{12}}(154)+\mu_{e_{22}}(46)=0$

a_2對b_2 ： $\mu_{e_{12}}(158)+\mu_{e_{22}}(58)=0.33$

a_2對b_3 ： $\mu_{e_{12}}(162)+\mu_{e_{22}}(53)=2$

b_1對a_1 ： $\mu_{\tilde{e}_{11}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{21}}(63)=0.8$

b_1對a_2 ： $\mu_{\tilde{e}_{11}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{21}}(74)=0.8$

b_2對a_1 ： $\mu_{\tilde{e}_{12}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{22}}(63)=0.3$

b_2對a_2 ： $\mu_{\tilde{e}_{12}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{22}}(74)=2$

b_3對a_1 ： $\mu_{\tilde{e}_{13}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(63)=1$

b_3對a_2 ： $\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)=1$

(H)例 2.16 雙向配度詳細計算過程

a_1與b_1： $\dfrac{[\mu_{e_{11}}(158)+\mu_{e_{21}}(58)]+[\mu_{\tilde{e}_{11}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{21}}(63)]}{4}=\dfrac{1.3}{4}=0.325$

a_1與b_2： $\dfrac{[\mu_{e_{11}}(158)+\mu_{e_{21}}(58)]+[\mu_{\tilde{e}_{12}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{22}}(63)]}{4}=\dfrac{1.3}{4}=0.325$

a_1與b_3： $\dfrac{[\mu_{e_{11}}(162)+\mu_{e_{21}}(53)]+[\mu_{\tilde{e}_{13}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(63)]}{4}=\dfrac{2.27}{4}=0.5675$

a_2與b_1： $\dfrac{[\mu_{e_{12}}(154)+\mu_{e_{22}}(46)]+[\mu_{\tilde{e}_{11}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{21}}(74)]}{4}=\dfrac{0.8}{4}=0.2$

a_2與b_2： $\dfrac{[\mu_{e_{12}}(158)+\mu_{e_{22}}(58)]+[\mu_{\tilde{e}_{12}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{22}}(74)]}{4}=\dfrac{2.33}{4}=0.5825$

a_2與b_3： $\dfrac{[\mu_{e_{12}}(162)+\mu_{e_{22}}(53)]+[\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)]}{4}=\dfrac{3.6}{4}=0.9$

(I)例 2.17 最佳速配(多變數)之詳細計算過程

a_1與b_1 ：$\left|\mu_{e_{11}}(154)-\mu_{\tilde{e}_{11}}(169)\right|+\left|\mu_{e_{21}}(46)-\mu_{\tilde{e}_{21}}(63)\right|=0.33$

a_1與b_2 ：$\left|\mu_{e_{11}}(158)-\mu_{\tilde{e}_{12}}(169)\right|+\left|\mu_{e_{21}}(58)-\mu_{\tilde{e}_{22}}(63)\right|=0.2$

a_1與b_3 ：$\left|\mu_{e_{11}}(162)-\mu_{\tilde{e}_{13}}(169)\right|+\left|\mu_{e_{21}}(53)-\mu_{\tilde{e}_{23}}(63)\right|=0.87$

a_2與b_1 ：$\left|\mu_{e_{12}}(154)-\mu_{\tilde{e}_{11}}(177)\right|+\left|\mu_{e_{22}}(46)-\mu_{\tilde{e}_{21}}(74)\right|=0.8$

a_2與b_2 ：$\left|\mu_{e_{12}}(158)-\mu_{\tilde{e}_{12}}(177)\right|+\left|\mu_{e_{22}}(58)-\mu_{\tilde{e}_{22}}(74)\right|=1.67$

a_2與b_3 ：$\left|\mu_{e_{12}}(162)-\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)\right|+\left|\mu_{e_{22}}(53)-\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)\right|=0.4$

a_3與b_3 ：$\left|\mu_{e_{12}}(162)-\mu_{\tilde{e}_{13}}(176)\right|+\left|\mu_{e_{22}}(53)-\mu_{\tilde{e}_{23}}(75)\right|=0$

(J)例 2.21 兩離散型模糊集合之單向速配指數詳細計算過程

a_1對b_1 ： $K_{11}=-100\sqrt{5}D(e_1,\tilde{s}_1)+100=84.51$

a_1對b_2 ： $K_{12}=-100\sqrt{5}D(e_1,\tilde{s}_2)+100=80.00$

a_1對b_3 ： $K_{13}=-100\sqrt{5}D(e_1,\tilde{s}_3)+100=70.33$

a_2對b_1 ： $K_{21}=-100\sqrt{5}D(e_2,\tilde{s}_1)+100=66.83$

a_2對b_2 ： $K_{22}=-100\sqrt{5}D(e_2,\tilde{s}_2)+100=69.67$

a_2對b_3 ： $K_{23}=-100\sqrt{5}D(e_2,\tilde{s}_3)+100=73.17$

b_1對a_1 ： $\tilde{K}_{11}=-100\sqrt{5}D(\tilde{e}_1,s_1)+100=75.10$

b_1對a_2 ： $\tilde{K}_{12}=-100\sqrt{5}D(\tilde{e}_1,s_2)+100=85.86$

b_2對a_1 ： $\tilde{K}_{21}=-100\sqrt{5}D(\tilde{e}_2,s_1)+100=77.20$

b_2對a_2 ： $\tilde{K}_{22}=-100\sqrt{5}D(\tilde{e}_2,s_2)+100=91.06$

b_3對a_1 ： $\tilde{K}_{31}=-100\sqrt{5}D(\tilde{e}_3,s_1)+100=65.94$

b_3對a_2 ： $\tilde{K}_{32}=-100\sqrt{5}D(\tilde{s}_3,e_2)+100=72.43$

(K)例 2.22 雙向配度(多變數)詳細計算過程

$(a_1 \ , \ b_1)$：$\dfrac{K_{11}+\tilde{K}_{11}}{200}=0.87$

$(a_1 \ , \ b_2)$：$\dfrac{K_{12}+\tilde{K}_{21}}{200}=0.79$

$(a_1 \ , \ b_3)$：$\dfrac{K_{13}+\tilde{K}_{31}}{200}=0.68$

$(a_2 \ , \ b_1)$：$\dfrac{K_{21}+\tilde{K}_{12}}{200}=0.81$

$(a_2 \ , \ b_2)$：$\dfrac{K_{22}+\tilde{K}_{22}}{200}=0.80$

$(a_2 \ , \ b_3)$：$\dfrac{K_{23}+\tilde{K}_{32}}{200}=0.73$

(L)例 2.23 綜合速配指數詳細計算過程

$$(a_1\ ,\ b_1):\ \sqrt{\left(\frac{[\mu_{e_{11}}(158)+\mu_{e_{21}}(58)]+[\mu_{\tilde{e}_{11}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{21}}(63)]}{4}\right)\cdot\left(\frac{K_{11}+\tilde{K}_{11}}{200}\right)}=0.53$$

$$(a_1\ ,\ b_2):\ \sqrt{\left(\frac{[\mu_{e_{11}}(158)+\mu_{e_{21}}(58)]+[\mu_{\tilde{e}_{12}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{22}}(63)]}{4}\right)\cdot\left(\frac{K_{12}+\tilde{K}_{21}}{200}\right)}=0.51$$

$$(a_1\ ,\ b_3):\ \sqrt{\left(\frac{[\mu_{e_{11}}(162)+\mu_{e_{21}}(53)]+[\mu_{\tilde{e}_{13}}(169)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(63)]}{4}\right)\cdot\left(\frac{K_{13}+\tilde{K}_{31}}{200}\right)}=0.62$$

$$(a_2\ ,\ b_1):\ \sqrt{\left(\frac{[\mu_{e_{12}}(154)+\mu_{e_{22}}(46)]+[\mu_{\tilde{e}_{11}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{21}}(74)]}{4}\right)\cdot\left(\frac{K_{21}+\tilde{K}_{12}}{200}\right)}=0.40$$

$$(a_2\ ,\ b_2):\ \sqrt{\left(\frac{[\mu_{e_{12}}(158)+\mu_{e_{22}}(58)]+[\mu_{\tilde{e}_{12}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{22}}(74)]}{4}\right)\cdot\left(\frac{K_{22}+\tilde{K}_{22}}{200}\right)}=0.68$$

$$(a_2\ ,\ b_3):\ \sqrt{\left(\frac{[\mu_{e_{12}}(162)+\mu_{e_{22}}(53)]+[\mu_{\tilde{e}_{13}}(177)+\mu_{\tilde{e}_{23}}(74)]}{4}\right)\cdot\left(\frac{K_{23}+\tilde{K}_{32}}{200}\right)}=0.81$$

(M)Yahoo 奇摩交友網頁之速配程度百分比

速配程度百分比

(N)例 4.1 利用梯形模糊數與離散型模糊數進行五男六女的速配

身高部分：

(1) a_1 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{11}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-150}{5} & , \quad 150\le\tilde{s}_j<155\\ 1 & , \quad 155\le\tilde{s}_j\le160\\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{5} & , \quad 160<\tilde{s}_j\le165\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(2) a_2 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{12}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-157}{3} & , \quad 157\le\tilde{s}_j<160\\ 1 & , \quad 160\le\tilde{s}_j\le165\\ \dfrac{165-\tilde{s}_j}{3} & , \quad 165<\tilde{s}_j\le168\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(3) a_3 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{13}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-150}{2} & , \quad 150\le\tilde{s}_j<152\\ 1 & , \quad 152\le\tilde{s}_j\le155\\ \dfrac{158-\tilde{s}_j}{3} & , \quad 155<\tilde{s}_j\le158\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(4) a_4 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{14}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-140}{20} & , \quad 140\le\tilde{s}_j<160\\ 1 & , \quad 160\le\tilde{s}_j\le170\\ \dfrac{180-\tilde{s}_j}{10} & , \quad 170<\tilde{s}_j\le180\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(5) a_5 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{15}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-165}{10} & , \quad 165\le\tilde{s}_j<175\\ 1 & , \quad 175\le\tilde{s}_j\le185\\ \dfrac{190-\tilde{s}_j}{10} & , \quad 185<\tilde{s}_j\le190\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(6) b_1 對 A 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{11}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-165}{5} & , \quad 165\le s_i<170\\ 1 & , \quad 170\le s_i\le175\\ \dfrac{180-s_i}{5} & , \quad 175<s_i\le180\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(7) b_2 對 A 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{12}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-170}{3} & , \quad 170\le \tilde{s}_j<173\\ 1 & , \quad 173\le \tilde{s}_j\le 178\\ \dfrac{181-s_i}{3} & , \quad 178<\tilde{s}_j\le 181\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(8) b_3 對 A 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{13}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-160}{5} & , \quad 160\le s_i<165\\ 1 & , \quad 165\le s_i\le 175\\ \dfrac{180-s_i}{5} & , \quad 175<s_i\le 180\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

體重部分：

(1) a_1 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{21}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-45}{3} & , \quad 45\le \tilde{s}_j<48\\ 1 & , \quad 48\le \tilde{s}_j\le 52\\ \dfrac{55-\tilde{s}_j}{3} & , \quad 52<\tilde{s}_j\le 55\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(2) a_2 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{e_{22}}(\tilde{s}_j)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{s}_j-46}{2} & , \quad 46\le \tilde{s}_j<48\\ 1 & , \quad 48\le \tilde{s}_j\le 55\\ \dfrac{57-\tilde{s}_j}{2} & , \quad 55<\tilde{s}_j\le 57\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(3) b_1 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{21}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-55}{5} & , \quad 55\le s_i<60\\ 1 & , \quad 60\le s_i\le 70\\ \dfrac{75-s_i}{5} & , \quad 70<s_i\le 75\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(4) b_2 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{22}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-62}{3} & , \quad 62\le s_i<65\\ 1 & , \quad 65\le s_i\le 75\\ \dfrac{78-s_i}{3} & , \quad 75<s_i\le 78\\ 0 & , \quad \text{其他範圍}\end{cases}$$

(5) b_3 對 B 中各樣本期待條件隸屬度函數

$$\mu_{\tilde{e}_{23}}(s_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i-65}{5}, & 65\le s_i<70\\ 1, & 70\le s_i\le 80\\ \dfrac{85-s_i}{5}, & 80<s_i\le 85\\ 0, & \text{其他範圍}\end{cases}$$

(O)例 4.1 利用梯形模糊數與離散型模糊數進行五男六女的速配

表 4.5 身高、體重、外型描述之速配程度

參加對象	身高、體重的男女速配程度	外型的男女速配程度	整合速配指數	最佳速配
$(a_1\ ,\ b_1)$	100 %	86.89 %	93.21%	○
$(a_1\ ,\ b_2)$	83.25 %	76.74 %	79.93%	
$(a_1\ ,\ b_3)$	60 .00 %	83.84 %	70.93%	
$(a_1\ ,\ b_4)$	29.25 %	77.54 %	47.62%	
$(a_1\ ,\ b_5)$	51.50 %	75.45 %	62.34%	
$(a_1\ ,\ b_6)$	15.00 %	75.27 %	33.60%	
$(a_2\ ,\ b_1)$	92.75 %	83.72 %	88.12%	
$(a_2\ ,\ b_2)$	39.75 %	77.54 %	55.52%	
$(a_2\ ,\ b_3)$	50.00 %	80.08 %	63.28%	
$(a_2\ ,\ b_4)$	58.25 %	77.37 %	67.13%	
$(a_2\ ,\ b_5)$	55.00 %	76.42 %	64.83%	
$(a_2\ ,\ b_6)$	5.00 %	87.10 %	20.87%	
$(a_3\ ,\ b_1)$	71.25 %	78.35 %	74.72%	
$(a_3\ ,\ b_2)$	87.50 %	74.16 %	80.55%	
$(a_3\ ,\ b_3)$	30.00 %	77.54 %	48.23%	
$(a_3\ ,\ b_4)$	7.75 %	73.92 %	23.93%	
$(a_3\ ,\ b_5)$	35.00 %	79.22 %	52.66%	
$(a_3\ ,\ b_6)$	12.50 %	80.61 %	31.74%	
$(a_4\ ,\ b_1)$	31.50 %	78.81 %	49.82%	
$(a_4\ ,\ b_2)$	39.75 %	70.19 %	52.82%	
$(a_4\ ,\ b_3)$	80.00 %	78.71 %	79.35%	
$(a_4\ ,\ b_4)$	80.00 %	74.08 %	76.98%	
$(a_4\ ,\ b_5)$	57.50 %	87.16 %	70.79%	
$(a_4\ ,\ b_6)$	62.50 %	81.71 %	71.46%	
$(a_5\ ,\ b_1)$	50.00 %	81.15 %	63.70%	
$(a_5\ ,\ b_2)$	36.25 %	71.53 %	50.92%	

(a_5 , b_3)	40.00 %	86.69 %	58.89%	
(a_5 , b_4)	90.00 %	73.19 %	81.16%	
(a_5 , b_5)	40.00 %	91.70 %	60.56%	
(a_5 , b_6)	56.75 %	85.46 %	69.64%	

(P)**例 4.1 利用梯形模糊數與離散型模糊數進行五男六女的速配**

A **中各樣本的外型描述：**

$S_3 =$

$$\{s_{31} = \frac{0\%}{\text{短小精幹}} + \frac{60\%}{\text{斯文俊秀}} + \frac{10\%}{\text{帥氣挺拔}} + \frac{25\%}{\text{英俊瀟灑}} + \frac{0\%}{\text{粗獷豪邁}} + \frac{5\%}{\text{健美陽光}} + \frac{0\%}{\text{魁梧壯碩}},$$

$$s_{32} = \frac{0\%}{\text{短小精幹}} + \frac{5\%}{\text{斯文俊秀}} + \frac{30\%}{\text{帥氣挺拔}} + \frac{5\%}{\text{英俊瀟灑}} + \frac{20\%}{\text{粗獷豪邁}} + \frac{35\%}{\text{健美陽光}} + \frac{5\%}{\text{魁梧壯碩}},$$

$$s_{33} = \frac{40\%}{\text{短小精幹}} + \frac{5\%}{\text{斯文俊秀}} + \frac{0\%}{\text{帥氣挺拔}} + \frac{40\%}{\text{英俊瀟灑}} + \frac{0\%}{\text{粗獷豪邁}} + \frac{15\%}{\text{健美陽光}} + \frac{0\%}{\text{魁梧壯碩}},$$

$$s_{34} = \frac{0\%}{\text{短小精幹}} + \frac{30\%}{\text{斯文俊秀}} + \frac{60\%}{\text{帥氣挺拔}} + \frac{5\%}{\text{英俊瀟灑}} + \frac{0\%}{\text{粗獷豪邁}} + \frac{5\%}{\text{健美陽光}} + \frac{0\%}{\text{魁梧壯碩}},$$

$$s_{35} = \frac{0\%}{\text{短小精幹}} + \frac{40\%}{\text{斯文俊秀}} + \frac{40\%}{\text{帥氣挺拔}} + \frac{15\%}{\text{英俊瀟灑}} + \frac{0\%}{\text{粗獷豪邁}} + \frac{5\%}{\text{健美陽光}} + \frac{0\%}{\text{魁梧壯碩}}\}$$

B **中各樣本的外型描述：**

$\tilde{S}_3 =$

$$\{\tilde{s}_{31} = \frac{60\%}{\text{嬌小可愛}} + \frac{20\%}{\text{苗條玲瓏}} + \frac{0\%}{\text{骨感纖細}} + \frac{0\%}{\text{婀娜多姿}} + \frac{5\%}{\text{高貴典雅}} + \frac{15\%}{\text{性感嫵媚}} + \frac{0\%}{\text{福態豐滿}},$$

$$\tilde{s}_{32} = \frac{60\%}{\text{嬌小可愛}} + \frac{0\%}{\text{苗條玲瓏}} + \frac{0\%}{\text{骨感纖細}} + \frac{0\%}{\text{婀娜多姿}} + \frac{10\%}{\text{高貴典雅}} + \frac{10\%}{\text{性感嫵媚}} + \frac{20\%}{\text{福態豐滿}},$$

$$\tilde{s}_{33} = \frac{10\%}{\text{嬌小可愛}} + \frac{50\%}{\text{苗條玲瓏}} + \frac{0\%}{\text{骨感纖細}} + \frac{5\%}{\text{婀娜多姿}} + \frac{30\%}{\text{高貴典雅}} + \frac{0\%}{\text{性感嫵媚}} + \frac{5\%}{\text{福態豐滿}},$$

$$\tilde{s}_{34} = \frac{60\%}{\text{嬌小可愛}} + \frac{0\%}{\text{苗條玲瓏}} + \frac{0\%}{\text{骨感纖細}} + \frac{0\%}{\text{婀娜多姿}} + \frac{0\%}{\text{高貴典雅}} + \frac{10\%}{\text{性感嫵媚}} + \frac{30\%}{\text{福態豐滿}},$$

$$\tilde{s}_{35} = \frac{0\%}{\text{嬌小可愛}} + \frac{20\%}{\text{苗條玲瓏}} + \frac{60\%}{\text{骨感纖細}} + \frac{0\%}{\text{婀娜多姿}} + \frac{20\%}{\text{高貴典雅}} + \frac{0\%}{\text{性感嫵媚}} + \frac{0\%}{\text{福態豐滿}},$$

$$\tilde{s}_{36} = \frac{0\%}{\text{嬌小可愛}} + \frac{20\%}{\text{苗條玲瓏}} + \frac{10\%}{\text{骨感纖細}} + \frac{20\%}{\text{婀娜多姿}} + \frac{10\%}{\text{高貴典雅}} + \frac{40\%}{\text{性感嫵媚}} + \frac{0\%}{\text{福態豐滿}}\}$$

A 中各樣本對 B 中各樣本的期待外型：

$$E_3 =$$

$$\{e_{31} = \frac{60\%}{嬌小可愛} + \frac{30\%}{苗條玲瓏} + \frac{0\%}{骨感纖細} + \frac{0\%}{婀娜多姿} + \frac{5\%}{高貴典雅} + \frac{5\%}{性感嫵媚} + \frac{0\%}{福態豐滿},$$

$$e_{32} = \frac{20\%}{嬌小可愛} + \frac{40\%}{苗條玲瓏} + \frac{0\%}{骨感纖細} + \frac{0\%}{婀娜多姿} + \frac{0\%}{高貴典雅} + \frac{40\%}{性感嫵媚} + \frac{0\%}{福態豐滿},$$

$$e_{33} = \frac{30\%}{嬌小可愛} + \frac{40\%}{苗條玲瓏} + \frac{0\%}{骨感纖細} + \frac{0\%}{婀娜多姿} + \frac{0\%}{高貴典雅} + \frac{30\%}{性感嫵媚} + \frac{0\%}{福態豐滿},$$

$$e_{34} = \frac{0\%}{嬌小可愛} + \frac{0\%}{苗條玲瓏} + \frac{0\%}{骨感纖細} + \frac{40\%}{婀娜多姿} + \frac{30\%}{高貴典雅} + \frac{20\%}{性感嫵媚} + \frac{10\%}{福態豐滿},$$

$$e_{35} = \frac{0\%}{嬌小可愛} + \frac{20\%}{苗條玲瓏} + \frac{20\%}{骨感纖細} + \frac{10\%}{婀娜多姿} + \frac{30\%}{高貴典雅} + \frac{20\%}{性感嫵媚} + \frac{0\%}{福態豐滿}\}$$

B 中各樣本對 A 中各樣本的期待外型：

$$\tilde{E}_3 = \{\tilde{e}_{31} = \frac{0\%}{短小精幹} + \frac{30\%}{斯文俊秀} + \frac{40\%}{帥氣挺拔} + \frac{0\%}{英俊瀟灑} + \frac{0\%}{粗獷豪邁} + \frac{30\%}{健美陽光} + \frac{0\%}{魁梧壯碩},$$

$$\tilde{e}_{32} = \frac{0\%}{短小精幹} + \frac{0\%}{斯文俊秀} + \frac{10\%}{帥氣挺拔} + \frac{0\%}{英俊瀟灑} + \frac{10\%}{粗獷豪邁} + \frac{30\%}{健美陽光} + \frac{50\%}{魁梧壯碩},$$

$$\tilde{e}_{33} = \frac{0\%}{短小精幹} + \frac{50\%}{斯文俊秀} + \frac{20\%}{帥氣挺拔} + \frac{10\%}{英俊瀟灑} + \frac{0\%}{粗獷豪邁} + \frac{20\%}{健美陽光} + \frac{0\%}{魁梧壯碩},$$

$$\tilde{e}_{34} = \frac{30\%}{短小精幹} + \frac{10\%}{斯文俊秀} + \frac{5\%}{帥氣挺拔} + \frac{\%}{英俊瀟灑} + \frac{40\%}{粗獷豪邁} + \frac{15\%}{健美陽光} + \frac{0\%}{魁梧壯碩},$$

$$\tilde{e}_{35} = \frac{0\%}{短小精幹} + \frac{30\%}{斯文俊秀} + \frac{40\%}{帥氣挺拔} + \frac{20\%}{英俊瀟灑} + \frac{0\%}{粗獷豪邁} + \frac{10\%}{健美陽光} + \frac{0\%}{魁梧壯碩},$$

$$\tilde{e}_{36} = \frac{0\%}{短小精幹} + \frac{15\%}{斯文俊秀} + \frac{20\%}{帥氣挺拔} + \frac{15\%}{英俊瀟灑} + \frac{0\%}{粗獷豪邁} + \frac{30\%}{健美陽光} + \frac{20\%}{魁梧壯碩}\}$$