國立政治大學國際貿易與經營學系

碩士論文

債券市場從眾行為之研究

指導教授：胡聯國 博士

研究生：蔡宗穎 撰

中華民國九十九年六月

摘 要

本研究旨在檢視債券市場有無從眾行為產生的現象，並進一步探討其可能產生從眾現象的原因。首先，嘗試將財務工程，在滿足平賭過程下所計算出來債券應有的真實價格，並利用 Keynes 選美競爭的概念作結合。一般的債券市場存在著兩種交易者，一為同時擁有私人訊息和公開市場資訊的交易者，另一為只具有公開市場資訊的交易者，在資訊不對稱的條件下，兩種交易者的交易策略皆是利用有條件下的理性預期去估算債券的市場價格，然而發現到債券的市場價格會受到本身的真實價格、公開市場資訊和債券的供給衝擊等因素所影響。

最後，由研究模型發現，會不會導致債券市場存在從眾行為的最主要因素，就是債券交易者所擁有的利率行為方程式，藉由利率方程式選取的外生變數，比較會影響債券市場價格因素的權重大小，加以判斷會產生從眾行為的條件。

Abstract

The objective of this study is to examine the bond market, the phenomenon of herd behavior, and to further explore the possible reasons for the phenomenon of conformity. First, try to combine competitive advantage of Keynes's concept of beauty contests and the real bond price which satisfies martingale process Bond market in general there are two kinds of traders, one has both public information and private information, the other has only public information. Under conditions of asymmetric information, two kinds of traders' trading strategies are the use of rational expectations under conditions to estimate the bond's market price. However, we can find that there are some factors which affect the bond's market price. Like bond's true value, public information and supply shock.

Finally, the model is found by the study will not lead to herd behavior bond market the most important factor is the interest rate behavior equation owned by traders. We select the exogenous variables which to compare their weight in order to determine the conditions of herd behavior.

目 錄

第一章 緒論

本研究主題為「運用選美競爭理論結合財務工程中的利率模型，探討債券市場價格是否會因為從眾行為，而有無法反映其真實價格的機會」，在此章節將逐一說明本研究之研究動機、研究目的、研究方法與流程。

第一節 研究動機

自 2007 年末美國的次貸風暴所引發金融海嘯後，現今各國政府仍然致力於解決金融海嘯所引發的金融危機。對於實質經濟成長率僅有 3%的美國而言，卻運用複雜的數學計算造就出十倍甚至於百倍的槓桿包裝衍生性金融商品，然後販售至世界各地，由各國政府、銀行及投資大眾共同分攤風險。冰島更因為銀行高度涉入衍生性金融產品之經營，產生劇幅虧損，國家瀕臨破產，向國際貨幣基金請求紓困貸款。新興市場國家也因為衍生性金融產品所產生之鉅額虧損而紛紛告急，導致投資人或法人機構對包裝複雜的衍生性金融商品一度希望可以盡量不要去接觸，大家都是避之唯恐不及。然而，衍生性金融商品在金融市場中卻是擁有促進效率性與完整性的重要功能。此外，全球經過金融風暴後，目前世界各國皆處於復甦的階段，當全球經濟正在慢慢回升的同時，適度膨脹的泡沫不但無損經濟反有助景氣之繁榮，

可是一旦景氣邁入衰退，並且考量到社會大眾的從眾行為，使得原先看似溫和的泡沫則相形變大，反而會加快經濟衰退的腳步。

第二節 研究目的

Keynes 在西元 1936 年提到說，金融市場的發展就像是一場選美競爭，時常充滿著資訊不對稱，並不是自己覺得哪個好就好，而是要大眾一致認為好才是最好。就是說如果想要了解金融市場的需求，不是只要知道未來資產的報酬，還要懂得一般社會大眾的預期。一般來說，交易者的行為往往會受到消息面的影響，對於不同程度訊息的揭露，對交易者來說也會有不同程度的影響，若是資訊是可預測的，而且部分交易者能獲取到私人資訊，會使得資訊不對稱的程度更為提高。然而，若是過度反應公開資訊的訊息，往往也會造就出市場的泡沫。例如公開訊息表示說一個商品未來的報酬將會變高，結果將會導致此商品的價格提高，即使每一個交易的人都具有私人資訊讓他們可以判斷出這個商品的真實價格應該是要變低的。

本篇論文所要探討的是在債券市場中，債券現今的價格是考量到未來債券及利率的價值去折現的結果，它是滿足平賭過程的。然而，債券的市場價格卻會因為資訊揭露前後不同類型的交易者之交易行為而有所影響。債券的市場價格會不會受到公開市場訊息的過度反應，因而無法反映真實價格，並將會改變交易者獲取私有訊息的誘因。在

此情況下，我們發現疊代預期的法則將會不適用，也就是說今天對未來報酬的平均預期不會等於明天對未來報酬的平均預期，主要是因為今天所能接受到的訊息跟明天所能接受到的訊息不會一樣。接著探討在甚麼情形之下才會發生上述的情況，從而評估現行交易資訊揭露的機制，藉由資訊不對稱的影響，探討在財務工程中透過嚴謹的數學計算所得到的債券價格跟在現實生活中的債券價格所存在的差異性，以期能讓債券市場交易的健全性更為完備。

第三節 研究流程與方法

本文分成四章，各章節安排如下：

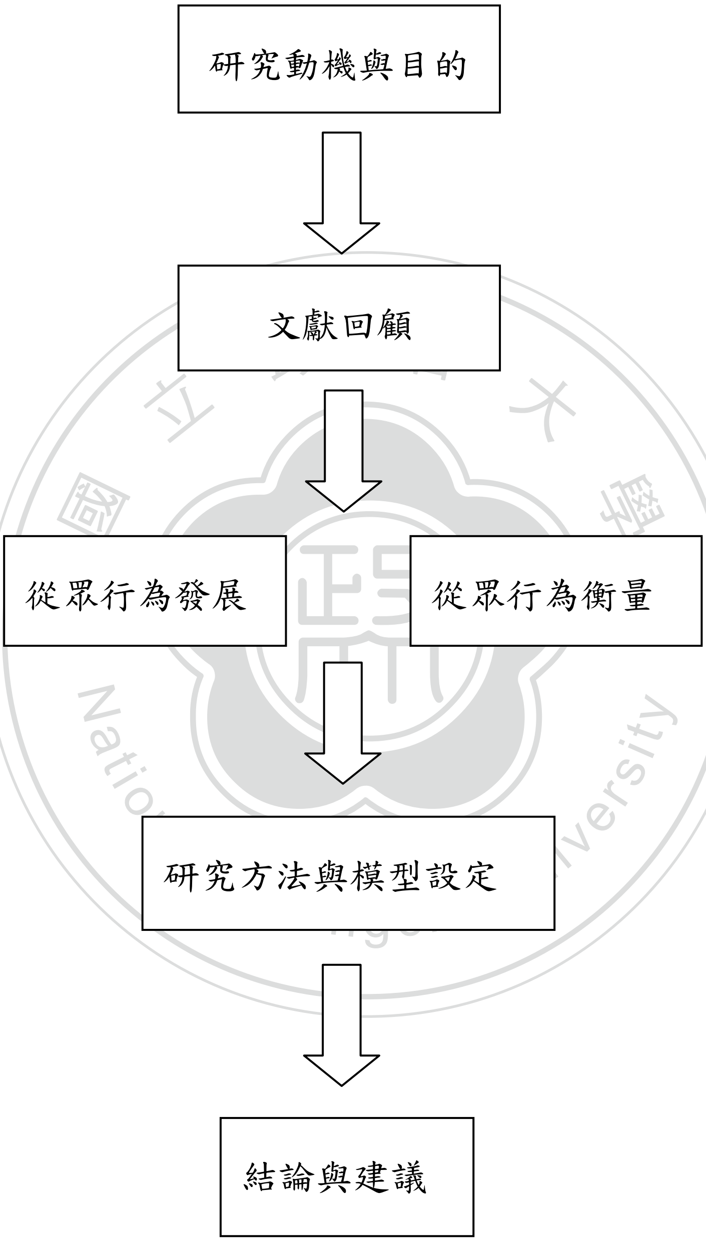
第一章緒論介紹本文的研究動機、研究目的、研究流程與方法以及遇到的研究限制。第二章針對本文的研究所討論到的 Keynes 選美競爭理論，去做完整的文獻探討。再針對商品價格泡沫化的相關文獻，進一步作出與本文的差異性。

在回顧了過去的文獻之後，第三章介紹本文所需用到的利率模型，透過財務工程的數學推導，在滿足平賭過程並且無法套利的原則下，可以得到每個人的利率行為方程式，並且結合 Keynes 選美競爭理論，考慮訊息不對稱進一步去試算債券的市場價格。

最後，第四章就是結論。將第三章所得到的理論模型完整的作出分析，並且討論在甚麼情況之下債券的市場價格會發生價格泡沫，無

法反映真實價格，在哪種情況之下債券價格能較完整的反應其真實價格。

圖 1-1 為本文研究架構流程圖



第二章 文獻回顧

本篇論文探討在債券市場中，在訊息不對稱的情形下，其債券的市場價格會不會因為交易者的從眾行為而導致債券的市場價格偏離了其真實應有的價格。故本章主要就資訊不對稱下的從眾行為去回顧相關的文獻，將國內外的文獻進行回顧與整理，以瞭解從眾行為的理論發展與衍生。

第一節 從眾行為理論發展

投資交易決策的形成有兩派：一為傳統的古典經濟學理論，認為投資人經過分析所有可獲得的訊息後，理性的預期決定出他們的投資策略，如此可以讓市場更為有效率的運行；另一種投資交易策略則是考慮一般大眾的心理預期決定期投資策略。Keynes(1936)提出投資人的交易行為可能不是依照自己的所擁有的資訊去判斷所做的決策，相對地這些投資交易行為可能是因為群眾心理預期而去做的。

Black(1986)研究指出，市場上會存在著雜訊交易者(noisy trader)，這些交易者會根據自己所獲取的雜訊來交易，並且他們很容易受到心理因素所影響，無法做出理性預期的投資策略，有時候雜訊交易者(noisy trader)會交易的原因純粹只是想要進行買賣的動作而已，如此雖然可以提高市場的流動性，相對地卻會使市場的效率性下降。

依照 Devenow(1996)的分類，指出從眾行為產生的原因，大致上可分為三類：(1)外部性利益；(2)名譽聲望及代理人問題；(3)資訊瀑布流。

一、 外部性利益

包含了市場流動性與資訊取得。就流動性而言，意指當交易量湧至一個市場，使該市場的流動性改善，並將對其他市場的流動性造成影響，影響有可能為正面，亦有可能為負面。Chowdhry and Nanda(1991)指出對資訊交易者來說，皆會選擇在深度高的時間點進場交易，因為深度高可使資訊不輕易公開，可保有應有的獲利，因而促使其他交易著跟進，較有可能發生從眾的現象。

Froot et al.(1992)研究指出，進行短線操作的投資人，在釐清資產的基本面價值時，就已經作出投資交易策略，若是有愈多的投資人都是依據相同的資訊來進行投資交易，則會有正向資訊外部性效果產生，使得短線投資人獲得更多的報酬。

二、名譽聲望及代理人問題

Scharfstein and Stein(1990)和 Lakonishok et al.(1992)都提到，在資訊不對稱下，基金經理人會因為名譽(reputation)和責難分攤(share-the-blame)的考量，將不會以私有訊息來制定投資決策，反而採取與他人相同的投資決策，如此會使得投資人對自己本身的能力產生

模糊性，而這種特性有助於基金經理人在操作失利時掩飾其錯誤。若是，其他經理人也都採取一樣的策略，則市場變會發生從眾行為的現象。

Maug and Naik(1995)也針對基金經理人的績效衡量制度對其投資策略的影響作探討，發現到基金經理人為了維護名譽，會去追隨標竿的投資策略，以期能降低偏離標竿的程度，並不願意特立獨行去追求成功的可能性。

Grahams(1999)提出一個新的名譽模型(reputation model)，並且延續了 Scharfstein and Stein(1990)的方法，將經理人分為聰明和愚笨兩種類型，將經理人的名譽、分析能力、獲取資訊的的能力以及其他經理人的相關程度等變數加入模型，其結果顯示出當經理人的名譽高、、分析能力差、獲取的私有訊息與發布的公開資訊不一致、經理人間相關程度高時，經理人就會有從眾行為產生。

蘇惟宏(2000)的研究指出，在西元 1997 年到 2001 年間，外資、自營商與投信，其中尤以投信最為顯著，發現到整體法人會有回饋性交易的現象，這有可能是基於排名而導致的結果。

三、資訊瀑布流

Banerjee(1992)與 Bikhchandani et al.(1992)皆提到了基金經理人會互相猜測所隱含的訊息，因而放棄自己原本擁有的訊息，並推測先

行者的訊息內涵，作為而後投資交易的判斷。不斷重複此過程，這種仿效行為就像瀑布往下匯集，聚集愈多而形成群聚現象。然而，瀑布流也是很容易打破的，只要市場上有新的訊息釋出，就有可能終止目前的從眾行為。

Chamley and Gale(1994)利用模型設定，假設時間是$t=1,2,...$，而決策者的投資機會是隨機的，也就是在每個時點給予決策者一定機率的投資決策。每個決策者會收到$S^i \in \{0,1\}$，若$S^i = 0$表示沒有投資機會，反之就有。投資報酬會隨著$\sum_{i=1}^{I} S^i$而增加，已投資的決策者會揭露他們擁有的資訊，並且讓後行動的決策者重新考量對I的決策。最後得到下列結果：(1)當時間處於短期時，這個賽局很快會結束並會有從眾行為的現象或是讓投資突然潰堤的資訊瀑布流出現；隨著時間增加從眾行為愈不明顯。(2)當參與人數增加，最後會發現投資率與資訊流量和人數無關。(3)觀看投資曲線，發現到進行短期操作的週期會出現投資激增或突然銳減的情況。

Allen, Morris, and Postlewaite(1993)研究指出，因為投資人之間會存在沒有共同的訊息，所以投資人無法得知其他投資人所擁有的訊息，還有他們對於現在所處市場的觀點，在資訊不對稱的情形下，理性預期時會產生泡沫，並且也提出三個會形成泡沫的原因：(1)投資人一定具有私人訊息；(2)投資人在未來的某個交易期間，將會受到放空

的拘束；(3)投資人互相都不會有相同的訊息和認知。

Zhang(1997)利用理論模型，試著探討投資決策者的策略是否會有從眾行為的現象。假設每個決策者皆可以觀察到一離散訊號，並且依照私有訊息獲得的程度，來決定最適的投資策略，利用完美貝氏均衡(perfect Bayesian equilibrium)路徑，最後得到發生從眾行為的機率為一。

第二節 從眾行為的衡量

Allen, Morris and Shin(2003)認為以金融市場為例，提到說金融市場的發展就像是一場選美競爭，如果想要瞭解金融市場的需求，不是只要知道未來資產的報酬，還要觀察有參與這個市場的交易者，並且需要瞭解他們的想法。在此研究中，把訊息分為兩類，一為公開市場訊息，另一為私有訊息。而這兩種訊息的預期皆會滿足疊代預期法則(the law of iterated expectations)，透過理論模型推倒，進而發現市場上的平均預期卻不會滿足疊代預期法則。

首先，考量在只有一期的理性預期資產訂價模型，如果模型會因為考量到公開訊息的訊號有所調整時，那麼這個資產所定出來的價格將會有所偏差。Morris and Shin(2002)提到，在理性預期均衡下，雖然社會大眾沒有明顯的合作動機，但是事實上每個人的需求函數都會帶入公開訊息的訊號，在估算其資產的真實價格時，公開訊息的訊號

還是扮演著具有影響力的角色。也有另一種說法是說，私有訊息的訊號在一般社會大眾的心理容易被公開訊息的訊號覆蓋過去，當他們要預測這個資產總需求時，一般人是認為公開訊息的訊號是比較有用的。

接著，考慮到在多期的資產定價模型，Singleton(1987)、Brown and Jennings(1989)、Grundy and McNichols(1989)還有 He and Wang(1995)皆提出相關模型，例如擁有一個資產，時間經過三期後，可以得到固定的報酬，在雜訊供給的函數下，資產價格並不能完全反映訊息的透露程度。這些短期的交易員只會存在一期，並且皆可以觀察到公開訊息的訊號和私人訊息的訊號。在第二期資產的平均價格會相當於當期平均預期的紅利，同理，在第一期資產的平均價格會相當於當期平均預期的紅利，也就是說擁有私有訊息的交易者反而無法進行套利的動作，因為他們無法分辨出這些具有雜訊的訊息。隨著期數增加，因為在第一期所能獲得的訊息訊號較少，所以在一開始的私人訊息無法反映在這個資產價格上，所以第一期資產的價格會受到公開訊息訊號的影響比較大。

Shiller(2000)也提出，假設每個個體都可以接收到公開市場的訊息和私人訊息，並且他們對資產報酬的預期是一致的，所以他們會對私有訊息跟公開市場訊息的權重放一樣的比例。但若是一個交易員被

要求去猜測資產報酬的平均預期時，他會因為考慮到其他交易員都可以接收到公開市場的訊息，因而增加公開市場訊息的比重，則最後有可能會讓原先存在於市場中的泡沫增大。

現今金融商品的從眾行為，目前大多數都還是以股票市場的研究為主。Cristie and Huang(1995)提出 CSSD 模型，以美國在 NYSE 與 AMEX 上市的股票做為研究對象，並發現到個股的報酬沒有跟隨市場的群聚現象。Chang, Cheng and Khorana(2000)提出 CSAD 模型，用來衡量個股之間和產業或市場平均報酬的差距，若差距明顯縮小，代表市場內的個股或是產業內的個股有齊漲齊跌的現象，表示投資者會跟隨市場或產業的趨勢進行交易。

Choe et al.(1999)利用南韓股市的日交易資料，探討外資法人在南韓股市所進行的投資行為，有無從眾行為的現象產生，其研究結果發現，在金融風暴前外資法人有明顯的從眾行為，而在金融風暴期間，因為小型股流動性不佳，所以外資法人的從眾行為只存在於大型股。

經由許多實證的結果，可以發現到開發中國家的從眾行為會比已開發國家顯著的多。Chang, Cheng and Khorana(2000)同時針對美國、日本、香港、南韓以及台灣等五個地區的證券市場作研究，其研究結果發現市場處於劇烈變動的期間，美國、日本、香港股市的報酬離散程度會增加，並不會減少，此實證結果說明了市場不存在從眾行為的

現象，而南韓與台灣等開發中國家，其市場則有明顯的從眾現象。在中國市場方面，Lin et al.(2007)也利用 CSAD 模型分別研究中國的 A 股與 B 股，並且發現到即便是只有給中國人交易的 A 股和給外國人投資的 B 股也都存在著從眾的行為。

吳孟君(2000)延用 Lakonishok et al.(1992)所提出的方法來衡量從眾指標，並參考 Wermers(1999)的方法。該研究以 VAR 檢定法，檢定共同基金的從眾行為是否具有加速價格發現的機能，其結果發現國內共同基金在投資策略上具有買入的從眾行為，並具有加速價格發現的機能。

蘇鵲翎(2000)利用 Pearson 積差相關係數，來分析探討散戶、外資、自營商與投信間的互動關係，研究發現投信與自營商兩者會相互影響，而外資與國內散戶兩者之間卻沒有從眾的行為發生，有時甚至會出現反向操作的情況。

林雋琦(2001)利用 CSSD 及 CSAD 模型，來檢定台灣市場的共同基金在股票標的物交易上，判斷其從眾行為是否顯著。研究發現共同基金之間，對持股集中的買方或賣方會有從眾行為，在多頭時，會有明顯的追漲買進的強烈行為，以共同基金與股票市場的相關程度來說，共同基金的持股與整體市場行情的波動有顯著的關係。相對的，規模較小、成立時間較短、淨值較高並且操作績效較差的共同基金，其從

眾行為的程度會相對較低。

徐偉翔(2005)研究指出，以行為財務學來探討台灣證券市場是否具有從眾行為。研究期間自 2000 年 1 月至 2004 年 12 月底止，其實證結果發現到台灣市場的投資人在面臨到市場劇烈變動時，會傾向追逐產業而不是跟隨大盤。台灣證券市場的從眾行為實屬短期並非長期的行為，而且從眾行為於多頭與空頭市場中證實存在著不對稱現象。至於從眾行為與規模效應的實證方面，顯示規模最小投組的從眾現象會大於規模最大的投組；另外，在多頭市場規模最大投組的從眾現象會大於規模最小的投組；在空頭市場中，規模最小投組的從眾現象會大於規模最大的投組。

陳柏宏(2005)針對美國 S&P500 期貨市場的避險者、投資者與散戶作研究，經實證檢測發現，無論是避險者、投資者與散戶，都存在著顯著的從眾行為，其中以散戶最為強烈。其研究結果發現到各類別投資者從眾的強弱，以及報酬對從眾的影響，在期貨和現貨市場有著相當程度的差異。在現貨市場，機構法人的從眾行為會大於散戶，在期貨市場則以散戶較為明顯。而從眾對前期報酬的反應，現貨市場中常見追漲殺跌的行為，反而在期貨市場較少見，投機者與散戶甚至還有買低賣高的行為出現。

陳志宏(2007)研究檢視國內上市股票市場之投資行為是否具有

從眾現象。以 CSSD 和 CSAD 模型來衡量股票的離散程度，檢定該衡量值與相等權重市場報酬間是否存在著負向的非線性關係，若非線性項係數為負，表示該市場存在從眾現象。其實證結果發現，以 CSSD 模型檢測當市場報酬處於極端波動的時候，台灣股市並無顯著的從眾現象；然而以 CSAD 模型檢測台灣股市確實存在著從眾行為的現象。該研究也指出，影響從眾行為的因素主要有四個：市場極端多頭、揭示頻率增加、長短期債券殖利率差以及金融風暴期間。

第三章 研究方法

理論模型設定與推導

在此我們選用單因子利率模型中的 HO-Lee 利率模型[1]。

HO-Lee 利率模型為：

$$dr(t) = adt + \sigma dw_t$$

此處：$dr(t)$＝利率的瞬間變動，r 代表瞬間利率，或稱短期利率

a＝利率的反轉速度(Mean-Reversion Speed)，或稱反轉力道，

又稱為漂移項(drift term)

σ＝利率變動的瞬間標準差(每單位時間 dt)，又稱為

擴散項(diffusion term)

dw_t＝標準布朗運動(standard Brownian Motion)的變量，

$w_t \sim N(0,dt)$

可以得到短期(即期)利率方程式為：

$$r(t) = r(0) + at + \sigma w_t$$

接著，我們可以得到第 t+1 期的遠期利率(forward rate)為：

$$\tilde{R}_{t+1} = \int_t^{t+1} r(t)dt$$

此處：$\tilde{R}_{t+1} \sim \mathrm{N}\,(r(0) + at + \frac{a}{2}, \frac{\sigma^2}{3})$[2]

[1] 參照陳松男(2008)，「金融工程學(三版)」，彙整論述。

在滿足平睹過程下，可以得到第 t 期的真實債券價格為：

$$p_t^* = E^Q\left[\exp\left\{-\tilde{R}_{t+1}\right\}\right]$$ [3]

此處：$e^{-\tilde{R}_{t+1}} \sim \mathrm{N}\left(e^{-(r(0)+at+\frac{a}{2})+\frac{\sigma^2}{6}}, e^{-2(r(0)+at+\frac{a}{2})+\frac{\sigma^2}{3}}\left(e^{\frac{\sigma^2}{3}}-1\right)\right)$

考慮債券市場中有兩種交易者，一種是具有私人訊息和公開市場訊息的交易者，另一種是只具有公開市場訊息的交易者。假定具有私人訊息和公開市場訊息的交易者滿足介於 0 到 1 的均勻分配。我們考慮到每個具有私人訊息和公開市場訊息的交易者(i)，在第 t 期的時間會觀察到債券真實價格的訊號方程式[4]為

$$x_{i,t} = \theta_t + \varepsilon_{i,t}$$

此處：θ_t = 第 t 期債券應有真實價格的訊息，$\theta_t \sim N(y_t, \frac{1}{\alpha_t})$

$\varepsilon_{i,t}$ = 第 i 個交易者所觀察第 t 期債券價格的誤差項，

$\varepsilon_{i,t} \sim N(0, \frac{1}{\beta})$

其中，y_t = 第 t 期債券的公開市場資訊

α_t 、β 皆為交易者在第 t 期觀察訊息的精準度。

假定在債券市場中，擁有私人訊息和公開市場訊息的交易者占有

---

[2] 見附錄一

[3] 參照 Tomas Bjork(2004)，「Arbitrage Theory in Continuous Time」

[4] 參照 Allen, Morris and Shin(2003)，「Beauty Contests, Bubbles and Iterated Expectations In Asset Market」

比例π，而只有一般公開市場訊息的交易者占有比例$1-\pi$。

在第 t 期，可以知道擁有私人訊息和公開市場訊息的交易者預期的債券市場價格為：

$$p_{t,in} = E_i\left[e^{-\tilde{R}_{t+1}} p^*_{t+1} \middle| x_{i,t}, \overline{p_t} \right]$$

在第 t 期，可以知道只具有公開市場訊息的交易者預期的債券市場價格為：

$$p_{t,out} = E_i\left[e^{-\tilde{R}_{t+1}} p^*_{t+1} \middle| \overline{p_t} \right]$$

此處，p^*_{t+1}為第 t+1 期債券的真實價格

$\overline{p_t}$ 為第 t 期債券的市場價格

命題一：

債券的市場價格是線性函數，並且會受到公開市場資訊、債券的真實價格還有供給衝擊等因素所影響[5]。

y_t：第 t 期債券的公開市場資訊

θ_t：第 t 期債券的真實價格

s ：每一期債券的供給衝擊，$s \sim N(0,\frac{1}{\gamma})$

此處，γ＝觀察每一期債券供給衝擊的精準度。

然而，我們可以得到第 t 期的債券市場價格如下：

[5]參照 Allen, Morris and Shin(2003)，「Beauty Contests, Bubbles and Iterated Expectations In Asset Market」

$$\overline{p_t} = k_t(\lambda_t y_t + \mu_t \theta_t - s)$$

透過移項，可以得到

$$\frac{1}{k_t \mu_t}(\overline{p_t} - k_t \lambda_t y_t) = (\theta_t - \frac{s}{\mu_t}) \sim N(\theta_t, \frac{1}{\mu_t^2 \gamma})$$

證明：

在短期下，假設債券市場只存活兩期，第二期到期日債券被贖回給定 1 元，也就是 t=1, 2， $p_2^* = 1$。

我們可以知道兩種交易者因為資訊不對稱的因素，對債券的預期價格分別為：

同時擁有私人訊息和公開市場訊息的交易者預測第一期的債券市場價格為：

$$p_{1,in} = E_i\left[e^{-\tilde{R}_2} \middle| x_{i,1}, \overline{p_1} \right]$$

只具有公開市場訊息的交易者預測第一期的債券市場價格為：

$$p_{1,out} = E_i\left[e^{-\tilde{R}_2} \middle| \overline{p_1} \right]$$

並且我們預設第一期債券的市場價格為：

$$\overline{p_1} = k_1(\lambda_1 y + \mu_1 \theta_1 - s) \tag{3.1}$$

考量到債券第一期的真實價格為

$$p_1^* = \theta_1 = e^{-\tilde{R}_2} \sim N(e^{-(r(0)+\frac{3a}{2})+\frac{\sigma^2}{6}}, e^{-2(r(0)+\frac{3a}{2})+\frac{\sigma^2}{3}}(e^{\frac{\sigma^2}{3}} - 1))$$

令 $e^{-(r(0)+\frac{3a}{2})+\frac{\sigma^2}{6}} = y_1$

$$e^{-2(r(0)+\frac{3a}{2})+\frac{\sigma^2}{3}}(e^{\frac{\sigma^2}{3}}-1)=\frac{1}{\alpha_1}$$

$$p_{1,in}=E_i\left[e^{-\tilde{R}_2}\middle|x_{i,1},\overline{p_1}\right]$$

$$=\frac{(\alpha_1\text{-}\mu_1\gamma\lambda_1)\mathrm{y}_1+\frac{\mu_1\gamma}{k_1}\overline{p_1}+\beta x_{i,1}}{\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma}$$

$$p_{1,out}=E_i\left[e^{-\tilde{R}_2}\middle|\overline{p_1}\right]$$

$$=\frac{(\alpha_1\text{-}\mu_1\gamma\lambda_1)\mathrm{y}_1+\frac{\mu_1\gamma}{k_1}\overline{p_1}}{\alpha_1+\mu_1^2\gamma}$$

我們把擁有私人訊息和公開市場訊息的交易者所得到的價格和只具有公開市場訊息的交易者所得到的價格加總起來，並且考慮供給衝擊，可以得到第一期債券的市場價格為：

$$\overline{p_1}=\pi p_{1,in}+(1-\pi)p_{1,out}-s$$

$$=\frac{\pi\left[\frac{(\alpha_1\text{-}\mu_1\gamma\lambda_1)\mathrm{y}_1+\beta\theta_1}{\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma}\right]+(1-\pi)\left[\frac{(\alpha_1\text{-}\mu_1\gamma\lambda_1)\mathrm{y}_1}{\alpha_1+\mu_1^2\gamma}\right]-s}{1-\frac{\pi\frac{\mu_1\gamma}{k_1}(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)-(1-\pi)(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)\frac{\mu_1\gamma}{k_1}}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}} \tag{3.2}$$

將(3.1)式 和(3.2)式比較係數，可以得到如下：

$$(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)$$

$$=k_1(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)-(\alpha_1+\beta(1-\pi)+\mu_1^2\gamma)\mu_1\gamma \tag{3.3}$$

$$\pi\beta(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)$$

$$=k_1\mu_1(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)-(\alpha_1+\beta(1-\pi)+\mu_1^2\gamma)\mu_1^2\gamma \tag{3.4}$$

$$(\alpha_1+\beta(1-\pi)+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1-\mu_1\lambda_1\gamma_1)$$

$$=k_1\lambda_1(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)-(\alpha_1+\beta(1-\pi)+\mu_1^2\gamma)\mu_1\lambda_1\gamma \tag{3.5}$$

由(3.3)式

$$k_1=\frac{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)+(\alpha_1+\beta(1-\pi)+\mu_1^2\gamma)\mu_1\gamma}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)} \tag{3.6}$$

將(3.6)式代入(3.4)式

$$\gamma\mu_1^3+(\alpha_1+\beta)\mu_1-\pi\beta=0 \tag{3.7}$$

其判別式為$\Delta=\left(-\frac{-\pi\beta}{2\gamma}\right)^2+\left(\frac{\alpha_1+\beta}{3\gamma}\right)^3>0$

因為判別式大於 0，可知其解為一實根二虛根，利用一元三次式公式解並取實根，得到：

$$\mu_1=\sqrt[3]{\frac{\pi\beta}{2\gamma}+\sqrt{(\frac{\pi\beta}{2\gamma})^2+(\frac{\alpha_1+\beta}{3\gamma})^3}}+\sqrt[3]{\frac{\pi\beta}{2\gamma}-\sqrt{(\frac{\pi\beta}{2\gamma})^2+(\frac{\alpha_1+\beta}{3\gamma})^3}}$$

將(3.6)式代入(3.5)式，

$$\lambda_1=\frac{\alpha_1(\alpha_1+\beta(1-\pi)+\mu_1^2\gamma)}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)+(\alpha_1+\beta(1-\pi)+\mu_1^2\gamma)\mu_1\gamma} \tag{3.8}$$

所以我們可以得到第一期債券的市場價格為

$$\overline{p}_1=\left[1-\frac{\mu_1^2\gamma}{(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}-\frac{\alpha_1\beta\pi}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}\right]y_1$$

$$+\left[\mu_1+\frac{\mu_1^2\gamma}{(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}-\frac{\mu_1^2\gamma\beta\pi}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}\right]\theta_1$$

$$-\left[1+\frac{\mu_1\gamma}{(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}-\frac{\mu_1\gamma\beta\pi}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}\right]s$$

印證了每一期的債券價格皆會受到公開市場訊息、債券本身的真實價格與供給衝擊等因素所影響。

接著，我們要探討假設在短期下，債券市場只存活三期，那麼第一期債券的價格與第二期債券的價格之間會有甚麼關係。假設第三期到期日債券被贖回給定 1 元，也就是 t=1, 2, 3， $p_3^*=1$。

我們可以知道兩種交易者因為資訊不對稱的因素，對債券的預期價格分別為：

同時擁有私人訊息和公開市場訊息的交易者預測第二期的債券市場價格為：

$$p_{2,in}=E_i\left[e^{-\tilde{R}_3}\middle|x_{i,2},\overline{p_2}\right]$$

只擁有公開市場訊息的交易者預測第二期的債券市場價格為：

$$p_{2,out}=E_i\left[e^{-\tilde{R}_3}\middle|\overline{p_2}\right]$$

並且我們預設第二期債券的市場價格為：

$$\overline{p_2}=k_2(\lambda_2 y+\mu_2\theta_2-s) \tag{3.9}$$

考量到第二期債券的真實價格為：

$$p_2^*=\theta_2=e^{-\tilde{R}_3}\sim \mathrm{N}(e^{-(r(0)+\frac{5a}{2})+\frac{\sigma^2}{6}},e^{-2(r(0)+\frac{5a}{2})+\frac{\sigma^2}{3}}(e^{\frac{\sigma^2}{3}}-1))$$

令 $e^{-(r(0)+\frac{5a}{2})+\frac{\sigma^2}{6}}=y_2$

$$e^{-2(r(0)+\frac{5a}{2})+\frac{\sigma^2}{3}}(e^{\frac{\sigma^2}{3}}-1)=\frac{1}{\alpha_2}$$

$$p_{2,in}=E_i\left[e^{-\tilde{R}_3}\middle|x_{i,2},\overline{p_2}\right]$$

$$=\frac{(\alpha_2\text{-}\mu_2\gamma\lambda_2)\mathrm{y}_2+\frac{\mu_2\gamma}{k_2}\overline{p_2}+\beta x_{i,2}}{\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma}$$

$$p_{2,out}=E_i\left[e^{-\tilde{R}_3}\middle|\overline{p_2}\right]$$

$$=\frac{(\alpha_2\text{-}\mu_2\gamma\lambda_2)\mathrm{y}_2+\frac{\mu_2\gamma}{k_2}\overline{p_2}}{\alpha_2+\mu_2^2\gamma}$$

我們把擁有私人訊息和公開市場訊息的交易者所得到的價格和只具有公開資訊的交易者所得到的價格加總起來，並且考慮供給衝擊，可以得到第二期債券的市場價格為

$$\overline{p_2}=\pi p_{2,in}+(1-\pi)p_{2,out}-s$$

$$=\frac{\pi\left[\frac{(\alpha_2\text{-}\mu_2\gamma\lambda_2)\mathrm{y}_2+\beta\theta_2}{\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma}\right]+(1-\pi)\left[\frac{(\alpha_2\text{-}\mu_2\gamma\lambda_2)\mathrm{y}_2}{\alpha_2+\mu_2^2\gamma}\right]-s}{1-\frac{\pi\frac{\mu_2\gamma}{k_2}(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)-(1-\pi)(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)\frac{\mu_2\gamma}{k_2}}{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}} \qquad (3.10)$$

將(3.9)式和(3.10)式比較係數，可以得到如下：

$$(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)$$

$$=k_2(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)-(\alpha_2+\beta(1-\pi)+\mu_2^2\gamma)\mu_2\gamma \qquad (3.11)$$

$$\pi\beta(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)$$

$$=k_2\mu_2(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)-(\alpha_2+\beta(1-\pi)+\mu_2^2\gamma)\mu_2^2\gamma \qquad (3.12)$$

$$(\alpha_2+\beta(1-\pi)+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2-\mu_2\lambda_2\gamma_2)$$

$$=k_2\lambda_2(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)-(\alpha_2+\beta(1-\pi)+\mu_2^2\gamma)\mu_2\lambda_2\gamma \qquad (3.13)$$

由(3.11)式，

$$k_2=\frac{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)+(\alpha_2+\beta(1-\pi)+\mu_2^2\gamma)\mu_2\gamma}{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)} \qquad (3.14)$$

將(3.14)代入(3.12)，

$$\gamma\mu_2^3+(\alpha_2+\beta)\mu_2-\pi\beta=0 \qquad (3.15)$$

同理，其判別式為$\Delta=\left(-\frac{-\pi\beta}{2\gamma}\right)^2+\left(\frac{\alpha_2+\beta}{3\gamma}\right)^3>0$

可以解出

$$\mu_2=\sqrt[3]{\frac{\pi\beta}{2\gamma}+\sqrt{(\frac{\pi\beta}{2\gamma})^2+(\frac{\alpha_2+\beta}{3\gamma})^3}}+\sqrt[3]{\frac{\pi\beta}{2\gamma}-\sqrt{(\frac{\pi\beta}{2\gamma})^2+(\frac{\alpha_2+\beta}{3\gamma})^3}}$$

再把(3.14)式代入(3.13)式，

$$\lambda_2=\frac{\alpha_2(\alpha_2+\beta(1-\pi)+\mu_2^2\gamma)}{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)+(\alpha_2+\beta(1-\pi)+\mu_2^2\gamma)\mu_2\gamma}$$

所以我們可以得到第二期債券的市場價格為：

$$\overline{p_2}=\left[1-\frac{\mu_2^2\gamma}{(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}-\frac{\alpha_2\beta\pi}{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}\right]y_2$$

$$+\left[\mu_2+\frac{\mu_2^2\gamma}{(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}-\frac{\mu_2^2\gamma\beta\pi}{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}\right]\theta_2$$

$$-\left[1+\frac{\mu_2\gamma}{(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}-\frac{\mu_2\gamma\beta\pi}{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}\right]s$$

接著，我們可以知道兩種交易者因為資訊不對稱的因素，他們對債券的預期價格分別為：

同時擁有私人訊息和公開市場訊息的交易者預測第一期的債券市場價格為：

$$p_{1,in} = E_i\left[e^{-\widetilde{R}_2} p_2^* \middle| x_{i,1}, \overline{p_1} \right]$$

只擁有公開市場訊息的交易者預測第一期的債券市場價格為：

$$p_{1,out} = E_i\left[e^{-\widetilde{R}_2} p_2^* \middle| \overline{p_1} \right]$$

並且我們預設第一期債券的市場價格為：

$$\overline{p_1} = k_1(\lambda_1 y + \mu_1\theta_1 - s) \tag{3.16}$$

考慮到債券第一期的真實價格為：

$$p_1^* = \theta_1 = e^{-\widetilde{R}_2} p_2^* = e^{-(\widetilde{R}_2+\widetilde{R}_3)}$$

$$= e^{-\int_1^3 r(s)ds} = e^{-(2r(0)+4a+\sigma\int_1^3 w_s ds)}$$

$$p_1^* = \theta_1 = e^{-\widetilde{R}_2} p_2^* \sim \mathrm{N}(e^{-(2r(0)+4a)+\frac{4\sigma^2}{3}}, e^{-2(2r(0)+4a)+\frac{8\sigma^2}{3}}(e^{\frac{8\sigma^2}{3}}-1))$$

令 $e^{-(2r(0)+4a)+\frac{4\sigma^2}{3}} = y_1$

$$e^{-2(2r(0)+4a)+\frac{8\sigma^2}{3}}(e^{\frac{8\sigma^2}{3}}-1) = \frac{1}{\alpha_1}$$

$$p_{1,in} = E_i\left[e^{-\widetilde{R}_2} p_2^* \middle| x_{i,1}, \overline{p_1} \right]$$

$$= \frac{(\alpha_1\text{-}\mu_1\gamma\lambda_1)\mathrm{y}_1 + \frac{\mu_1\gamma}{k_1}\overline{p_1} + \beta x_{i,1}}{\alpha_1 + \beta + \mu_1^2\gamma}$$

$$p_{1,out} = E_i\left[e^{-\widetilde{R}_2} p_2^* \middle| \overline{p_1}\right]$$

$$= \frac{(\alpha_1 \text{-} \mu_1\gamma\lambda_1)\mathrm{y}_1 + \dfrac{\mu_1\gamma}{k_1}\overline{p_1}}{\alpha_1 + \mu_1^2\gamma}$$

我們把擁有私人訊息和公開市場訊息的交易者所得到的價格和只具有公開市場資訊的交易者所得到的價格加總起來，並且考慮供給衝擊，可以得到第一期債券的市場價格為

$$\overline{p_1} = \pi p_{1,in} + (1-\pi) p_{1,out} - s$$

$$= \frac{\pi\left[\dfrac{(\alpha_1 \text{-} \mu_1\gamma\lambda_1)\mathrm{y}_1 + \beta\theta_1}{\alpha_1 + \beta + \mu_1^2\gamma}\right] + (1-\pi)\left[\dfrac{(\alpha_1 \text{-} \mu_1\gamma\lambda_1)\mathrm{y}_1}{\alpha_1 + \mu_1^2\gamma}\right] - s}{1 - \dfrac{\pi\dfrac{\mu_1\gamma}{k_1}(\alpha_1 + \mu_1^2\gamma) - (1-\pi)(\alpha_1 + \beta + \mu_1^2\gamma)\dfrac{\mu_1\gamma}{k_1}}{(\alpha_1 + \beta + \mu_1^2\gamma)(\alpha_1 + \mu_1^2\gamma)}} \qquad (3.17)$$

將(3.16)式和(3.17)式比較係數，可以得到如下：

$$(\alpha_1 + \beta + \mu_1^2\gamma)(\alpha_1 + \mu_1^2\gamma)$$

$$= k_1(\alpha_1 + \beta + \mu_1^2\gamma)(\alpha_1 + \mu_1^2\gamma) - (\alpha_1 + \beta(1-\pi) + \mu_1^2\gamma)\mu_1\gamma \qquad (3.18)$$

$$\pi\beta(\alpha_1 + \mu_1^2\gamma)$$

$$= k_1\mu_1(\alpha_1 + \beta + \mu_1^2\gamma)(\alpha_1 + \mu_1^2\gamma) - (\alpha_1 + \beta(1-\pi) + \mu_1^2\gamma)\mu_1^2\gamma \qquad (3.19)$$

$$(\alpha_1 + \beta(1-\pi) + \mu_1^2\gamma)(\alpha_1 - \mu_1\lambda_1\gamma_1)$$

$$= k_1\lambda_1(\alpha_1 + \beta + \mu_1^2\gamma)(\alpha_1 + \mu_1^2\gamma) - (\alpha_1 + \beta(1-\pi) + \mu_1^2\gamma)\mu_1\lambda_1\gamma \qquad (3.20)$$

由(3.18)式，

$$k_1 = \frac{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)+(\alpha_1+\beta(1-\pi)+\mu_1^2\gamma)\mu_1\gamma}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)} \tag{3.21}$$

將(3.21)式代入(3.19)式，

$$\gamma\mu_1^3+(\alpha_1+\beta)\mu_1-\pi\beta=0 \tag{3.22}$$

其判別式為$\Delta=\left(-\frac{-\pi\beta}{2\gamma}\right)^2+\left(\frac{\alpha_1+\beta}{3\gamma}\right)^3>0$

同理，可以解出

$$\mu_1=\sqrt[3]{\frac{\pi\beta}{2\gamma}+\sqrt{(\frac{\pi\beta}{2\gamma})^2+(\frac{\alpha_1+\beta}{3\gamma})^3}}+\sqrt[3]{\frac{\pi\beta}{2\gamma}-\sqrt{(\frac{\pi\beta}{2\gamma})^2+(\frac{\alpha_1+\beta}{3\gamma})^3}}$$

將(3.21)式代入(3.20)式，

$$\lambda_1=\frac{\alpha_1(\alpha_1+\beta(1-\pi)+\mu_1^2\gamma)}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)+(\alpha_1+\beta(1-\pi)+\mu_1^2\gamma)\mu_1\gamma}$$

所以我們可以得到第一期債券的市場價格為：

$$\begin{aligned}\overline{p}_1 &= \left[1-\frac{\mu_1^2\gamma}{(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}-\frac{\alpha_1\beta\pi}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}\right]y_1 \\ &+\left[\mu_1+\frac{\mu_1^2\gamma}{(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}-\frac{\mu_1^2\gamma\beta\pi}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}\right]\theta_1 \\ &-\left[1+\frac{\mu_1\gamma}{(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}-\frac{\mu_1\gamma\beta\pi}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}\right]s\end{aligned}$$

接下來，我們分別對第一期債券的市場價格和第二期債券的市場價格取期望值，得到如下：

$$E[\overline{p}_1]=\left[1-\frac{\mu_1^2\gamma}{(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}-\frac{\alpha_1\beta\pi}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}\right]y_1$$

$$+\left[\mu_1+\frac{\mu_1^2\gamma}{(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}-\frac{\mu_1^2\gamma\beta\pi}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}\right]\theta_1$$

$$E[\overline{p_2}]=\left[1-\frac{\mu_2^2\gamma}{(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}-\frac{\alpha_2\beta\pi}{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}\right]y_2$$

$$+\left[\mu_2+\frac{\mu_2^2\gamma}{(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}-\frac{\mu_2^2\gamma\beta\pi}{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}\right]\theta_2$$

因為$E\left[s\right]=0$，

其中$\mu_1=\sqrt[3]{\frac{\pi\beta}{2\gamma}+\sqrt{(\frac{\pi\beta}{2\gamma})^2+(\frac{\alpha_1+\beta}{3\gamma})^3}}+\sqrt[3]{\frac{\pi\beta}{2\gamma}-\sqrt{(\frac{\pi\beta}{2\gamma})^2+(\frac{\alpha_1+\beta}{3\gamma})^3}}$

$$\mu_2=\sqrt[3]{\frac{\pi\beta}{2\gamma}+\sqrt{(\frac{\pi\beta}{2\gamma})^2+(\frac{\alpha_2+\beta}{3\gamma})^3}}+\sqrt[3]{\frac{\pi\beta}{2\gamma}-\sqrt{(\frac{\pi\beta}{2\gamma})^2+(\frac{\alpha_2+\beta}{3\gamma})^3}}$$

令$\mathrm{A}_1=1-\frac{\mu_1^2\gamma}{(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}-\frac{\alpha_1\beta\pi}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}$

$$A_2=1-\frac{\mu_2^2\gamma}{(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}-\frac{\alpha_2\beta\pi}{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}$$

$$B_1=\mu_1+\frac{\mu_1^2\gamma}{(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}-\frac{\mu_1^2\gamma\beta\pi}{(\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma)(\alpha_1+\mu_1^2\gamma)}$$

$$B_2=\mu_2+\frac{\mu_2^2\gamma}{(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}-\frac{\mu_2^2\gamma\beta\pi}{(\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma)(\alpha_2+\mu_2^2\gamma)}$$

$$A_1-A_2=(1-\pi)[\frac{\alpha_1}{\alpha_1+\mu_1^2\gamma}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2+\mu_2^2\gamma}]$$

$$+\pi[\frac{\alpha_1}{\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma}] \tag{3.23}$$

$$B_1-B_2=(\mu_1-\mu_2)+(1-\pi)[\frac{\alpha_2}{\alpha_2+\mu_2^2\gamma}-\frac{\alpha_1}{\alpha_1+\mu_1^2\gamma}]$$

$$+\pi[\frac{\alpha_2+\beta}{\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma}-\frac{\alpha_1+\beta}{\alpha_1+\beta+\mu_1^2\gamma}] \tag{3.24}$$

命題二：

我們可以發現到當$\alpha_1=\alpha_2$時，會得到 $\mu_1=\mu_2$ ，也就是$A_1-A_2=0$並且$B_1-B_2=0$。也就是說，交易者對債券第一期和第二期的真實價格，當觀察到有一樣的變異數時，這兩期債券的預期價格會一樣。

為了方便觀察α_1和α_2產生微小變化量時，μ_1和μ_2會怎麼變化，所以在這裡令

$$\alpha_1=\alpha_2+\Delta_1 \tag{3.25}$$

$$\mu_1=\mu_2+\Delta_2 \tag{3.26}$$

將(3.25)式和(3.26)式代入(3.23)式，可以得到：

$$A_1-A_2=(1-\pi)[\frac{\alpha_2+\Delta_1}{(\alpha_2+\Delta_1)+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2+\mu_2^2\gamma}]$$

$$+\pi[\frac{\alpha_2+\Delta_1}{(\alpha_2+\Delta_1)+\beta+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma}] \tag{3.27}$$

並且將(3.27)式分別對Δ_1和Δ_2偏微分，可以得到：

$$\frac{\partial(A_1-A_2)}{\partial\Delta_1}=(1-\pi)[\frac{(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma}{((\alpha_2+\Delta_1)+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma)^2}]$$

$$+\pi[\frac{\beta+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma}{((\alpha_2+\Delta_1)+\beta+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma)^2}] \tag{3.28}$$

$$\frac{\partial(A_1-A_2)}{\partial\Delta_2}=(1-\pi)[\frac{-2(\alpha_2+\Delta_1)(\mu_2+\Delta_2)\gamma}{((\alpha_2+\Delta_1)+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma)^2}]$$

$$+\pi[\frac{-2(\alpha_2+\Delta_1)(\mu_2+\Delta_2)\gamma}{((\alpha_2+\Delta_1)+\beta+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma)^2}] \qquad (3.29)$$

由(3.28)式和(3.29)式，可知$\frac{\partial(A_1-A_2)}{\partial\Delta_1}>0$、$\frac{\partial(A_1-A_2)}{\partial\Delta_2}<0$，所以沒有內部極值點存在。

將(3.25)式和(3.26)式代入(3.24)式，可以得到：

$$B_1-B_2=\Delta_2+(1-\pi)[\frac{\alpha_2}{\alpha_2+\mu_2^2\gamma}-\frac{\alpha_2+\Delta_1}{(\alpha_2+\Delta_1)+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma}]$$

$$+\pi[\frac{\alpha_2+\beta}{\alpha_2+\beta+\mu_2^2\gamma}-\frac{(\alpha_2+\Delta_1)+\beta}{(\alpha_2+\Delta_1)+\beta+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma}] \qquad (3.30)$$

將(3.30)式分別對Δ_1和Δ_2偏微分，可以得到

$$\frac{\partial(B_1-B_2)}{\partial\Delta_1}=-(1-\pi)[\frac{(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma}{((\alpha_2+\Delta_1)+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma)^2}]$$

$$-\pi[\frac{(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma}{((\alpha_2+\Delta_1)+\beta+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma)^2}] \qquad (3.31)$$

$$\frac{\partial(B_1-B_2)}{\partial\Delta_2}=1+(1-\pi)[\frac{2(\alpha_2+\Delta_1)(\mu_2+\Delta_2)\gamma}{((\alpha_2+\Delta_1)+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma)^2}]$$

$$+\pi[\frac{2(\alpha_2+\Delta_1+\beta)(\mu_2+\Delta_2)\gamma}{((\alpha_2+\Delta_1)+\beta+(\mu_2+\Delta_2)^2\gamma)^2}] \qquad (3.32)$$

由(3.31)式和(3.32)式， 可知$\frac{\partial(B_1-B_2)}{\partial\Delta_1}<0$、$\frac{\partial(B_1-B_2)}{\partial\Delta_2}>0$，所以沒有內部極值點存在。

接著，考慮$\alpha_1 = \dfrac{e^{4r(0)+8a}}{e^{\frac{8\sigma^2}{3}}(e^{\frac{8\sigma^2}{3}}-1)}$

$$\alpha_2 = \frac{e^{2r(0)+5a}}{e^{\frac{\sigma^2}{3}}(e^{\frac{\sigma^2}{3}}-1)}$$

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{e^{2r(0)+3a}(e^{\frac{\sigma^2}{3}}-1)}{e^{\frac{7\sigma^2}{3}}(e^{\frac{8\sigma^2}{3}}-1)} \tag{3.33}$$

令$e^{\frac{\sigma^2}{3}} = t$，$e^{2r(0)+3a} = K$，此時$t > 1$

由(3.33)式可以得到，

$$f(t) = t^7(t^8-1) - K(t-1)，f(1) = 0 \tag{3.34}$$

把(3.34)式對t作一階導數和二階導數，

$$\frac{d}{dt}f(t) = 15t^{14} - 7t^6 - K$$

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} = 210t^{13} - 42t^5 > 0，\forall t > 1$$

$$f'(1) = 15 - 7 - K$$

由上可知，只要滿足$8 \ge K$ ($8 \ge e^{2r(0)+3a}$)，對於$\forall t > 1$，皆可以得到

$\alpha_1 \le \alpha_2$。

若是$8 < K$ ($8 < e^{2r(0)+3a}$)，對於$1 < t < t_0$，並且滿足

$f'(t_0) = 15{t_0}^{14} - 7{t_0}^6 - K = 0$，則此區間$\alpha_1 > \alpha_2$。

在一樣的條件下，對於$\forall t \ge t_0$，則可以得到$\alpha_1 \le \alpha_2$。

命題三：

(1) 當α_1大於α_2時，μ_1一定會小於μ_2。也就是觀察第一期債券真實價格的變異數較小時，債券真實價格在第二期的權重影響會比較大。

(2) 當α_1小於α_2時，μ_1一定會大於μ_2。也就是觀察第一期債券真實價格的變異數較大時，債券真實價格在第一期的權重影響會比較大。

證明：

考慮μ_1、μ_2，由(3.15)式和(3.22)式已知，

$$\gamma\mu_1^3+(\alpha_1+\beta)\mu_1-\pi\beta=0$$

$$\gamma\mu_2^3+(\alpha_2+\beta)\mu_2-\pi\beta=0$$

合併上面兩式可以得到，

$$\gamma\mu_1^3+(\alpha_1+\beta)\mu_1=\gamma\mu_2^3+(\alpha_2+\beta)\mu_2$$

$$\gamma(\mu_1^3-\mu_2^3)+(\alpha_1\mu_1-\alpha_2\mu_2)+\beta(\mu_1-\mu_2)=0$$

$$(\mu_1-\mu_2)(\mu_1^2+\mu_1\mu_2+\mu_2^2+\frac{\beta}{\gamma})=\frac{(\alpha_2\mu_2-\alpha_1\mu_1)}{\gamma} \tag{3.35}$$

我們分成兩種情況去討論：

(1) 當$\alpha_1>\alpha_2$時，

假如$\mu_1-\mu_2>0$，由(3.35)式可知矛盾，所以必須$\mu_1-\mu_2<0$。

在此情況下，$\Delta_1>0$、$\Delta_2<0$，由(3.28)式和(3.29)式並且在

$(\Delta_1, \Delta_2) = (0,0)$ 時 $A_1 - A_2 = 0$，會發現到在此範圍下 $A_1 - A_2 > 0$。

同理，在此情況下，$\Delta_1 > 0$、$\Delta_2 < 0$，由(3.31)式和(3.32)式並且

$(\Delta_1, \Delta_2) = (0,0)$ 時 $B_1 - B_2 = 0$，會發現到在此範圍下 $B_1 - B_2 < 0$。

在上述情形下，債券的預期價格在第一期受到公開資訊的影響權重比較大，也就是說只具有公開市場訊息的交易者，他們的決策和其交易行為主導了債券的價格，反而讓擁有內部訊息的效益無法顯現出來，使得債券的市場價格偏離了其應有的真實價格，導致交易者沒有誘因去獲取私有訊息，依據所能獲取的公開資訊，最後債券價格的決定便取決於只具有公開市場訊息的交易者之交易行為。

(2) 當 $\alpha_1 < \alpha_2$ 時，

假如 $\mu_1 - \mu_2 < 0$，由(3.35)式可知矛盾，所以必須 $\mu_1 - \mu_2 > 0$。

在此情況下，$\Delta_1 < 0$、$\Delta_2 > 0$，由(3.28)式和(3.29)式並且在

$(\Delta_1, \Delta_2) = (0,0)$ 時 $A_1 - A_2 = 0$，會發現到在此範圍下 $A_1 - A_2 < 0$。

同理，在此情況下，$\Delta_1 < 0$、$\Delta_2 > 0$，由(3.31)式和(3.32)式並且

$(\Delta_1, \Delta_2) = (0,0)$ 時 $B_1 - B_2 = 0$，會發現到在此範圍下 $B_1 - B_2 > 0$。

在上述情形下，債券的預期價格在第一期受到公開資訊的影響權重比較小，是說同時擁有內部私人訊息和公開市場訊息的交易者，他們所作的決策和其交易行為主導了債券的價格，使得擁有內部私人訊息的效益可以顯現出來，讓債券的市場價格偏向其應有的真實價格。

第四章 結論與建議

第一節 結論

在現實生活中，所有的資訊皆可分成公開訊息與私有訊息。理論上，交易資訊愈透明的市場，其價格效率性會較佳。而資訊透明度對流動性和波動性的影響，不管是理論還是國內外的實證結果，都有著不一樣的看法。國內外的學者紛紛想要用理性的模型來解釋，投資人在證券市場上的交易行為，基於套利的誘因與資訊本身的價值等因素外，證券市場仍然存在著許多反應過度或是反應不足的情況。然而，會造成此現象的可能原因就是市場投資者的從眾行為。

本研究是結合 keynes 所提出的選美競爭概念，進一步探討財務工程上利用平賭過程所計算出的債券價格和真實市場的債券價格之間的關係。整個模型的設定是基於市場可能會有從眾行為的現象產生，部分訊息無法真正反應，導致債券價格無法呈現真實價格，所以只能用條件期望值去計算市場價格並預測。

由命題一可知，債券的市場價格必定會受到公開市場訊息、債券本身真實價格與供給衝擊等因素的影響。這也是債券的市場價格可能會有從眾行為產生的因素。

透過命題二和命題三，發現真正會影響到交易者對債券價格的預

測行為，其最主要的原因有三個：

每個債券交易者所擁有的利率行為方程式中，

(1) 來自於擴散項(diffusion term)的係數，也就是瞬間變量的標準差。

(2) 漂移項(drift term)的係數，也就是利率的反轉速度。

(3) 一開始在第零期的初始利率。

上述三個影響因子的選取，最後皆會影響債券真實價格的權重，也間接影響了公開市場訊息影響的權重，並且比較這兩者的權重大小，從而得知，債券市場的交易者有無從眾行為的現象。換句話說，在本論文研究發現到，在債券市場上，交易者欲利用資訊來決定上述三個外生變數的選取，即為債券市場是否有從眾行為產生的最主要因素。

第二節 研究限制

現今一般利率模型眾多，若是選用較概化的利率模型，雖然可以較準確描述現行的利率期間結構與利率的波動度期間結構，卻會帶來過於繁複的計算過程，並且難以比較出最後債券的市場價格的決定因素會來自於哪種交易類型的交易者，為了能方便與 Keynes 選美競爭理論模型作結合，故在此選用較簡化的單因子利率模型(HO-Lee(1986)利率模型)來探討研究，考慮受到資訊不對稱的影響下，嘗試在債券市場中找出影響市場價格的因素，並探討債券市場有無從眾行為的現象發生。

參考文獻

英文部分

Allen, F., S. Morris and H. S. Shin(2003), "Public Signals and Private Information Acquisition in Asset Prices", in progress.

Allen, F., S. Morris, and A. Postlewaite, (1993),"Finite bubbles with short sale constraints and asymmetric information", Journal of Economic Theory, vol.61, pp.206-229.

Banerjee, A.(1992), "A Simple Model of Herding Behavior", Quarterly Journal of Economics, vol.107, pp.797-817.

Bikhchandani, S., Hirshleifer, D. and Welch, I.(1992), "A Theory of Fads, Fashion, Custom, and Cultural Changes as Informational Cascades", Journal of Political Economy, vol.100, pp.992-1026.

Black, F. (1986), "Noise", Journal of Finance, vol.41,pp. 529-543.

Brown D. and R. Jennings(1989), "On Technical Analysis", Review of Financial Studies vol.2, pp.527-551.

Chamley, C. and D. Gale(1994), "Information Revelation and Strategic Delay in a Model of Investment", Econometrica, vol.62,pp.1065-1085.

Chang, E. C., Cheng, J. W. and Khorana, A. (2000), “An examination of herd behavior in equity market: An international perspective”, Journal of Banking and Finance, vol.24, pp.1651-1679.

Choe, H. B. Kho and R. Stulz, (1999), “Do foreign investor destabilize stock markets? The Korean experience in 1997”, Journal of Financial Economics, vol.54(2), pp.227-264.

Chowdhry, B. and V. Nanda(1991), “Multimarket Trading and Market Liquidity”, The Review of Financial Studies1991 vol.4(3), pp.483-511.

Cristie, W. G. and Huang, R. D. (1995), “Following the pied piper:Do individual returns herd around the market?”, Financial Analysts Journal ,vol.51, pp.31-37.

Devenow, A. (1996), “Rational herding in financial economics”, European Economic Review 40(1996) pp.603-615.

Froot, K. A.,Scharfstein, D. S. and Stein, J. C.(1992), “Herd on the Street: Informational Inefficiencies in a Market with Short-Term Speculation”, Journal of Finance,vol.147, pp.1461-1484.

Grahams, J. (1999), “Herding among Investment Newsletters: Theory and Evidence”, Journal of Finance vol.54, pp.237-268.

Grundy, B. and M. McNichols(1989), “Trade and Revelation of Information through Prices and Direct Disclosure”, Review of Financial Studies vol.2, pp.495-526.

He, H. and J. Wang(1995), “Differential Information and Dynamic Behavior of Stock Trading Volume”, Review of Financial Studies vol.8, pp.914-972.

Keynes, J. M.(1936), “The General Theory of Employment, Interest and Money”, Macmillan London.

Lakonishok , J.,A. Shleifer and R.W. Vishny(1992), “The impact of institutional trading on stock prices, Journal of Financial Economics,vol.32, pp.23-43.

Lin, T., Thomas C. C., Joseph R. M. and Edward N. (2007), “Herding behavior in Chinese stock markets: an examination of A and B shares”, Pacific-Basin Finance Journal, In Press, Accepted Manuscript.

Maug, E. and N. Naik(1995), “Herding and delegated portfolio management: The impact of relative performance evaluation on asset allocation”, Working Paper (London Business School, London).

Morris S. and H. Shin(2002), “The Social Value of Public Information”, American Economic Review, vol.92,pp.1521-1534.

Scharfstein, D. S. and Stein, J.C.(1990), “Herd Behavior and Investment”, American Economic Review, vol.80, pp.465-479.

Shiller, R. (2000), “Irrational Exuberance”, Princeton: Princeton University Press.

Singleton, K. (1987), “Asset Prices in a Time-Series Model with Disparately Informed, Competitive Traders”, in New Approaches to Monetary Economic Theory and Econometrics eds.

Wermers, R. (1999), “Mutual Fund Herding and the Impact on Stock Prices”, The Journal of Finance, vol.54(2), pp.581-622.

Zhang, J.(1997), “Strategic Delay and the Onset of Investment Cascades”, RAND Journal of Economics, vol.28, pp.188-205.

中文部分

吳孟君，2000，“共同基金從眾行為與價格發現之研究”，國立中正大學碩士論文。

林雋琦，2001，“國內共同基金從眾現象及原因分析”，國立雲林科技大學碩士論文。

徐偉翔，2005，“投資人從眾行為之再檢視–就台灣市場產業別分類之觀察”，國立彰化師範大學商業教育系碩士論文。

陳志宏，2007，“台灣股市從眾行為之分析”，國立中山大學財務管理學系碩士論文。

陳柏宏，2005，“避險者、投機者與散戶的從眾行為–以美國 S&P500 期貨市場為例”，國立中山大學財務管理學系碩士論文。

陳執中，2006，“投資人之從眾行為與股市崩盤之關係研究”，國立政治大學國際貿易研究所碩士論文。

蘇惟宏，2000，“機構法人從眾行為之研究–國內股市集中交易市場為例”， 國立政治大學企業管理研究所碩士論文。

附錄一

HO-Lee 利率模型為：

$$dr(t) = adt + \sigma dw_t$$

$$r(t) = r(0) + at + \sigma w_t$$

找出第 t+1 期的遠期利率(forward rate)為：

$$\begin{aligned}\tilde{R}_{t+1} &= \int_t^{t+1} r(t)dt \\ &= \int_t^{t+1} r(0)ds + \int_t^{t+1} asds + \int_t^{t+1} \sigma w_s ds \\ &= r(0) + \frac{a}{2}(2t+1) + \sigma \int_t^{t+1} w_s ds\end{aligned}$$

設 $\hat{w}_t = w_{t+1} - w_t$，與多變數常態分配的一次結合亦為常態分配之理由相同，$\int_0^1 \hat{w}_s ds$ 的分配亦為常態分配。

其中，$E\left(\int_0^1 \hat{w}_s ds\right) = \int_0^1 E\left(\hat{w}_s\right) ds = 0$

$$\begin{aligned}E\left(\left(\int_0^1 \hat{w}_s ds\right)^2\right) &= E\left(\int_0^1 \hat{w}_s ds \int_0^1 \hat{w}_u du\right) \\ &= \int_0^1 \int_0^1 E\left(w_s w_u dsdu\right) \\ &= \int_0^1 \int_0^1 \min\left(s,u\right) dsdu \\ &= 2\int_0^1 \int_0^u sdsdu \\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

因為若是$s > u$時，

$$E\left(w_u w_s\right) = E\left(w_u\left(w_s - w_u + w_u\right)\right) = 0 + u$$

所以，$E\left(w_u w_s\right) = \left(\min\left(u, s\right)\right)$，即可得到

$$\int_0^1 \hat{w}_s ds \text{之分配} = N(0, \frac{1}{3})$$

由此可知，$E\left[\tilde{R}_{t+1}\right] = r(0) + \frac{a}{2}(2t+1)$

$$Var\left[\tilde{R}_{t+1}\right] = \frac{\sigma^2}{3}$$

故$\tilde{R}_{t+1} \sim N(r(0) + at + \frac{a}{2}, \frac{\sigma^2}{3})$