

國立政治大學應用數學系

數學教學碩士在職專班

碩士學位論文

以相關係數探討題組型試題之鑑別度

An Exploratory Study of Discrimination Index
of Testlet by Using Correlation Coefficient

碩專班學生：李昕儀撰

指導教授：宋傳欽博士

譚克平博士

中華民國一百年一月八日

摘 要

題組題是依據所提供之新情境和資料作答的試題類型，它能測量到學生的理解、應用、分析或評鑑能力，一般來說，同一題組內各子題有某種程度的關聯性。由於題組題是近幾年國民中學基本學力測驗常見的試題類型，且目前各種鑑別度定義僅針對單一試題作鑑別度分析，若將其應用在分析題組型試題鑑別度時，除了無法計算題組本身的鑑別度之外，甚至會忽略題組內各子題之間的關聯性。此外，目前題組鑑別度的相關研究並不多，故本論文以複相關係數的觀點探討其鑑別度，提供新的研究方向。本文先分析獨立型試題鑑別度，並將其研究結果拓展至題組型試題。對於獨立型試題，本文驗證了以點二系列相關為定義的鑑別度是以相關係數為定義的鑑別度之特例。對於題組型試題，在蒐集測驗結果資料後，本文運用迴歸分析的技巧計算「題組本身」鑑別度，同時，為了探求在排除同一題組內前面各子題影響力後的子題鑑別度對於該題組鑑別度的貢獻程度，故本文提出「淨得分」與「淨鑑別度」的新概念，並發現題組鑑別度與各子題淨鑑別度之間有密切的關聯性；再者，本文亦提供了檢定各子題淨鑑別度是否顯著的統計方法。最後，以 99 年第一次國中基測英語科試題為例，利用本文研究結果計算其獨立型試題鑑別度以及題組試題之題組鑑別度、各子題鑑別度與各子題淨鑑別度，並與其它有關試題鑑別度的研究作比較與分析。

關鍵字：相關係數、點二系列相關、題組、子題、鑑別度、淨得分、淨鑑別度

ABSTRACT

For testlet, it is answered by the provided new situation and information, can measure the student's understanding, application, analysis and judging ability. Generally speaking, a relation exists in each item within testlet. In the recent years, testlet is an usual type in the Basic Competence Test for Junior High School. Moreover, current all definitions of discrimination index are only focusing on the single item. When these definitions are applied to analyze the discrimination index of testlet directly, not only the discrimination index of testlet can not be calculated but the relation between items within testlet will be neglected. Furthermore, due to the lack of the discrimination index study on testlet, this thesis investigates the discrimination index of testlet by regression analysis with the view point of multiple correlation coefficient and provides a new direction for the following study. This thesis is investigating the discrimination index of independent items, and this result is applied to testlet. For individual items, this study proves that point-biserial correlation is a special case of correlation coefficient. For testlet, after data collection, this study calculates the discrimination index of testlet itself by regression analysis. In the meantime, for investigating the contribution of the discrimination index of testlet of item within testlet which is getting rid of the influence of the previous items in the same testlet, this study proposes a new concept of "net score" and "net discrimination". First, this study finds the close relation between the discrimination index of testlet and item within testlet. Second, this study states how to find the "net" discrimination index of item within testlet is remarkable or not by statistics. Finally, this study takes the English test items of the First Basic Competence Test for Junior High School Students in 2010 as example to calculate their discrimination index of individual item, testlet, item with testlet, and the net discrimination index of item within testlet, separately, by the deduced formula. A comparison and analysis between this and related study also have been taken into process in this study.

Key words: correlation coefficient, point-biserial correlation, testlet, item within testlet, discrimination index, net score, net discrimination index

目 錄

摘要	iii
ABSTRACT	iv
目錄	v
表目錄	vi
第一章 緒論	1
1.1 前言	1
1.2 研究動機	1
1.3 論文架構	3
第二章 文獻探討	4
2.1 試題鑑別度的理論	4
2.2 試題鑑別度的相關研究	12
第三章 獨立型試題鑑別度之探討	23
3.1 基本假設	23
3.2 相關係數鑑別度	23
3.3 範例	27
第四章 題組型試題子題及題組鑑別度之探討	29
4.1 基本假設	29
4.2 題組內子題之鑑別度	30
4.3 題組之鑑別度	32
4.4 題組內子題之淨鑑別度	34
4.5 範例	39
第五章 實例分析	44
5.1 資料來源	44
5.2 資料分析	45
第六章 總結	52
6.1 研究結論	52
6.2 研究建議	53
參考文獻	54
附錄一 鑑別度程式及其使用說明	55
附錄二 定理 4.3 證明	58
附錄三 99 年第一次國民中學學生基本學力測驗英語科題本	61
附錄四 99 年第一次國民中學學生基本學力測驗英語科題本參考答案	75

圖目錄

附圖一	程式操作步驟一畫面	55
附圖二	程式操作步驟二畫面	56
附圖三	程式操作步驟三畫面	56
附圖四	程式操作步驟四畫面	57



表 目 錄

表 2-1	教育測驗的分類	5
表 2-2	鑑別度值的評鑑標準	7
表 2-3	Φ 相關的 2×2 列聯表範例.....	9
表 2-4	Garrett 相關係數解釋表	11
表 2-5	例 1 之學生作答情形	14
表 2-6	例 1 的傳統模式與機率模式之難度與鑑別度比較表	16
表 2-7	例 2 之學生作答情形	18
表 2-8	例 2 的傳統模式與機率模式之子題難度與鑑別度比較表	22
表 3-1	例 3 傳統模式、機率模式與相關係數模式鑑別度比較表	27
表 3-2	例 1 修改中間群體學生作答資料之答題情形	28
表 3-3	例 3 中間群體資料異動對傳統、機率與相關係數模式鑑別度之影響.....	28
表 4-1	例 2 的作答情形改成以得分方式呈現	40
表 4-2	排除第 1 子題影響力後的第 2 子題淨得分	41
表 4-3	排除第 1、2 子題影響力後的第 3 子題淨得分	42
表 4-4	例 4 的各子題鑑別度、各子題淨鑑別度與各題組鑑別度	42
表 4-5	傳統模式與機率模式下例 4 各子題鑑別度	43
表 5-1	獨立型試題之傳統模式與相關係數模式鑑別度比較表	45
表 5-2	題組型試題之傳統模式與相關係數模式鑑別度比較表	47
附表一	99 年第一次國民中學學生基本學力測驗英語科題本參考答案表	75

第一章 緒論

1.1 前言

試題分析在整個測驗編製過程中，扮演非常重要的角色，它不僅能提供客觀的試題特徵指標，供測驗使用者參考，以作為評鑑測驗良莠、驗證測驗效度和增進命題技巧外，還可以協助教師作為改進教學和診斷學生學習困難之處，以作為補救教學之依據。

以目前教育現場最常使用的紙筆測驗而言，其試題分析主要分為質的分析與量的分析兩種。質的分析可由分析雙向細目表、題目內涵與所屬細目表細格的一致性、題目品質是否符合命題原則、編製過程的嚴謹性來進行；量的分析主要在分析每個試題的統計特徵，如難度與鑑別度(李坤崇，2006)。由於量化數據較具客觀性，一般在進行試題分析時較常使用量的分析，同時，試題經過量化分析後，可以幫助教師釐清下列問題：

1. 試題是否具有預期的測量功能？
2. 試題是否具有適當的難度？
3. 試題是否具有良好的鑑別度？
4. 試題選項(指選擇題型而言)是否具有誘答力？

教師如能透過試題分析篩選優良試題，將可累積題庫供日後使用，或選取合適的試題來重編新的測驗(余民寧，1997)。

1.2 研究動機

自民國九十年國民中學基本學力測驗實施起，國文、英文、數學、自然與社會科測驗皆為選擇題題型，其中包含題組型選擇題，於是近年來題組型試題逐漸廣佈於各領域測驗中。題組試題是依據所提供新的情境和資料作答，能測量到學生的理解、應用、分析或評鑑能力，一般來說，同一題組內各子題有某種程度的

關連性。有鑒於目前的各種鑑別度指標定義僅針對單一試題作鑑別度分析，即將題組內的每一個子題視為獨立型試題來分析其鑑別度，這樣除了會忽略題組內各子題之間的關連性之外，亦無法探究整則題組的鑑別度值。因此，探討排除題組內前面各子題影響力的子題鑑別度值，以及研究整則題組鑑別度之量化指標，是目前亟需要的研究課題。

此外，傳統經常使用高低分組通過率差作為鑑別度的定義，此方法僅考慮高分組與低分組得分，以統計的觀點而言，其在樣本的使用是不夠充分的。因此，本文將以個別試題得分與測驗總分相關程度的觀點發展題組型試題鑑別度，將使用所有受試者的作答資訊，以彌補傳統鑑別度(即高低分組通過率之差)的缺失。

綜覽國內關於題組試題鑑別度的研究數量並不多，其中，施焱騰(2008)以機率生成函數的方法發展題組型試題各子題鑑別度，其鑑別度計算公式繁複造成使用推廣上的不便，並且其研究限制假設每位學生皆回答每道試題且每一題組均依序作答，倘若學生未作答則必須給予未答試題適當的錯誤選項，才能使題組試題中之任兩個連續子題皆有完整的選項轉移資訊，方可計算鑑別度指標。因其研究假設條件太多，造成實務應用上的限制。因此，本文將以相關係數的觀點發展題組鑑別度，相較於施焱騰(2008)的研究，本文的計算過程簡單且能排除上述研究限制，並針對過去相關研究皆未討論的整則題組鑑別度值，作一系列的探討。

綜合以上研究動機，茲將本研究目的的分述如下：

1. 探討題組試題之題組本身鑑別度。
2. 探討題組試題之題組內各子題鑑別度。
3. 比較本研究與傳統鑑別度(即高低分組通過率之差)及施焱騰(2008)以機率模式探討題組型試題鑑別度之差異。

此外，本研究的貢獻主要為利用迴歸分析探討題組試題的題組鑑別度與排除同一題組內前面各子題影響力後的子題鑑別度。舉例來說，若某則題組有 2 個子題，在蒐集測驗結果資料後，由於兩子題之間有某種程度的關連性，因此將第 2 子題得分對第 1 子題得分迴歸所得之殘差值，是第 1 子題無法解釋第 2 子題的部

份，即第 2 子題排除第 1 子題影響力後的「淨得分」，同時，也可利用複相關係數求得該則題組之鑑別度，最後並發現題組鑑別度與各子題淨鑑別度之間有密切的關聯性；再者，本文亦提供了檢定各子題淨鑑別度是否顯著的統計方法。本研究提出的方法不僅能考慮同一題組內各子題之間的關連性，同時適用的試題範圍亦更廣泛。

1.3 論文架構

本文共分為六章，第一章為緒論，包含前言、研究動機與論文架構；第二章為文獻探討，綜覽試題鑑別度的理論與相關研究；第三章為獨立型試題的鑑別度分析，以相關係數探討其鑑別度，再以點二系列相關探討作答情形為二分變項之試題鑑別度，並驗證點二系列相關為積差相關的特例，最後再輔以範例說明並與相關研究作比較；第四章為題組型試題子題及題組的鑑別度分析，分別以相關係數定義子題鑑別度及以複相關係數定義題組鑑別度，並利用迴歸分析排除同一題組內前面各子題影響力以探求子題淨鑑別度，最後再輔以範例說明並與相關研究作比較；第五章為實例分析，以 99 年第一次國民中學學生基本學力測驗英語科試題為例，利用本文研究結果分別計算其獨立型試題(單題)及題組型試題(題組)之題組鑑別度、各子題鑑別度與各子題淨鑑別度，並與其它有關試題鑑別度的研究作比較與分析；第六章為總結，包含研究結論與研究建議。

第二章 文獻探討

關於試題鑑別度之研究，已有許多學者曾探討其定義，大致可分成古典測驗理論的鑑別度以及試題反應理論的鑑別度兩類型，但因考慮本文研究方向，本章僅針對古典測驗理論的鑑別度進行回顧與探討。第一節簡介古典測驗理論，以及其延伸出對教育測驗的分類，進而闡述試題分析的方法，並扼要說明試題分析的量化指標，即難度與鑑別度；接續概略介紹常模參照測驗的試題鑑別度定義，包含：高低分組通過率之差、二系列相關、點二系列相關、 Φ 相關與積差相關，其中，點二系列相關與積差相關的鑑別度定義方式為本文討論的重點；最後，介紹題組試題的題目形式及其優缺點。第二節則回顧國內應用統計方法於試題鑑別度之相關研究。

2.1 試題鑑別度的理論

古典測驗理論(classical test theory)是最早的測驗理論，又稱作真實分數理論(true score theory)，它建立在以真實分數模式(true score model)及其假設的基礎上，針對測驗資料間的實證關係，進行有系統解釋的一門學問。假設在所有可能的施測情境下、在所有可能的不同時間範圍內、或儘可能使用不同試題，來針對同一位受試者進行同樣的測驗多次(理論上是無窮多次)，則可獲得許多有關該受試者的實得分數(observed score)，這些實得分數的平均，即代表該受試者能力的不偏估計值，該估計值被定義為真實分數(true score)。真實分數不受測量次數的影響，它代表長期測量結果不變的部份；但實際上，單獨一次測量所得的實得分數總會與真實分數間有差距，此差距稱為誤差分數(error score)。誤差分數深受測量工具之準確度影響很大，它代表某次測量結果可變的部份。將上述以數學公式表示即為

$$\text{實得分數} = \text{真實分數} + \text{誤差分數}$$

古典測驗理論模式所採用的計算公式簡單明瞭、淺顯易懂，適用大多數的教育測驗、心理測驗及社會科學研究資料的分析，是目前心理計量學界應用廣泛的測驗理論之一。

教育測驗可根據教育目標類型、試題類型、編製過程的標準化程度及分數的解釋方法來分類，如表 2-1。

表 2-1 教育測驗的分類

分類標準	教育測驗類型	常見的測驗
依教育目標類型	● 認知測驗	成就測驗
	● 情意測驗	民意調查、人格測驗
	● 動作技能測驗	實作測驗
依試題類型	● 選擇型試題測驗	選擇題、是非題、填充題
	● 補充型試題測驗	簡答題、論文式測驗
依編製過程的標準化程度	● 標準化測驗	
	● 教師自編測驗	
	● 實驗性測驗	
依分數的解釋方式	● 常模參照測驗	段考、模擬考
	● 效標參照測驗	隨堂測驗

然而，試題分析在整個測驗編製過程扮演非常重要的角色，它不僅能提供客觀的試題特徵指標供使用者參考，以作為評鑑測驗良莠、驗證測驗效度、和增進命題巧外，還可以協助教師作為改進教學和診斷學生學習困難之處，以作為補救教學之依據。試題分析的方法大致上分為品質分析(qualitative analysis)與量化分析(quantitative analysis)兩種，品質分析可由試題的內容審查、有效命題原則與教學目標等評鑑工具來進行；量化分析即針對每個試題所具備的統計特徵—難度(difficulty)與鑑別度(discrimination)來分析。由於古典測驗理論所使用的難度與鑑別度指標是一種樣本依賴(sample dependent)的指標，即試題分析的結果會隨著使

用的樣本不同而獲得不同的分析結果，因此，試題分析的結果只是獲得暫時性的統計特徵指標，它會因為應試學生人數的多寡、教育背景與能力水準等因素而受影響。因試題鑑別度為本文討論重點，接下來將針對試題鑑別度作更進一步的說明。

測驗編製者通常都希望編製的試題能夠盡量讓有能力、會答的學生答對，而沒有能力、不會答的學生答錯，試題的這種分辨功能或作用，即稱為「試題鑑別度」。試題具有區別不同能力學生的功能愈強，則其鑑別度愈高，反之，試題具有區別不同能力學生的功能愈弱，則其鑑別度愈低；一個良好的試題，通常具有較高的鑑別度(余民寧，1997)。常模參照測驗的試題鑑別度因分析時所依據的標準不同，主要可分成兩大類：一種為比較高分組和低分組受試者對個別試題的答題情形，另一種為探求全部受試者對各試題的答題情形和測驗總分之間的關連性(李坤崇，2006)。茲分別說明如下：

一、比較高分組和低分組受試者對個別試題的答題情形

當我們以測驗總分來代表學生成就高低時，我們多半期望高能力學生在每個試題上答對的百分比應該比低能力學生在每個試題上答對百分比高。當高分組和低分組的選取方式確定以後，則定義高分組和低分組在該試題的通過百分比之差為該試題的鑑別度指標，記為 D ，如公式(2.1)，並且定義高分組和低分組在該試題的通過百分比之平均為該試題的難度指標，記為 P ，如公式(2.2)。目前也經常使用通過率作為難度的計算方式，如公式(2.3)。

$$\text{鑑別度指標 } D = P_H - P_L \dots\dots\dots(2.1)$$

$$\text{難度指標 } P = \frac{P_H + P_L}{2} \dots\dots\dots(2.2)$$

$$\text{通過率 } P = \frac{R}{N} \dots\dots\dots(2.3)$$

其中，

P_H ：高分組在該試題的通過百分比

P_L ：低分組在該試題的通過百分比

R ：答對人數

N ：受測總人數

舉例來說，如果高分組答對第一題的百分比是 0.85，低分組是 0.40，則第一題的鑑別度為 $D = 0.85 - 0.40 = 0.45$ ，難度為 $P = \frac{0.85 + 0.40}{2} = 0.625$ 。如果受試者共有 50 人，答對第一題人數共 30 人，則第一題的通過率為 $P = \frac{30}{50} = 0.6$ 。鑑別度指標通常以小數表示，其值域介於 -1.00 到 $+1.00$ 之間，指標愈高，表示鑑別度愈大；反之，則鑑別度愈小。如果指標為 0，則表示題目沒有鑑別作用，此種現象可能原因是題目太容易或太艱難，即所有人均答對或所有人均答錯，亦或題目不清楚也會造成沒有鑑別作用。另外，如果低分組答對百分比高於高分組，則鑑別度是負值，此種試題具有反向作用，應淘汰之。美國測驗學者 Ebel & Frisbie(1991)曾提出一套鑑別度的評鑑標準供參考(如表 2-2)，使用者可根據這個評判標準與考量測驗目的，挑選具有良好鑑別度的試題。

表 2-2 鑑別度值的評鑑標準

鑑別度值 D	試題評鑑
0.40 以上	非常優良
0.30-0.39	優良，但可能需修改
0.20-0.29	尚可，但通常需修改
0.19 以下	劣，需淘汰或修改

一般而言，難度適中的題目對整體受試者的鑑別度較高，因此常模參照測驗在選題時，應該多選難易適中的題目。但是若編製錄取率很低的篩選性測驗，則應該多選較難的題目才能發揮鑑別作用。當在編製多水準(multiple level)的測驗時，應該就每一年級(或年齡)計算難度指標，研究該指標隨著年齡變動的情形，進而找出最適合各年級的試題(歐滄和，2002)。

二、探求全部受試者對各試題的答題情形和測驗總分之間的關連性

此種分析方法是探求受試者對該試題的答題情形和其測驗總分之間的相關

程度，以相關係數來表示該試題的鑑別度。若答題情形屬於二分變項(dichotomous variable)，即受試者的答題情形只有答對和答錯兩種，且受試者的測驗總分屬於連續性變項(continuous variable)，則可採用二系列相關(biserial correlation)、點二系列相關(point-biserial correlation)與 Φ 相關(phi correlation)方法；若受試者的答題情形不是只有答對與答錯兩種，則可採用皮爾森積差相關係數(Pearson's product-moment correlation coefficient)。接下來扼要說明上述四種方法：

1. 二系列相關

此方法適用兩個變項均為常態的連續變項，但其中一個變項因為某種理由而被以人為方式劃分為兩個類別的情況；以某一測驗為例，試題得分原為常態的連續變項，但以人為方式將其區分為二分變項(如：答對以 1 表示，答錯以 0 表示)，而測驗總分屬於常態分配的情形，如公式(2.4)。

$$r_{bi} = \frac{\bar{X}_p - \bar{X}_t}{S_t} \cdot \frac{p}{y} \dots\dots\dots(2.4)$$

其中，

\bar{X}_p ：答對該題之受試者測驗總分的平均數

\bar{X}_t ：所有受試者測驗總分的平均數

S_t ：所有受試者測驗總分的標準差

p ：答對該題之人數百分比

y ：常態分配下面積為 p 時的常態分配曲線高度

2. 點二系列相關

點二系列相關與二系列相關相似，主要的差別在於：點二系列相關是適用在一個變項為等距或比率變項(如：測驗總分 0 分到 100 分不等)，而另一個變項卻是真正的名義二分變項的資料(如：答對以 1 表示、答對以 0 表示)，如公式(2.5)。

$$r_{pb} = \frac{\bar{X}_p - \bar{X}_q}{S_t} \cdot \sqrt{pq} \dots\dots\dots(2.5)$$

其中，

\bar{X}_p ：答對該題之受試者測驗總分的平均數

\bar{X}_q ：答錯該題之受試者測驗總分的平均數

S_t ：所有受試者測驗總分的標準差

p ：答對該題之人數百分比

q ：答錯該題之人數百分比

3. Φ 相關

此方法適用於試題與測驗總分均為名義二分變項的情形(如：答對以 1 表示、答錯以 0 表示；測驗總分 60 分以上為及格、未滿 60 分為不及格)，如公式(2.6)。

$$\Phi = \frac{p_{xy} - p_x p_y}{\sqrt{p_x q_x} \sqrt{p_y q_y}} \dots \dots \dots (2.6)$$

其中，

p_{xy} ：答對該題且及格之人數百分比

p_x ：答對該題之人數百分比

q_x ：答錯該題之人數百分比

p_y ：及格人數百分比

q_y ：不及格人數百分比

將所有受試者對於該試題的作答情形人數依下列的 2×2 列聯表分類(如表 2-3)，再將列聯表中的資料，代入公式(2.7)求出 Φ 值。

表 2-3 Φ 相關的 2×2 列聯表範例

	答錯	答對
及格	A	B
不及格	C	D

$$\Phi = \frac{BC - AD}{\sqrt{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}} \dots\dots\dots(2.7)$$

其中，

A：答錯該題且及格的人數

B：答對該題且及格的人數

C：答錯該題且不及格的人數

D：答對該題且不及格的人數

以上三種方法是依據學生在某個試題反應的對或錯與其測驗總分之間求相關係數而得，並以此相關係數來表示該試題的鑑別度值；相關係數值愈接近 1 者，表示其鑑別度愈高，該試題的鑑別功能愈好，反之，則鑑別度愈低。但是，若是所使用的樣本數太少，即使求得的相關係數值再高，也將不具有任何意義。因此，在使用上述三種方法計算鑑別度時，必須注意到樣本數的限制(余民寧，1997)。

4. 皮爾森積差相關係數

若受試者的答題情形不是只有答對與答錯兩種，上述三種方法並不適用，則可採用皮爾森積差相關係數，簡稱「積差相關」，記為 r ，如公式(2.8)。

$$r = \frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{N}}{\sqrt{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}} \sqrt{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N}}} \dots\dots\dots(2.8)$$

其中，

X：受試者之測驗總分

Y：受試者在該題之得分

N：所有受試者的人數

積差相關係數的值介於 -1 到 +1 之間，其絕對值愈大代表受試者測驗總分和每一試題得分之間的相關程度愈強、鑑別度愈佳，一般心理與教育測驗的研究者的評鑑標準如表 2-4：

表 2-4 Garrett(1969)相關係數解釋表

相關係數 r 值範圍	相關程度解釋
0.00~ ± 0.20	不重要或可忽略的相關
± 0.20~ ± 0.40	低相關
± 0.40~ ± 0.70	顯著相關
± 0.70~ ± 1.00	高度相關

表 2-4 這樣的分類解釋是概括且有點試驗性質的，僅能夠當成是一般的指導原則，並不具任何統計的意義。再者，從不同樣本人數中所求出來的積差相關係數即使相同，但它所代表的意義卻不一定相同，因為樣本人數的多寡對於積差相關係數的解釋有很大的影響。一般來說，相關係數依據其值域的不同，可區分成兩大類：一類為 A 型相關，這類相關係數的值域介於 0 與 1 之間，其值愈接近 1 者，代表兩個變項間的關聯程度愈強，反之，其值愈接近 0 者，代表兩個變項間的關聯程度愈弱；另一類為 B 型相關，這類相關係數的值域介於 -1 與 1 之間，其絕對值愈接近 1 者，代表兩個變項間的關聯程度愈強，反之，其絕對值愈接近 0 者，代表兩個變項間的關聯程度愈弱，屬於這類型的相關者，計有：積差相關、二系列相關、點二系列相關等。雖然，積差相關統計法可以看成其他相關統計法的通式，但在使用不同測量屬性資料時，建議使用合適的相關統計法(余民寧，2005)。

由於題組型試題為本文研究主題，接下來將說明題組的題目形式。題組是先提供相關資料給學生聽或閱讀，並依據資料內容提出約 5 到 10 題的任何題型之題目，但通常以選擇題或簡答題居多。由於答題時是基於對所提供資料的理解，而且各個子題不能脫離資料單獨使用，故稱為資料理解式試題組合(英文稱為 interpretive exercises, contex-dependent item sets, item bundles, testlets)，在語文領域稱為「閱讀理解測驗」與「聽力理解測驗」，在其他領域則被稱為「題組題」。由於題組題是依據所提供新的情境和資料作答，因此能超越知識層次，測量到學

生的理解、應用、分析或評鑑的能力(歐滄和，2002)。

2.2 試題鑑別度的相關研究

王麗雯(1993)提出以雙隨機變項迴歸法定義試題鑑別度，賦予鑑別度統計意義，不但可探討鑑別度的區間估計並可做檢定，相較於傳統以高低分組通過率差所定義的鑑別度，此研究以雙隨機變項迴歸法定義的鑑別度在分析試題良莠時有更客觀的標準。另外，以雙隨機變項迴歸法定義的鑑別度，在應用時不僅限於只有答對或答錯的試題，甚至適用於部份給分的試題。研究結果發現以雙隨機變項迴歸方法所定義的鑑別度，其鑑別力與以高低分組通過率差所定義的鑑別度之鑑別力相近，且優於相關係數的鑑別度定義。

謝佩瑾(2001)考慮小班教學之教育需求，研究提出利用中間 P 值作為判斷「二元給分試題」是否具有鑑別度以及費雪正確檢定 P 值作為判斷「部份給分試題」是否具有鑑別度之方法，相較於傳統以高低分組通過率差所定義的鑑別度，此研究利用統計檢定的過程來評斷試題是否具有鑑別度，賦予試題鑑別度更客觀的判斷標準。研究結果發現利用中間 P 值與費雪正確檢定 P 值皆與傳統以高低分組通過率之差所定義的鑑別度及臨界比有一致性。

傅怡銅(2003)提出當考生作答情形只有答對與答錯兩種，利用古典測驗理論 D 值、點二系列相關係數、項目反應理論、卡方適合度檢定、羅吉斯迴歸模式下卡方適合度檢定、概似比函數等六種方法，進行試題鑑別度的比較與分析，研究結果發現六種鑑別力之評定方法無絕對之優劣，需視評鑑者的需求決定使用方式。大致為古典測驗理論寬鬆、羅吉斯迴歸模式下概似比函數次之、卡方適合度檢定、羅吉斯迴歸模式下卡方適合度檢定再其次、項目反應理論嚴苛。

由於本文研究主題與施焱騰(2008)同為題組型試題的鑑別度，且施焱騰的研究架構又為呂金川(2008)的延伸，因此本文研究內容與施焱騰與呂金川的研究關聯性高。故接下來將針對兩人提出的研究結果作詳細的介紹，並各列舉一範例輔

助說明。

呂金川(2008)有鑒於傳統的難度(即高低分組通過率平均)與鑑別度(即高低分組通過率差)僅考慮前段與後段的學生，故提出能兼顧中段學生表現的方法，主要是利用機率模式所推導出的公式來計算獨立型試題的難度與鑑別度，並與傳統的難度與鑑別度計算方法作比較。扼要說明其研究結果如下：

假設

高分組為答對題數至少為 r_H 題的群體，即 $H = (X \geq r_H)$

低分組為答對題數至多為 r_L 題的群體，即 $L = (X \leq r_L)$

P_{H_j} ≡ 高分組中答對第 j 題的比例

P_{L_j} ≡ 低分組中答對第 j 題的比例

對任何一位學生而言

令

$$X_j = \begin{cases} 1, & \text{若第 } j \text{ 題答對} \\ 0, & \text{若第 } j \text{ 題答錯} \end{cases}, \text{ 其中 } j=1, \dots, m$$

則

$X = X_1 + X_2 + \dots + X_m$ 表示整份試卷答對的題數

$X_{(j)} = X_1 + \dots + X_{j-1} + X_{j+1} + \dots + X_m$ 為不含第 j 題答對題數

因此，第 j 題的難度計算公式為

$$\begin{aligned} P_j &= \frac{P_{H_j} + P_{L_j}}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\Pr(X_{(j)} \geq r_H - 1)}{\Pr(X \geq r_H)} + \frac{\Pr(X_{(j)} \leq r_L - 1)}{\Pr(X \leq r_L)} \right] \Pr(X_j = 1) \end{aligned}$$

且第 j 題的鑑別度計算公式為

$$\begin{aligned} D_j &= P_{H_j} - P_{L_j} \\ &= \left[\frac{\Pr(X_{(j)} \geq r_H - 1)}{\Pr(X \geq r_H)} - \frac{\Pr(X_{(j)} \leq r_L - 1)}{\Pr(X \leq r_L)} \right] \Pr(X_j = 1) \end{aligned}$$

綜合上述，其研究結論有以下六點：

1. 機率模式下計算試題難度與鑑別度值比傳統鑑別度複雜。
2. 可利用數學軟體，依研究操作程序解決機率模式的計算問題。
3. 傳統的難度與鑑別度不受中間群體表現的影響；而機率模式的難度與鑑別度因有考慮全體的作答情形，故會隨中間群體答題資料變動。
4. 一般而言，機率模式之高分組答對率會小於傳統模式高分組答對率、機率模式之低分組答對率會小於傳統模式低分組答對率，此研究之實例分析亦呈現該現象。
5. 機率模式的難度與傳統的難度接近，而機率模式的鑑別度通常小於傳統的鑑別度。
6. 不同試題之通過率相同時，傳統的難度和鑑別度未必相同，而機率模式下的難度與鑑別度卻相同。

【例 1】 呂金川(2008)第二章第四節範例 1

假設一份試卷共有五題試題，試題間彼此獨立，且每一題配分皆相同，現有八名學生應試，將八位學生答對題數由高至低排序如表 2-5。

表 2-5 例 1 之學生作答情形

學生編號	第一題	第二題	第三題	第四題	第五題	答對題數
1	1	1	1	1	1	5
4	1	1	1	1	1	5
6	0	1	1	1	1	4
8	1	0	1	1	1	4
3	0	0	1	0	1	2
5	0	1	0	1	0	2
7	0	0	1	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0

註：上表中答對該題以 1 表示，答錯該題以 0 表示

步驟一：將答對題數由高至低排列，選取前 27%作為高分組及後 27%作為低分

組，本例之高分組取答對五題以上者，即 $r_H \geq 5$ ，低分組取答錯一題以

下者，即 $r_L \leq 1$

步驟二：計算每一題的通過率與整份試卷答對題數的機率生成函數

$$\text{第一題通過率 } p_1 = \frac{3}{8} ; \text{第二題通過率 } p_2 = \frac{4}{8} ; \text{第三題通過率 } p_3 = \frac{6}{8} ;$$

$$\text{第四題通過率 } p_4 = \frac{5}{8} ; \text{第五題通過率 } p_5 = \frac{5}{8}$$

令整份試卷答對題數的機率生成函數為

$$\begin{aligned} F(t) &= \left(\frac{3}{8}t + \frac{5}{8}\right)\left(\frac{4}{8}t + \frac{4}{8}\right)\left(\frac{6}{8}t + \frac{2}{8}\right)\left(\frac{5}{8}t + \frac{3}{8}\right)\left(\frac{5}{8}t + \frac{3}{8}\right) \\ &= \frac{1}{4096}(45 + 357t + 1058t^2 + 1466t^3 + 545t^4 + 225t^5) \end{aligned}$$

步驟三：計算不含第一題之答對題數的機率生成函數 $F_{(1)}(t)$

$$\begin{aligned} F_{(1)}(t) &= \left(\frac{4}{8}t + \frac{4}{8}\right)\left(\frac{6}{8}t + \frac{2}{8}\right)\left(\frac{5}{8}t + \frac{3}{8}\right)\left(\frac{5}{8}t + \frac{3}{8}\right) \\ &= \frac{1}{512}(9 + 66t + 172t^2 + 190t^3 + 75t^4) \end{aligned}$$

步驟四：利用步驟二、步驟三所得的機率生成函數，計算 $\Pr(X \geq r_H)$ 、 $\Pr(X \leq r_L)$ 、

$\Pr(X_{(j)} \geq r_H - 1)$ 、 $\Pr(X_{(j)} \leq r_L - 1)$ 的值

$$\Pr(X \geq 5) = \frac{225}{4096}$$

$$\Pr(X \leq 1) = \frac{45}{4096} + \frac{357}{4096} = \frac{402}{4096}$$

$$\Pr(X_{(1)} \geq 4) = \frac{75}{512}$$

$$\Pr(X_{(1)} \leq 0) = \frac{9}{512}$$

步驟五：計算第一題的高分組通過率 P_{H_1} 與高分組通過率 P_{L_1}

$$P_{H_1} = \frac{\frac{75}{512}}{\frac{225}{4096}} \times \frac{3}{8} = 1 \quad ; \quad P_{L_1} = \frac{\frac{9}{512}}{\frac{402}{4096}} \times \frac{3}{8} = 0.067$$

步驟六：利用步驟五所得結果計算第一題難度 P_1 與第一題鑑別度 D_1 的值

$$P_1 = \frac{P_{H_1} + P_{L_1}}{2} = 0.534 \quad ; \quad D_1 = P_{H_1} - P_{L_1} = 0.933$$

同理，重複上述步驟計算其他試題，並將結果和傳統難度與鑑別度比較如表 2-6。

表 2-6 例 1 的傳統模式與機率模式之難度與鑑別度比較表

題號	傳統模式		機率模式	
	難度	鑑別度	難度	鑑別度
1	0.500	1.000	0.534	0.933
2	0.500	1.000	0.556	0.888
3	0.750	0.500	0.668	0.664
4	0.500	1.000	0.593	0.813
5	0.500	1.000	0.593	0.813

施焱騰(2008)提出有鑒於傳統的難度(即高低分組通過率平均)與鑑別度(即高低分組通過率之差)並未明確觸及題組型試題的概念，故將機率模式引進題組型測驗中，並探討難度指標與鑑別度指標之計算公式。機率模式下，在計算難度與鑑別度指標值時，需要用到答對題數的機率分配函數，而可以機率生成函數來求得此機率分配。在實務上，可利用數學軟體來協助處理機率生成函數的計算問題。扼要說明其研究結果如下：

假設有 n 位受測學生，對每道試題皆有作答，且對題組型試題均依序回答，同時：

1. 題組間作答情況是獨立的。
2. 每一題組中，第一子題各選項人數服從多項分配。
3. 每一題組中，第 $j+1$ 子題作答情況至多只與第 j 子題作答情況有關。
4. 在題組 i 之第 j 子題中，已知第 k 選項人數為 n_{ijk} 時，該 n_{ijk} 位學生於下一子題各選項的選擇人數服從多項分配。

$$\text{令 } C_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{當題組 } i \text{ 中第 } j \text{ 子題答對} \\ 0, & \text{當題組 } i \text{ 中第 } j \text{ 子題答錯} \end{cases}, \text{ 其中, } j=1, \dots, r_i; i=1, \dots, t$$

C_i = 題組 i 中答對題數， X = 整份試卷答對總題數

定義 C_i 的機率生成函數為

$$G_{C_i}(t) = E(t^{C_i}) = \sum_{m=0}^{r_i} \sum_{d_{i1} + \dots + d_{ir} = m} P(C_{i1} = d_{i1}) \left[\prod_{j=1}^{r_i-1} P(C_{i,j+1} = d_{i,j+1} | C_{ij} = d_{ij}) \right] t^m$$

其中， d_{ij} 的值為 0 或 1

t^m 的係數即代表答對題數 m 的機率

由於整份試卷是由數則獨立題組組成，因此，整份試卷的機率生成函數是各題組答對題數的機率生成函數的乘積，即

$$G_X(t) = G_{C_1}(t) \cdots G_{C_t}(t)$$

將上式展開後的係數可求得答對題數 X 的機率分配函數。

最後推導結果為

$$\begin{aligned} \text{高分組通過率 } P_{ij}^{[H]} &= \frac{P(X \geq x^{[H]} | C_{ij} = 1)}{P(X \geq x^{[H]})} \times P(C_{ij} = 1) \\ \text{低分組通過率 } P_{ij}^{[L]} &= \frac{P(X \leq x^{[L]} | C_{ij} = 1)}{P(X \leq x^{[L]})} \times P(C_{ij} = 1) \end{aligned}$$

其中， $j = 1, \dots, r_i$ ； $i = 1, \dots, t$

$P(X \geq x^{[H]})$ 可由 X 的機率生成函數之次數至少為 $x^{[H]}$ 的各項係數和獲得

$P(X \leq x^{[L]})$ 可由 X 的機率生成函數之次數至少為 $x^{[L]}$ 的各項係數和獲得

$P(X \geq x^{[H]} | C_{ij} = 1)$ 可由 X 的條件機率生成函數次數至少為 $x^{[H]}$ 各項係數和獲得

$P(X \leq x^{[L]} | C_{ij} = 1)$ 可由 X 的條件機率生成函數次數至少為 $x^{[L]}$ 各項係數和獲得

因此，

$$\text{第 } i \text{ 題組第 } j \text{ 子題的難度計算公式為 } P_{ij} = \frac{P_{ij}^{[H]} + P_{ij}^{[L]}}{2}$$

$$\text{第 } i \text{ 題組第 } j \text{ 子題的鑑別度計算公式為 } D_{ij} = P_{ij}^{[H]} - P_{ij}^{[L]}$$

綜合上述，其研究結論有以下四點：

1. 傳統難度和鑑別度並未明確觸及題組觀念，故本研究將機率模式引進題組測驗中，並探討難度與鑑別度計算公式，希望研究結果可提供新的研究方向。
2. 對於傳統的難度和鑑別度而言，其計算難度指標與鑑別度指標之方式可視為無母數的統計方法；而對於機率模式來說，計算難度指標與鑑別度指標之方式可視為有母數的統計方法。

3. 機率模式下，於計算難度指標與鑑別度指標時，需要用到答對題數的機率分配函數，而我們可以機率生成函數來求得此機率分配。在實務上，可利用數學軟體來協助處理機率生成函數的計算問題。
4. 傳統模式下，在不同試題之答對率相同時，對應之難度(即高低分組通過率平均)與鑑別度(即高低分組通過率之差)指標未必相同。然而，機率模式下，兩個非題組型試題有相同答對率時，對應之兩指標亦相同；但不同題組中之試題有相同答對率時，對應之兩指標則不一定相同。

【例 2】施焱騰(2008)第二章第八節例 1

假設有十二位學生回答一份試卷，此試卷共有三則題組，題組一有一道子題，題組二有兩道子題，題組三有三道子題，且每道試題均有四個選項，高分組為答對 5 題以上(含)(即 $x^{[H]} = 5$)，低分組為答對 1 題以下(含)(即 $x^{[L]} = 1$)。學生作答情形依照答對題數由高至低依序排列如表 2-7。

表 2-7 例 2 之學生作答情形

學生編號	題組一	題組二		題組三			答對題數	
	1	1	2	1	2	3		
高分組	1	C*	B*	D*	A*	D*	B*	6
	2	C*	B*	D*	A*	D*	D	5
	3	A	B*	D*	A*	D*	B*	5
	4	C*	B*	C	A*	D*	B*	5
中段生	5	C*	B*	D*	A*	A	D	4
	6	C*	D	C	A*	D*	D	3
	7	C*	B*	C	A*	A	D	3
	8	A	D	C	A*	D*	D	2
低分組	9	A	B*	C	B	A	D	1
	10	C*	D	C	B	A	D	1
	11	A	D	C	A*	A	D	1
	12	A	D	C	B	A	D	0
正確答案		C	B	D	A	D	B	
答對率		$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{3}{12}$	

註：上表中「*」代表該題答對

本例僅以題組三的各子題說明難度與鑑別度計算過程，其餘題目均仿照此方法。

步驟一：求整份試卷答對總題數的機率生成函數 $G_x(t)$

題組一答對題數 C_1 的機率生成函數為 $\frac{7}{12}t + \frac{5}{12}$

題組二答對兩題之機率：

$$\begin{aligned} &P(C_{21} = 1, C_{22} = 1) \\ &= P(C_{22} = 1 \mid C_{21} = 1)P(C_{21} = 1) \\ &= \frac{4}{7} \times \frac{7}{12} = \frac{4}{12} \end{aligned}$$

題組二答對一題之機率：

$$\begin{aligned} &P(C_{21} = 1, C_{22} = 0) + P(C_{21} = 0, C_{22} = 1) \\ &= P(C_{22} = 0 \mid C_{21} = 1)P(C_{21} = 1) + P(C_{22} = 1 \mid C_{21} = 0)P(C_{21} = 0) \\ &= \frac{3}{7} \times \frac{7}{12} + 0 = \frac{3}{12} \end{aligned}$$

題組二答對零題之機率：

$$\begin{aligned} &P(C_{21} = 0, C_{22} = 0) \\ &= P(C_{22} = 0 \mid C_{21} = 0)P(C_{21} = 0) \\ &= \frac{5}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

因此，題組二答對題數 C_2 的機率生成函數為 $\frac{4}{12}t^2 + \frac{3}{12}t + \frac{5}{12}$

題組三答對三題之機率：

$$\begin{aligned} &P(C_{31} = 1, C_{32} = 1, C_{33} = 1) \\ &= P(C_{33} = 1 \mid C_{32} = 1)P(C_{32} = 1 \mid C_{31} = 1)P(C_{31} = 1) \\ &= \frac{3}{6} \times \frac{6}{9} \times \frac{9}{12} = \frac{3}{12} \end{aligned}$$

題組三答對兩題之機率：

$$\begin{aligned} &P(C_{31} = 1, C_{32} = 1, C_{33} = 0) + P(C_{31} = 1, C_{32} = 0, C_{33} = 1) \\ &+ P(C_{31} = 0, C_{32} = 1, C_{33} = 1) \\ &= P(C_{33} = 0 \mid C_{32} = 1)P(C_{32} = 1 \mid C_{31} = 1)P(C_{31} = 1) \\ &+ P(C_{33} = 1 \mid C_{32} = 0)P(C_{32} = 0 \mid C_{31} = 1)P(C_{31} = 1) \\ &+ P(C_{33} = 1 \mid C_{32} = 1)P(C_{32} = 1 \mid C_{31} = 0)P(C_{31} = 0) \\ &= \frac{3}{6} \times \frac{6}{9} \times \frac{9}{12} + 0 \times \frac{3}{9} \times \frac{9}{12} + 0 \times 0 \times \frac{3}{12} = \frac{3}{12} \end{aligned}$$

題組三答對一題之機率：

$$\begin{aligned}
& P(C_{31}=1, C_{32}=0, C_{33}=0) + P(C_{31}=0, C_{32}=1, C_{33}=0) \\
& + P(C_{31}=0, C_{32}=0, C_{33}=1) \\
& = P(C_{33}=0 \mid C_{32}=0)P(C_{32}=0 \mid C_{31}=1)P(C_{31}=1) \\
& + P(C_{33}=0 \mid C_{32}=1)P(C_{32}=1 \mid C_{31}=0)P(C_{31}=0) \\
& + P(C_{33}=1 \mid C_{32}=0)P(C_{32}=0 \mid C_{31}=0)P(C_{31}=0) \\
& = \frac{3}{3} \times \frac{3}{9} \times \frac{9}{12} + 0 \times 0 \times \frac{3}{12} + 0 \times \frac{3}{3} \times \frac{3}{12} = \frac{3}{12}
\end{aligned}$$

題組三答對零題之機率：

$$\begin{aligned}
& P(C_{31}=0, C_{32}=0, C_{33}=0) \\
& = P(C_{33}=0 \mid C_{32}=0)P(C_{32}=0 \mid C_{31}=0)P(C_{31}=0) \\
& = \frac{3}{3} \times \frac{3}{3} \times \frac{3}{12} = \frac{3}{12}
\end{aligned}$$

因此，題組三答對題數 C_3 的機率生成函數為 $\frac{3}{12}t^3 + \frac{3}{12}t^2 + \frac{3}{12}t + \frac{3}{12}$

則

$$\begin{aligned}
G_x(t) &= \left(\frac{7}{12}t + \frac{5}{12}\right) \left(\frac{4}{12}t^2 + \frac{3}{12}t + \frac{5}{12}\right) \left(\frac{3}{12}t^3 + \frac{3}{12}t^2 + \frac{3}{12}t + \frac{3}{12}\right) \\
&= \frac{7}{144}t^6 + \frac{23}{192}t^5 + \frac{119}{576}t^4 + \frac{1}{4}t^3 + \frac{29}{144}t^2 + \frac{25}{192}t + \frac{25}{576}
\end{aligned}$$

步驟二：求多項式 $F_{31}(t)$ 、 $F_{32}(t)$ 、 $F_{33}(t)$

$$F_{31}(t) = G_{C_1}(t) \cdot G_{C_2}(t) \cdot G_{31}^*(t)$$

其中，

$$G_{C_1}(t) = \frac{7}{12}t + \frac{5}{12}$$

$$G_{C_2}(t) = \frac{4}{12}t^2 + \frac{3}{12}t + \frac{5}{12}$$

$$\begin{aligned}
G_{31}^*(t) &= P(C_{31}=1, C_{32}=0, C_{33}=0)t + [P(C_{31}=1, C_{32}=1, C_{33}=0) \\
& + P(C_{31}=1, C_{32}=0, C_{33}=1)]t^2 + P(C_{31}=1, C_{32}=1, C_{33}=1)t^3 \\
& = \frac{3}{12}t^3 + \frac{3}{12}t^2 + \frac{3}{12}t
\end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned}
F_{31}(t) &= \left(\frac{7}{12}t + \frac{5}{12}\right) \left(\frac{4}{12}t^2 + \frac{3}{12}t + \frac{5}{12}\right) \left(\frac{3}{12}t^3 + \frac{3}{12}t^2 + \frac{3}{12}t\right) \\
&= \frac{7}{144}t^6 + \frac{23}{192}t^5 + \frac{119}{576}t^4 + \frac{29}{144}t^3 + \frac{25}{192}t^2 + \frac{25}{576}t
\end{aligned}$$

同理，可得

$$F_{32}(t) = \frac{7}{144}t^6 + \frac{23}{192}t^5 + \frac{91}{576}t^4 + \frac{25}{192}t^3 + \frac{25}{576}t^2$$

步驟三：求 $P(X \geq 5)$ 與 $P(X \leq 1)$

將步驟一所得機率生成函數 $G_x(t)$ 中次數至少為五次的各項係數加總

$$P(X \geq 5) = \frac{7}{144} + \frac{23}{192} = \frac{97}{576}$$

將步驟一所得機率生成函數 $G_x(t)$ 中次數至多為一次的各項係數加總

$$P(X \leq 1) = \frac{25}{192} + \frac{25}{576} = \frac{25}{144}$$

步驟四：求 $P(X \geq 5 \text{ 且 } C_{31} = 1)$ 與 $P(X \leq 1 \text{ 且 } C_{31} = 1)$

將步驟二所得機率生成函數 $F_{31}(t)$ 中次數至少為五次的各項係數加總

$$P(X \geq 5 \text{ 且 } C_{31} = 1) = \frac{7}{144} + \frac{23}{192} = \frac{97}{576}$$

將步驟二所得機率生成函數 $F_{31}(t)$ 中次數至少多為一次的各項係數加總

$$P(X \leq 1 \text{ 且 } C_{31} = 1) = \frac{25}{576}$$

同理可得

$$P(X \geq 5 \text{ 且 } C_{32} = 1) = \frac{97}{576} \quad ; \quad P(X \leq 1 \text{ 且 } C_{32} = 1) = 0$$

$$P(X \geq 5 \text{ 且 } C_{33} = 1) = \frac{23}{192} \quad ; \quad P(X \leq 1 \text{ 且 } C_{33} = 1) = 0$$

步驟五：利用步驟三、步驟四之結果計算 $P_{31}^{[H]}$ 、 $P_{31}^{[L]}$ ； $P_{32}^{[H]}$ 、 $P_{32}^{[L]}$ 與 $P_{33}^{[H]}$ 、 $P_{33}^{[L]}$

$$P_{31}^{[H]} = \frac{P(X \geq 5 \text{ 且 } C_{31} = 1)}{P(X \geq 5)} = 1.0000$$

$$P_{31}^{[L]} = \frac{P(X \leq 1 \text{ 且 } C_{31} = 1)}{P(X \leq 1)} = 0.2500$$

同理可得

$$P_{32}^{[H]} = 1.0000 \quad ; \quad P_{32}^{[L]} = 0.0000$$

$$P_{33}^{[H]} = 0.7113 \quad ; \quad P_{33}^{[L]} = 0.0000$$

步驟六：利用步驟五之結果計算 P_{31} 、 D_{31} ； P_{32} 、 D_{32} ； P_{33} 、 D_{33}

$$P_{31} = \frac{P_{31}^{[H]} + P_{31}^{[L]}}{2} = 0.6250$$

$$D_{31} = P_{31}^{[H]} - P_{31}^{[L]} = 0.7500$$

同理可得

$$P_{32} = 0.5000 \quad ; \quad D_{32} = 1.0000$$

$$P_{33} = 0.8557 \quad ; \quad D_{33} = 0.7113$$

同理，重複上述步驟可得其他題組之難度與鑑別度，結果如表 2-8。

表 2-8 例 2 的傳統模式與機率模式之子題難度與鑑別度比較表

題號	傳統模式		機率模式		
	難度	鑑別度	難度	鑑別度	
題組一	1	0.500	0.50	0.5719	0.4338
題組二	1	0.625	0.75	0.7250	0.5500
	2	0.375	0.75	0.3918	0.7835
題組三	1	0.625	0.75	0.6250	0.7500
	2	0.500	1	0.5000	1.0000
	3	0.375	0.75	0.3557	0.7113

第三章 獨立型試題鑑別度之探討

本章從個別試題得分與測驗總分相關程度的觀點，分析獨立型試題的鑑別度。第一節為獨立型試題的基本假設；第二節以相關係數探討其鑑別度，再以點二系列相關探討作答情形為二分變項之試題鑑別度，並驗證點二系列相關為積差相關的特例；第三節為以相關係數模式計算獨立型試題鑑別度之範例，並將結果與傳統鑑別度(即高低分組通過率之差)及呂金川(2008)以機率模式計算獨立型試題鑑別度的結果作比較分析。

3.1 基本假設

若一份試卷有 m 個試題，任何一位學生應試作答時，試題之間的作答情形彼此獨立。故對任何一位學生而言，若令

Y_k = 第 k 題的得分

Y_{\cdot} = 該測驗總分

則 $Y_{\cdot} = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_m$ ，且 Y_1, Y_2, \dots, Y_m 彼此獨立。

3.2 相關係數鑑別度

對整份測驗的某一個試題而言，若測驗總分高的學生在該試題得分高且測驗總分低的學生在該試題得分低，則可說此試題具有區別高低能力的功能，此功能即為試題鑑別度。分析試題鑑別度時，若受試者的作答情形只有答對與答錯兩種，即作答情形屬於二分變項之試題(例：配分相同或不同的選擇題)，則可採用點二系列相關；若受試者的作答情形不只答對與答錯兩種，即作答情形屬於非二分變項之試題(例：可部份給分的問答题)，則可採用積差相關係數。由於 2.1 節已介紹積差相關統計法可以看成其他相關統計法的通式，因此，接下來將依序探討作答情形屬於非二分變項及二分變項之試題鑑別度。

一、作答情形屬非二分變項之試題鑑別度

【定義 3.1】相關係數鑑別度

第 k 題鑑別度為「測驗總分」和「第 k 題得分」的相關係數，記為 D_k ，即

$$D_k = \rho(Y_{\bullet}, Y_k) \dots\dots\dots(3.1)$$

由定義 3.1 發現，雖然相關係數鑑別度和傳統鑑別度同屬於樣本依賴指標，但相關係數鑑別度充份使用每一個樣本所提供的資訊，不同於傳統鑑別度僅選取高低分組作為代表。以下說明在獨立型試題時， D_k 可以變異數的型態呈現。

【定理 3.1】相關係數鑑別度計算公式

$$D_k = \frac{\sqrt{\text{Var}(Y_k)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \text{Var}(Y_i)}} \dots\dots\dots(3.2)$$

即第 k 題鑑別度為「第 k 題得分變異佔總分變異比例的正平方根」。

證明如下：

已知 $Y_{\bullet} = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_m$ 且 Y_1, Y_2, \dots, Y_m 彼此獨立，因此

$$\begin{aligned} D_k &= \rho(Y_{\bullet}, Y_k) \\ &= \frac{\text{Cov}(\sum_{i=1}^m Y_i, Y_k)}{\sqrt{\text{Var}(Y_k)} \sqrt{\text{Var}(\sum_{i=1}^m Y_i)}} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^m \text{Cov}(Y_i, Y_k)}{\sqrt{\text{Var}(Y_k)} \sqrt{\sum_{i=1}^m \text{Var}(Y_i)}} \\ &= \frac{\text{Cov}(Y_k, Y_k)}{\sqrt{\text{Var}(Y_k)} \sqrt{\sum_{i=1}^m \text{Var}(Y_i)}} \quad (\text{因 } i \neq k \text{ 時, } Y_i \text{ 與 } Y_k \text{ 獨立}) \\ &= \frac{\text{Var}(Y_k)}{\sqrt{\text{Var}(Y_k)} \sqrt{\sum_{i=1}^m \text{Var}(Y_i)}} \\ &= \frac{\sqrt{\text{Var}(Y_k)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \text{Var}(Y_i)}} \end{aligned}$$

其中，由定理 3.1 發現，第 k 題鑑別度之平方為第 k 題得分變異佔總分變異的比

例。此外，當 $Var(Y_k)$ 值愈大，第 k 題得分狀況愈分散，即第 k 題鑑別度愈大。

二、受試者作答情形屬二分變項之試題鑑別度

在作答情形屬二分變項時，又可進一步的將 D_k 以試題配分及試題通過率表現。

令

$$Y_k = \begin{cases} a_k, & \text{若第 } k \text{ 題答對} \\ 0, & \text{若第 } k \text{ 題答錯} \end{cases}$$

且

$$Z_k = \begin{cases} 1, & \text{若第 } k \text{ 題答對} \\ 0, & \text{若第 } k \text{ 題答錯} \end{cases}$$

同時，假設第 k 題答對的機率為 p_k (即第 k 題通過率為 p_k)，

則

$$Y_k = a_k Z_k$$

因 $E(Z_k) = p_k$ 且 $Var(Z_k) = p_k(1-p_k)$

故

$$\begin{aligned} E(Y_k) &= E(a_k Z_k) \\ &= a_k E(Z_k) \\ &= a_k [0 \cdot p(Z_k = 0) + 1 \cdot p(Z_k = 1)] \\ &= a_k p_k \end{aligned}$$

且

$$\begin{aligned} Var(Y_k) &= a_k^2 Var(Z_k) \\ &= a_k^2 \{E(Z_k^2) - [E(Z_k)]^2\} \\ &= a_k^2 \{E(Z_k) - [E(Z_k)]^2\} \\ &= a_k^2 \cdot p_k(1-p_k) \end{aligned}$$

由(3.2)式，

$$\begin{aligned} D_k &= \frac{\sqrt{Var(Y_k)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m Var(Y_i)}} \\ &= \frac{\sqrt{a_k^2 p_k(1-p_k)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m a_i^2 p_i(1-p_i)}} \dots\dots\dots(3.3) \end{aligned}$$

【定義 3.2】點二系列相關係數鑑別度

第 k 題鑑別度為「測驗總分」和「第 k 題答對或答錯情形」的相關係數，即

$$\text{點二系列鑑別度為 } \rho(Y_{\bullet}, Z_k) \dots\dots\dots(3.4)$$

因 Y_k 與 Z_k 的共變異數為：

$$\begin{aligned} \text{Cov}(Y_k, Z_k) &= \text{Cov}(a_k Z_k, Z_k) \\ &= a_k \cdot \text{Cov}(Z_k, Z_k) \\ &= a_k \cdot \text{Var}(Z_k) \\ &= a_k \cdot p_k(1 - p_k) \end{aligned}$$

因此，

$$\begin{aligned} \rho(Y_{\bullet}, Z_k) &= \frac{\text{Cov}(Y_{\bullet}, Z_k)}{\sqrt{\text{Var}(Z_k)}\sqrt{\text{Var}(Y_{\bullet})}} \\ &= \frac{\text{Cov}(\sum_{i=1}^m Y_i, Z_k)}{\sqrt{\text{Var}(Z_k)}\sqrt{\text{Var}(\sum_{i=1}^m Y_i)}} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^m \text{Cov}(Y_i, Z_k)}{\sqrt{\text{Var}(Z_k)}\sqrt{\sum_{i=1}^m \text{Var}(Y_i)}} \\ &= \frac{\text{Cov}(Y_k, Z_k)}{\sqrt{\text{Var}(Z_k)}\sqrt{\sum_{i=1}^m \text{Var}(Y_i)}} \\ &= \frac{a_k p_k(1 - p_k)}{\sqrt{p_k(1 - p_k)}\sqrt{\sum_{i=1}^m a_i^2 p_i(1 - p_i)}} \\ &= \frac{a_k^2 p_k(1 - p_k)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m a_i^2 p_i(1 - p_i)}} \dots\dots\dots(3.5) \end{aligned}$$

由上述發現公式(3.3)和公式(3.5)相同，因此對於作答情形屬二分變項且配分不同的試題，無論由積差相關或由點二系列相關計算其鑑別度皆可得到相同結果，這也印證了點二系列相關是積差相關的特殊情況。此外，對於作答情形屬二分變項且配分相同的試題，公式(3.5)可進一步化簡如公式(3.6)：

$$D_k = \frac{p_k(1-p_k)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m p_i(1-p_i)}} \dots\dots\dots(3.6)$$

3.3 範例

本節將利用相關係數鑑別度公式重新計算例 1，並與傳統鑑別度(即高低分組通過率之差)及呂金川(2008)以機率模式計算獨立型試題鑑別度作比較分析。

【例 3】(續例 1)

範例中的資料可利用統計套裝軟體處理積差相關係數之計算，或直接使用本文提供的電腦程式計算獨立型試題鑑別度，程式及其使用說明請參考附錄一。

第一題的鑑別度為 $D_1=0.787$

第二題的鑑別度為 $D_2=0.638$

第三題的鑑別度為 $D_3=0.614$

第四題的鑑別度為 $D_4=0.824$

第五題的鑑別度為 $D_5=0.824$

依照表 2-4 的 Garrett 積差相關係數解釋表來分析：第一、四、五題屬於「高度相關」，第二、三題屬於「顯著相關」。將上述結果與傳統模式及機率模式作比較如表 3-1，觀察本例結果發現以傳統模式、機率模式與相關係數模式計算鑑別度，鑑別度的高低排序大致上一致，其中皆以第三題鑑別度最低。

表 3-1 例 3 傳統模式、機率模式與相關係數模式鑑別度比較表

題號	傳統模式 鑑別度	機率模式 鑑別度	相關係數模式 鑑別度
第一題	1.000	0.933	0.787
第二題	1.000	0.888	0.638
第三題	0.500	0.664	0.614
第四題	1.000	0.813	0.824
第五題	1.000	0.813	0.824

由於傳統模式鑑別度僅考慮高分組與低分組之通過率，以統計的觀點來看，在樣

本使用上是不夠充分的，然而，呂金川(2008)研究發現機率模式鑑別度能兼顧中段學生表現。因此，接下來將例 1 的編號 3 及編號 5 學生(屬中間群體)作答資料稍作修改如表 3-2，再重新以相關係數模式計算各題鑑別度，並觀察其鑑別度是否隨中間群體作答資料改變。

表 3-2 例 1 修改中間群體學生作答資料之答題情形

學生編號	第一題	第二題	第三題	第四題	第五題	答對題數
1	1	1	1	1	1	5
2	0	0	0	0	0	0
3	1*	0	1	0	1	3
4	1	1	1	1	1	5
5	0	1	0	1	1*	3
6	0	1	1	1	1	4
7	0	0	1	0	0	1
8	1	0	1	1	1	4

註：上表中「*」表示與例 1 作答情形差異處，即 0 改為 1

利用統計軟體重新計算相關係數模式的各題鑑別度，並將結果與機率模式及傳統模式比較如表 3-3。觀察本例結果發現，中間群體學生作答資料異動後，各題的相關係數模式與機率模式鑑別度皆有微幅變動，但傳統模式鑑別度並未因中間群體資料改變而有所變動。

表 3-3 例 3 中間群體資料異動對傳統、機率與相關係數模式鑑別度之影響

題號	傳統模式		機率模式		相關係數模式	
	修改前的 鑑別度	修改後的 鑑別度	修改前的 鑑別度	修改後的 鑑別度	修改前的 鑑別度	修改後的 鑑別度
第一題	1.000	1.000	0.933	0.906	0.787	0.665
第二題	1.000	1.000	0.888	0.906	0.638	0.665
第三題	0.500	0.500	0.664	0.719	0.614	0.555
第四題	1.000	1.000	0.813	0.844	0.824	0.821
第五題	1.000	1.000	0.813	0.719	0.824	0.896

第四章 題組型試題子題及題組鑑別度之探討

題組題是依據所提供之新情境和資料作答的試題類型，它能測量到學生的理解、應用、分析或評鑑能力，一般來說，同一題組內各子題有某種程度的關連性。由於題組題是近幾年國民中學基本學力測驗常見的試題類型，且目前各種鑑別度定義僅針對單一試題作鑑別度分析，若將其應用在分析題組型試題鑑別度時，除了無法計算題組本身的鑑別度之外，甚至會忽略題組內各子題之間的關連性。目前題組鑑別度的相關研究並不多，故本文以複相關係數的觀點探討其鑑別度，提供新的研究方向。第一節說明題組型試題的基本假設；第二節以相關係數定義題組型試題的子題鑑別度，並將鑑別度表示成能清楚呈現子題得分、題組得分以及測驗總分三者關係的公式；第三節以複相關分析的方法定義整則題組之鑑別度，並說明在蒐集測驗結果資料後，如何運用複迴歸分析的技巧計算題組鑑別度；第四節以複迴歸分析的方法排除同一題組內前面各子題影響力後之子題鑑別度，並探求其對於該題組鑑別度的貢獻程度，其中，引進子題淨得分與淨鑑別度的概念；第五節為應用本文研究結果計算題組鑑別度、子題鑑別度及子題淨鑑別度，並將結果與傳統鑑別度(即高低分組通過率之差)及施焱騰(2008)以機率模式計算題組型試題鑑別度的結果作比較分析。

4.1 基本假設

設一份試卷是由 m 則題組所構成，且第 1 題組有 k_1 個子題、第 2 題組有 k_2 個子題、...、第 m 題組有 k_m 個子題，各題組包含子題數目可不同。令

Y_{ij} = 第 i 題組第 j 子題的得分

$Y_{i\cdot} \equiv \sum_{t=1}^{k_i} Y_{it}$ = 第 i 題組的得分

$Y_{\cdot\cdot} \equiv \sum_{s=1}^m \sum_{t=1}^{k_s} Y_{st}$ = 測驗總分

此外，尚有以下兩項重要假設：

1. 題組間的作答情形是獨立的，即 $Y_{1\cdot}$ 、 $Y_{2\cdot}$ 、 $Y_{3\cdot}$ 、...、 $Y_{m\cdot}$ 彼此獨立。
2. 每一題組中，第 j 子題作答情況與前面的 $j-1$ 個子題作答情形有關。

4.2 題組內子題之鑑別度

本節暫時先忽略同一題組內各子題之間的影响力，延續第三章獨立型試題以「測驗總分」和「個別試題得分」的相關係數來定義題組內子題之鑑別度。

【定義 4.1】題組內子題之鑑別度

第 i 題組第 j 子題鑑別度為「測驗總分」和「第 i 題組第 j 子題得分」的相關係數，記為 D_{ij} ，即

$$D_{ij} = \rho(Y_{..}, Y_{ij})$$

如同目前的各種鑑別度指標僅適用於計算單一試題鑑別度，定義 4.1 亦將同一題組內各子題視為獨立型試題來計算其鑑別度。「排除前面各子題影响力後的子題鑑別度」與「將各子題視為獨立型試題的鑑別度」之間的差異，待本章第四節探討子題淨得分與淨鑑別度的概念後，將於本章第五節之計算範例一併作比較說明。接下來，由定義 4.1 尚可推導出其他公式。

【定理 4.1】題組內子題之鑑別度計算公式

$$D_{ij} = \sqrt{\frac{\text{Var}(Y_{i\cdot})}{\text{Var}(Y_{..})}} \times \rho(Y_{i\cdot}, Y_{ij}) \dots \dots \dots (4.1)$$

即第 i 題組第 j 子題鑑別度為「第 i 題組得分變異佔總變異比例的正平方根」與「第 i 題組得分與第 i 題組第 j 子題得分之相關係數」的乘積。

證明如下：

已知 $Y_{..} \equiv \sum_{s=1}^m \sum_{t=1}^{k_s} Y_{st}$ 且 $Y_{1\cdot}$ 、 $Y_{2\cdot}$ 、 $Y_{3\cdot}$ 、...、 $Y_{m\cdot}$ 彼此獨立

因此，由定義 4.1 可推導出

$$\begin{aligned}
D_{ij} &= \rho(Y_{..}, Y_{ij}) \\
&= \frac{\text{Cov}(Y_{..}, Y_{ij})}{\sqrt{\text{Var}(Y_{..})} \sqrt{\text{Var}(Y_{ij})}} \\
&= \frac{\text{Cov}(\sum_{s=1}^m \sum_{t=1}^{k_s} Y_{st}, Y_{ij})}{\sqrt{\text{Var}(Y_{..})} \sqrt{\text{Var}(Y_{ij})}} \\
&= \frac{\sum_{s=1}^m \sum_{t=1}^{k_s} \text{Cov}(Y_{st}, Y_{ij})}{\sqrt{\text{Var}(Y_{..})} \sqrt{\text{Var}(Y_{ij})}} \\
&= \frac{\sum_{t=1}^{k_i} \text{Cov}(Y_{it}, Y_{ij})}{\sqrt{\text{Var}(Y_{..})} \sqrt{\text{Var}(Y_{ij})}} \\
&= \frac{\text{Cov}(\sum_{t=1}^{k_i} Y_{it}, Y_{ij})}{\sqrt{\text{Var}(Y_{..})} \sqrt{\text{Var}(Y_{ij})}} \\
&= \frac{\text{Cov}(Y_{i.}, Y_{ij})}{\sqrt{\text{Var}(Y_{..})} \sqrt{\text{Var}(Y_{ij})}} \\
&= \frac{\sqrt{\text{Var}(Y_{i.})}}{\sqrt{\text{Var}(Y_{..})}} \times \frac{\text{Cov}(Y_{i.}, Y_{ij})}{\sqrt{\text{Var}(Y_{i.})} \sqrt{\text{Var}(Y_{ij})}} \\
&= \sqrt{\frac{\text{Var}(Y_{i.})}{\text{Var}(Y_{..})}} \times \rho(Y_{i.}, Y_{ij})
\end{aligned}$$

由於不同題組之間可視為獨立型試題，並且由(3.1)得知「測驗總分與第 i 題組得分的相關係數」與「第 i 題組得分變異數與總變異數之比值的正平方根」是相同的，即

$$\rho(Y_{..}, Y_{i.}) = \sqrt{\frac{\text{Var}(Y_{i.})}{\text{Var}(Y_{..})}}$$

因此，(4.1)可寫成

$$D_{ij} = \rho(Y_{..}, Y_{i.}) \times \rho(Y_{i.}, Y_{ij}) \dots\dots\dots(4.2)$$

(4.2)說明了第 i 題組第 j 子題鑑別度為「測驗總分與第 i 題組得分之相關係數」與「第 i 題組得分與第 i 題組第 j 子題得分之相關係數」的乘積。一般直觀的想法是將「測驗總分與第 i 題組得分的相關係數」定義為第 i 題組鑑別度，但是，

若以第 i 題組得分來代表該題組表現，將會使題組內各子題得分狀況被忽略。因此，下一節將探求題組鑑別度更適切的定義。

4.3 題組之鑑別度

在分析某一題組鑑別度時，若直接以「測驗總分與某一題組得分的相關係數」定義該題組鑑別度，將會忽略此題組內各子題得分狀況。由於需考量題組內各子題得分狀況，本文利用複相關分析的方法定義題組鑑別度。相關分析是討論兩組變數間的相關性，一組稱為 x 組，另一組稱為 y 組，若 x 組和 y 組各只有一個變數時，則其相關稱為簡單相關(或皮爾森積差相關)；當 x 組只有一個變數，而 y 組有很多變數，則此兩組之間的相關稱為複相關(Multiple Correlation)；若兩組變數都有不只一個變數時，量測這兩組變數間的相關就稱為典型相關(Canonical Correlation)。由於同一題組內有多個子題，且每個子題得分不全相同，因此各子題得分為多個變數，屬於複相關的範疇，亦可視為典型相關的特例。

【定義 4.2】題組鑑別度

第 i 題組鑑別度定義為「測驗總分」與「第 i 題組內各子題得分」的複相關係數，記為 D_i ，即

$$D_i = \max \rho(Y_{..}, a_1 Y_{i1} + a_2 Y_{i2} + a_3 Y_{i3} + \cdots + a_k Y_{ik_i})$$

其中， a_1 、 a_2 、.....、 a_k 為任意實數。

複相關係數 D_i 為一理論值，根據複迴歸分析的理論，在收集一些學生測驗結果資料後，得到每位學生的測驗總分 $Y_{..}$ 及第 i 題組各子題得分 Y_{i1} 、 Y_{i2} 、.....、 Y_{ik_i} ，將 $Y_{..}$ 對 Y_{i1} 、 Y_{i2} 、.....、 Y_{ik_i} 迴歸，所得複迴歸分析的樣本複相關係數 R 即可用來估計 D_i ，此時各子題得分的權重為 a_1 、 a_2 、.....、 a_k 的最小平方估計。接下來，再針對複迴歸分析的複相關係數作進一步說明。

由變異數分析得知，自變項 x_1, x_2, \dots, x_p 對依變項 y 的解釋能力，是以迴歸平方和 SSR 與總平方和 $SSTO$ 之比值來量測，它表示由於自變項 x_1, x_2, \dots, x_p 進入模式後，依變項 y 變異降低的比例，稱之為自變項 x_1, x_2, \dots, x_p 對依變項 y 解釋能力(或解釋變異的比例)，亦稱為判定係數(Coefficient of Determination)，通常以 R^2 表示，即

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SSTO} = \frac{SSTO - SSE}{SSTO} = \frac{SSR}{SSTO}$$

且判定係數 R^2 為樣本複相關係數的平方，即在題組型試題中，第 i 題組鑑別度之平方可視為第 i 題組各子題得分能夠解釋總分變異的比例。

由 4.2 節得知，倘若將「測驗總分與第 i 題組得分的相關係數」定義為第 i 題組鑑別度，將會使題組內各子題得分狀況被忽略。究竟「測驗總分與第 i 題組內各子題得分的複相關係數」與「測驗總分與第 i 題組得分的相關係數」兩者之間差異性為何呢？接下來將繼續探討。

【定理 4.2】題組鑑別度的性質

$$D_i^2 \geq \rho^2(Y_{..}, Y_{i.})$$

即「測驗總分與第 i 題組各子題得分複相關係數之平方」恆大於等於「測驗總分與第 i 題組得分相關係數之平方」。

證明如下：

由定義 4.2 得知 $D_i = \max \rho(Y_{..}, a_1 Y_{i1} + a_2 Y_{i2} + a_3 Y_{i3} + \dots + a_{k_i} Y_{ik_i})$

因此，令 $a_1 = a_2 = \dots = a_{k_i} = 1$

可得

$$\begin{aligned} D_i^2 &= [\max \rho(Y_{..}, a_1 Y_{i1} + a_2 Y_{i2} + a_3 Y_{i3} + \dots + a_{k_i} Y_{ik_i})]^2 \\ &\geq \rho^2(Y_{..}, a_1 Y_{i1} + a_2 Y_{i2} + a_3 Y_{i3} + \dots + a_{k_i} Y_{ik_i}) \\ &= \rho^2(Y_{..}, Y_{i.}) \end{aligned}$$

然而，若以變異數分析的觀點來看，定理 4.2 闡述：若第 i 題組得分 $Y_{i\cdot}$ 對測驗總分 $Y_{\cdot\cdot}$ 有 $t\%$ 的解釋能力，則因為第 i 題組各子題得分 Y_{i1} 、 Y_{i2} 、 \dots 、 Y_{ik_i} 對第 i 題組得分 $Y_{i\cdot}$ 有 100% 的解釋能力，所以第 i 題組各子題得分 Y_{i1} 、 Y_{i2} 、 \dots 、 Y_{ik_i} 對測驗總分 $Y_{\cdot\cdot}$ 至少有 $t\%$ 的解釋能力。

4.4 題組內子題之淨鑑別度

一般來說，同一題組內的子題間常有某種關連性，若直接以「測驗總分」與「某一子題得分」之相關係數定義該子題鑑別度，將會忽略各子題之間的關連性。因此，在蒐集測驗結果資料後，本文應用複迴歸分析的方法探求排除同一題組內前面各子題影響力之子題淨得分與淨鑑別度。

當某一題組有兩個子題時，第 1 子題鑑別度之平方為第 1 子題得分能夠解釋總分變異的比例，在忽略兩子題關聯性的情況下，第 2 子題鑑別度之平方是第 2 子題得分能夠解釋總分變異的比例。然而，為了排除第 1 子題得分對第 2 子題得分的影響力，將第 1 子題得分視為自變項以及第 2 子題得分視為依變項，由於迴歸分析能找到自變項對依變項解釋能力(或解釋變異的比例)，因此，將第 1 子題得分對第 2 子題得分迴歸所得之殘差，視為「排除第 1 子題得分影響力後的第 2 子題得分」，即第 2 子題對於「多」解釋總分變異之貢獻。

綜合上述原因，本節利用複迴歸分析的方法，先求得排除同一題組內前面各子題影響力後的子題「淨得分」，再以測驗總分與子題淨得分之相關係數定義子題的「淨鑑別度」。

【定義 4.3】淨得分

第 i 題組第 j 子題之「淨得分」為「第 i 題組第 j 子題得分 Y_{ij} 」對「前面 $j-1$ 個子題得分 Y_{i1} 、 Y_{i2} 、 \dots 、 $Y_{i(j-1)}$ 」迴歸後所得之殘差，記為 e_{ij} ，此殘差值即為第 j 子題排除前面 $j-1$ 個子題影響力後的分數。

【定義 4.4】淨鑑別度

第 i 題組第 j 子題淨鑑別度定義為「測驗總分」與「第 i 題組第 j 子題淨得分」的相關係數，記為 $D_{ij|i1,i2,\dots,i(j-1)}$ 。

為了想了解各子題淨鑑別度對於解釋題組鑑別度的貢獻，因此，需要引用一些複迴歸分析的理論結果。

假設影響依變項 y 的自變項有 p 個，分別為 x_1, x_2, \dots, x_p ，模式設為

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p \dots\dots\dots(4.3)$$

或寫成矩陣之形式為

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

其中， $Y : n \times 1$ 、 $X : n \times (p+1)$ 、 $\beta : (p+1) \times 1$ 、 $\varepsilon : n \times 1$

若模式內中已包含自變項 x_1, x_2, \dots, x_{p-1} 時，自變項 x_p 是否仍值得放入模式內，即為檢定

$$\begin{cases} H_0 : \beta_p = 0 \\ H_1 : \beta_p \neq 0 \end{cases}$$

首先計算簡化模式(Reduced Model)(即模式內未放入 x_p)的殘差平方和 $SSE(R)$ ：

$$\begin{aligned} SSE(R) &= SSE(x_1, \dots, x_{p-1}) \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{1i} - \hat{\beta}_2 x_{2i} - \dots - \hat{\beta}_{p-1} x_{p-1,i})^2 \end{aligned}$$

再計算完整模式(Full Model)(即模式內放入 x_p)的殘差平方和 $SSE(F)$ ：

$$\begin{aligned} SSE(F) &= SSE(x_1, \dots, x_p) \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{1i} - \hat{\beta}_2 x_{2i} - \dots - \hat{\beta}_p x_{pi})^2 \end{aligned}$$

當模式愈複雜時(在此即多加入自變項 x_p)，算出的 SSE 會愈小，而這兩個平方和

的差距 $SSE(R) - SSE(F)$ 愈大，就表示自變項 x_p 愈有用，其差距表示增加自變項

x_p 到模式內之後，依變項 y 的變異降低的部份，以 $SSR(x_p | x_1, \dots, x_{p-1})$ 表示，即

$$\begin{aligned} SSR(x_p | x_1, \dots, x_{p-1}) &= SSR(x_1, \dots, x_p) - SSR(x_1, \dots, x_{p-1}) \\ &= SSE(x_1, \dots, x_{p-1}) - SSE(x_1, \dots, x_p) \quad \dots\dots\dots(4.4) \end{aligned}$$

【定理 4.3】

在模式(4.3)的假設下

令 $X = (X_1, x_p)$ ，則

$$SSR(x_p | x_1, \dots, x_{p-1}) = SSR(e_p)$$

其中，

$$e_p = (I - P_1)x_p$$

$$P_1 = X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1'$$

註： x_p 與 e_p 可代表變項，同時也可代表觀察值所組成的向量

證明：參考附錄二

由定理 4.3 得知，

$$\begin{aligned} D_{ij | i_1, i_2, \dots, i_{j-1}}^2 &= Y_{..} \text{對 } e_{ij} \text{ 迴歸的判定係數} \\ &= \frac{SSR(e_{ij})}{\sum_{l=1}^n (Y_{..}^{(l)} - \bar{Y})^2} \\ &= \frac{SSR(Y_{ij} | Y_{i1}, \dots, Y_{i(j-1)})}{\sum_{l=1}^n (Y_{..}^{(l)} - \bar{Y})^2} \quad \dots\dots\dots(4.5) \end{aligned}$$

其中，

$Y_{..}^{(1)}$ 、 $Y_{..}^{(2)}$ 、...、 $Y_{..}^{(n)}$ 分別為 n 位受試者的總分

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{l=1}^n Y_{..}^{(l)}}{n} \text{ 為 } n \text{ 位受試者的總分平均}$$

(4.5)說明了在第 i 題組中，第 j 子題的淨鑑別度平方等於其淨得分可再「多」解

釋總分變異的比例，因此可視為加入第 j 子題後對於題組鑑別度的貢獻。接下來，定理 4.4 將說明「題組鑑別度」與「各子題淨鑑別度」之密切關係。

【定理 4.4】題組鑑別度與各子題淨鑑別度之關係式

第 i 題組「題組鑑別度之平方」恰好為「各子題淨鑑別度之平方和」，即

$$D_i^2 = D_{i1}^2 + D_{i2|i1}^2 + D_{i3|i1,i2}^2 + \dots + D_{ik_i|i1,i2,\dots,ik_{i-1}}^2 \dots\dots\dots(4.5)$$

證明如下：

由(4.4)、(4.5)及以複相關係數作為題組鑑別度的定義可得知，

$$\begin{aligned} & D_{i1}^2 + D_{i2|i1}^2 + \dots + D_{ik_i|i1,i2,\dots,ik_{i-1}}^2 \\ &= \frac{SSR(Y_{i1})}{SSTO} + \frac{SSR(Y_{i2}|Y_{i1})}{SSTO} + \dots + \frac{SSR(Y_{ik_i}|Y_{i1}, \dots, Y_{ik_{i-1}})}{SSTO} \\ &= \frac{SSR(Y_{i1})}{SSTO} + \frac{SSR(Y_{i1}, Y_{i2}) - SSR(Y_{i1})}{SSTO} + \dots + \frac{SSR(Y_{i1}, \dots, Y_{ik_i}) - SSR(Y_{i1}, \dots, Y_{ik_{i-1}})}{SSTO} \\ &= \frac{SSR(Y_{i1}, \dots, Y_{ik_i})}{SSTO} \\ &= D_i^2 \end{aligned}$$

其中，

$SSTO$ 表示測驗總分的總變異

(4.5)式可參考 C. R. Rao. (1973)所著書中的 p.311，它原本闡述的是以複迴歸分析探討一群變項之間的關係，應用在測驗領域時，正好巧妙的呈現了「題組鑑別度」與「子題淨鑑別度」之密切關聯。另外，此關係式不僅適用於作答情形屬於二分變項的題組試題(例：選擇題題組)，亦可適用於作答情形屬於非二分變項的題組試題(例：可部份給分的問答題題組)。

接下來探討子題淨鑑別度的顯著性，由(4.4)得知，檢定第 p 子題淨鑑別度是否顯著，即檢定加入第 p 子題後能多解釋總分變異的能力是否有顯著的貢獻。從迴歸分析的角度來看，當模式內已有 x_1, x_2, \dots, x_{p-1} 時，加入變項 x_p 的貢獻是否顯著，即為檢定 β_p 是否為 0。統計學家以降低變異的比例作為加入變項 x_p 是否有用的判定指標。定理 4.5 將說明檢定加入變項 x_p 是否有顯著貢獻的方法。

【定理 4.5】子題淨鑑別度是否顯著之檢定

在模式(4.3)且 $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, $i = 1, 2, \dots, n$ 的假設下

考慮檢定

$$\begin{cases} H_0 : \beta_p = 0 \\ H_1 : \beta_p \neq 0 \end{cases}$$

當 H_0 成立時，

$$F = \frac{R^2 - R_H^2}{1 - R^2} \cdot [n - (p + 1)] \sim F_{1, n - (p + 1), \alpha} \dots \dots (4.6)$$

其中，

R^2 為模式包含自變項 x_1, x_2, \dots, x_p 的判定係數。

R_H^2 為模式包含自變項 x_1, x_2, \dots, x_{p-1} 的判定係數。

當

$$F > F_{1, n - (p + 1), \alpha}$$

時，拒絕 H_0 ，即 H_0 是顯著的，模式中應加入 x_p 。

(4.6)之 F 統計量的推導過程如下：

$$\begin{aligned} F &= \frac{SSE(R) - SSE(F) / 1}{SSE(F) / n - (p + 1)} \\ &= \frac{SSR(x_p | x_1, \dots, x_{p-1}) / 1}{SSE(x_1, \dots, x_p) / n - (p + 1)} \\ &= \frac{SSE(R) - SSE(F)}{SSE(F)} \cdot [n - (p + 1)] \\ &= \frac{R^2 - R_H^2}{1 - R^2} \cdot [n - (p + 1)] \end{aligned}$$

假設第 i 題組共有 2 個子題，若 R_H^2 為模式內只有第 1 子題的判定係數， R^2 為模式內加入第 2 子題之後的判定係數，則第 1 子題淨鑑別度的平方為該子題得分可

解釋總分變異的比例，即

$$D_{i1}^2 = R^2$$

第 2 子題淨鑑別度的平方為加入第 2 子題後可再「多」解釋總分變異的比例，即

$$D_{i2|i1}^2 = R^2 - R_H^2$$

因此，若要檢定第 2 子題淨鑑別度是否顯著時，(4.6)的 F 統計量可以子題淨鑑別度的型態呈現，即

$$F = \frac{D_{i2|i1}^2}{1 - D_{i1}^2} \cdot [n - (p + 1)] \dots \dots \dots (4.7)$$

由(4.7)得知，在檢定各子題淨鑑別度是否顯著時，可直接由各子題淨鑑別度與題組鑑別度求 F 值，由於 4.5 節範例的樣本數較少，因此檢定子題淨鑑別度是否顯著的計算範例留待 5.2 節作說明。

4.5 範例

本節將利用本文的各子題鑑別度、題組鑑別度與各子題淨鑑別度定義重新計算例 2，並與傳統鑑別度(即以高低分組通過率之差)及施焱騰(2008)以機率模式計算題組型試題鑑別度的方法作比較分析。

【例 4】(續例 2)

依據本研究之基本假設並未限制各子題配分必須相同，但為了簡化計算過程並與相關研究作比較分析，故將例 2 作答情形改以得分方式呈現，即假設答對得 1 分、答錯得 0 分(如表 4-1)。本例僅以第三題組說明各子題鑑別度、題組鑑別度與各子題淨鑑別度的計算過程，其餘題組均仿照此計算方法。範例中的資料可利用統計套裝軟體處理複相關係數、迴歸分析及積差相關係數之計算，或直接使用本文提供的電腦程式計算各子題鑑別度、題組鑑別度與各子題淨鑑別度，程式及其使用說明請參考附錄一。

表 4-1 例 2 的作答情形改成以得分方式呈現

學生 編號	第一題組	第二題組		第三題組			總分
	1	1	2	1	2	3	
1	1	1	1	1	1	1	6
2	1	1	1	1	1	0	5
3	0	1	1	1	1	1	5
4	1	1	0	1	1	1	5
5	1	1	1	1	0	0	4
6	1	0	0	1	1	0	3
7	1	1	0	1	0	0	3
8	0	0	0	1	1	0	2
9	0	1	0	0	0	0	1
10	1	0	0	0	0	0	1
11	0	0	0	1	0	0	1
12	0	0	0	0	0	0	0

註：上表中答對該題以 1 表示，答錯該題以 0 表示

1.子題鑑別度

依據定義 4.1 得知第三題組各子題鑑別度為「測驗總分」和「第三題組第 j 子題得分」的積差相關係數，計算結果如下：

第 1 子題鑑別度為 $D_{31} = 0.7035$

第 2 子題鑑別度為 $D_{32} = 0.6963$

第 3 子題鑑別度為 $D_{33} = 0.7035$

2.題組鑑別度

依據定義 4.2 得知第三題組鑑別度 D_3 為「測驗總分」與「第三題組內各子題得分」之複相關係數，已知 $Y_{..}$ 與 $\{Y_{31}, Y_{32}, Y_{33}\}$ 的複相關係數即為 $Y_{..}$ 對 $\{Y_{31}, Y_{32}, Y_{33}\}$ 複迴歸的判定係數之正平方根，其計算過程如下：

$Y_{..}$ 對 $\{Y_{31}, Y_{32}, Y_{33}\}$ 複迴歸的判定係數為

$$R^2 = 0.7576$$

$Y_{..}$ 與 $\{Y_{31}, Y_{32}, Y_{33}\}$ 的複相關係數為

$$R = 0.8704$$

即第三題組鑑別度為

$$D_3 = 0.8704$$

3.子題淨鑑別度

由於第 1 子題並未受到其他子題的影響，因此，第 1 子題的鑑別度值為「測驗總分」與「第三題組第 1 子題得分」的積差相關係數，即

$$D_{31} = 0.7035$$

自第 2 子題起，需考慮前面各子題之影響力，其淨得分與淨鑑別度計算步驟如下：

步驟一：將 Y_{32} 對 Y_{31} 迴歸，求得殘差 e_{32} ，此殘差 e_{32} 即第 2 子題排除第 1 子題影響力後的「第 2 子題淨得分」，如表 4-2。其中編號 5、7、11 學生第 2 子題淨得分為負值，其原因為當 Y_{32} 對 Y_{31} 迴歸時， Y_{32} 預測值高於觀察值，以本題為例，第 1 子題得 1 分的學生共 9 位，此 9 位學生於第 2 子題之平均得分為 0.6667，可證明此平均得分恰為 Y_{32} 的預測得分 0.6667，但編號 5、7、11 學生於第 2 子題得分皆為 0 分，因此，其殘差 e_{32} 皆為 -0.6667 。

表 4-2 排除第 1 子題影響力後的第 2 子題淨得分

學生編號	Y_{32} 的預測得分	殘差 e_{32} (淨得分)
1	0.6667	0.3333
2	0.6667	0.3333
3	0.6667	0.3333
4	0.6667	0.3333
5	0.6667	-0.6667
6	0.6667	0.3333
7	0.6667	-0.6667
8	0.6667	0.3333
9	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000
11	0.6667	-0.6667
12	0.0000	0.0000

步驟二：求 $Y_{..}$ 與 e_{32} 的積差相關係數，即 $D_{32|31} = 0.3553$ 。

同理，求第 3 子題的淨得分與淨鑑別度，其計算步驟如下：

步驟一：將 Y_{33} 對 Y_{31} 、 Y_{32} 迴歸，求得殘差 e_{33} ，此殘差 e_{33} 即第 3 子題排除第 1、2 子題影響力後的「第 3 子題淨得分」，如表 4-3。其中，編號 2、6、8 學生的第 3 子題淨得分為負值，其原因與第 2 子題相同。

表 4-3 排除第 1、2 子題影響力後的第 3 子題淨得分

學生編號	Y_{33} 的預測得分	殘差 e_{33} (淨得分)
1	0.5	0.5
2	0.5	-0.5
3	0.5	0.5
4	0.5	0.5
5	0	0
6	0.5	-0.5
7	0	0
8	0.5	-0.5
9	0	0
10	0	0
11	0	0
12	0	0

步驟二：求 Y_{33} 與 e_{33} 的積差相關係數，即 $D_{33|31,32} = 0.3693$ 。

將例 2 的計算結果整理如表 4-4，其中，子題淨鑑別度皆小於子題鑑別度，且接近子題鑑別度的二分之一。

表 4-4 例 4 的各子題鑑別度、各子題淨鑑別度與各題組鑑別度

題號	子題鑑別度	子題淨鑑別度	題組鑑別度
第一題組	1	0.5296	0.5296
第二題組			0.8090
	1	0.7062	
	2	0.7385	
第三題組			0.8704
	1	0.7035	
	2	0.6963	
	3	0.7035	

此外，表 4-4 的結果可驗證定理 4.4 題組鑑別度與各子題淨鑑別度的關係式如下：

第二題組中，題組鑑別度之平方為第 1、2 子題淨鑑別度之平方和，即

$$0.8090^2 \approx 0.7062^2 + 0.3948^2$$

第三題組中，題組鑑別度之平方為第 1、2、3 子題淨鑑別度之平方和，即

$$0.8704^2 \approx 0.7035^2 + 0.3553^2 + 0.3693^2$$

由於例 4 的樣本數較少，因此檢定子題淨鑑別度是否顯著的計算範例，將留待 5.2 節作說明。最後，比較傳統鑑別度及施焱騰(2008)以機率模式計算題組型試題的鑑別度如表 4-5，結果發現以機率模式與相關係數模式計算鑑別度的高低情形大致上一致。

表 4-5 傳統模式與機率模式下例 4 各子題鑑別度

題號	傳統模式 子題鑑別度	機率模式 子題鑑別度
第一題組	1	0.50
第二題組	1	0.75
	2	0.75
第三題組	1	0.75
	2	1.00
	3	0.75

第五章 實例分析

本章以 99 年第一次國中基測英語科試題為例，利用本文研究結果計算其獨立型試題鑑別度以及題組試題之題組鑑別度、各子題鑑別度與各子題淨鑑別度，並與其它有關試題鑑別度的研究作比較與分析。

5.1 資料來源

本研究樣本資料蒐集自基隆市立碇內國民中學 134 名學生之 99 年第一次國民中學學生基本學力測驗英語科成績，該校位處基隆市邊陲地區，學生學業整體表現屬於中等偏下程度。此外，參考國立台灣師範大學心理與教育測驗研究發展中心於 2010 年 5 月 23 日公佈之試題說明，彙整其說明如下。

1. 試題類型

- (1) 單題 18 題，占該科試題的 40%
- (2) 題組 27 題(共 11 則)，占該科試題的 60%

2. 試題內容

- (1) 語言基礎知識，包含字彙、片語與語法結構(單題)：18 題
- (2) 閱讀理解、分析、綜合等各項能力(題組)：27 題

3. 試題特色

(1) 試題取材貼近國中學生的生活情境，如：家庭生活、學校生活、休閒活動等。題組體裁多元，除了一般文章、對話、書信及廣告海報之外，也有網路部落格、詩歌、書評及短劇。

(2) 試題設計強調英語不只是考試科目，更是生活溝通及情感表達的工具。

附錄三與附錄四為 99 年第一次國民中學學生基本學力測驗英語科題本與參考答案。

5.2 資料分析

以下資料可利用統計套裝軟體處理相關係數與迴歸分析之計算，或直接使用本文提供的電腦程式計算單題鑑別度以及題組的子題鑑別度、題組鑑別度與子題淨鑑別度，程式使用及其說明請參考附錄一。已知基測量尺分數主要用途是作為比較兩次基測表現，由於本章僅針對第一次基測英語科試題作鑑別度分析，故使用英語科原始分數(即答對題數)作為測驗總分，即答對得 1 分、答錯得 0 分；再分別以傳統模式與相關係數模式計算單題與題組的試題鑑別度，並參考表 2-2 鑑別度評鑑標準(Ebel&Frisbie,1991)及表 2-4 積差相關係數解釋表(Garrett,1969)作分析比較。其中，傳統模式鑑別度是取前 27%(36 人)作為高分組及後 27%(36 人)作為低分組。表 5-1 為單題鑑別度值比較表，表 5-2 為題組鑑別度值比較表。

表 5-1 獨立型試題之傳統模式與相關係數模式鑑別度比較表

題號	通過率	難度 P	鑑別度 D	試題評鑑	相關係數 鑑別度	與總分相 關程度
1	0.72	0.6111	0.7778 ^H	非常優良	0.7014 ^H	高度相關
2	0.72	0.6667	0.6667	非常優良	0.6604	顯著相關
3	0.60	0.6111	0.7778 ^H	非常優良	0.6720	顯著相關
4	0.73	0.5972	0.8056 ^H	非常優良	0.7105 ^H	高度相關
5	0.72	0.6389	0.7222	非常優良	0.6820	顯著相關
6	0.57	0.5278	0.8889 ^H	非常優良	0.7440 ^H	高度相關
7	0.67	0.6667	0.6111	非常優良	0.5301	顯著相關
8	0.54	0.5694	0.5833	非常優良	0.4504	顯著相關
9	0.59	0.5694	0.8611 ^H	非常優良	0.7366 ^H	高度相關
10	0.50	0.5833	0.8333 ^H	非常優良	0.6907 ^H	顯著相關
11	0.51	0.5694	0.4167 ^L	非常優良	0.3380 ^L	低相關
12	0.69	0.6250	0.7500	非常優良	0.6069	顯著相關
13	0.72	0.6806	0.6389	非常優良	0.6403	顯著相關
14	0.49	0.5139	0.6389	非常優良	0.5234	顯著相關
15	0.69	0.6111	0.7222	非常優良	0.6570	顯著相關
16	0.66	0.6806	0.4722 ^L	非常優良	0.3982 ^L	低相關
17	0.67	0.6528	0.6944	非常優良	0.5909	顯著相關
18	0.42	0.5000	0.6667	非常優良	0.4307	顯著相關

註：表中「^H」代表該題鑑別度值較高，「^L」代表該題鑑別度值較低

根據表 5-1 的結果，可再作進一步探討如下：

1. 在傳統模式下，單題鑑別度值介於 0.4167 至 0.8889 間，皆屬於「非常優良」的試題；在相關係數模式下，除了第 1、4、6、9 題屬於「高度相關」的試題，及第 11、16 題屬於「低相關」的試題外，其餘皆屬於「顯著相關」的試題。
2. 傳統模式與相關係數模式鑑別度值排序大致一致，例：兩種模式鑑別度排序前五高的試題同為第 1、4、6、9、10 題，惟排序稍有不同；鑑別度排序最低與次低的試題同為第 11 題與第 16 題。
3. 比較兩種模式鑑別度前五高的試題中，排序前三高的第 4、6、9 題，難度值接近 0.5，符合難度與鑑別度值的關係，即當難度接近 0.5 時，會有較大的鑑別度值。
4. 依據試題內容分析鑑別度值較高或較低的可能原因：
 - (1)第 11 題鑑別度最低的原因可能為題幹句子較長且包含副詞子句，造成學生無法理解文意；或是因為不瞭解連接詞的適用情況，像 **because** 和 **if** 前面不能加逗號，故無法選出正確的連接詞。
 - (2)第 16 題鑑別度次低的原因可能為學生對於現在完成式的文法不熟悉，無法根據對話選出正確的時態。此外，第 16 題的難度是單題中最高的，符合難度與鑑別度的關係，即當難度提高時，鑑別度值會降低。
 - (3)第 6 題鑑別度最高的可能原因為此題的關鍵字在 **was filled with**，能力高的學生只要能夠理解該片語即可根據文意選出正確選項，能力低的學生因不瞭解題目或片語的意義，造成低分組通過率特別低。
 - (4)第 9 題鑑別度次高的可能原因為此題的句子較長，且學生對於 **of** 的使用以及範圍內的量詞不容易理解，如：**any of...**、**both of...**等，造成能力低的學生通過率特別低。
5. 今年單題的文法題比去年少了兩題，重點幾乎集中於課本裡的日常生活基本單字為主，字彙部份亦集中在慣用片語上，且單題的試題內容主要為語言基礎知識，相較於以閱讀理解的題組試題，單題的鑑別度比題組的鑑別度稍佳。

表 5-2 題組型試題之傳統模式與相關係數模式鑑別度比較表

題號	通過率	傳統模式		相關係數模式		
		難度 P	鑑別度 D	子題鑑別度	子題淨鑑別度	題組鑑別度
題組一						0.6526 ^L
19	0.30	0.4167	0.5556	0.4463	0.4463*	
20	0.37	0.4722	0.4444 ^L	0.3560 ^L	0.2868*	
21	0.48	0.5556	0.7778	0.5696	0.3802*	
題組二						0.7343
22	0.59	0.6250	0.5833	0.4933	0.4933*	
23	0.54	0.5833	0.7222	0.5846	0.4676*	
24	0.75	0.7361	0.4722 ^L	0.4954	0.2777*	
題組三						0.7931
25	0.66	0.5972	0.8056 ^H	0.7412 ^H	0.7412*	
26	0.66	0.6111	0.7222	0.6438	0.2822*	
題組四						0.6305 ^L
27	0.34	0.4028	0.4722 ^L	0.3889 ^L	0.3889*	
28	0.63	0.5972	0.6944	0.5608	0.4962*	
題組五						0.6762 ^L
29	0.60	0.5417	0.6389	0.5309	0.5309*	
30	0.69	0.6111	0.7222	0.5948	0.4188*	
題組六						0.7178
31	0.66	0.6667	0.6111	0.5770	0.5770*	
32	0.64	0.6111	0.7222	0.6055	0.4270*	
題組七						0.8059
33	0.77	0.7222	0.5556	0.5957	0.5957*	
34	0.68	0.6806	0.6389	0.6233	0.4286*	
35	0.72	0.6667	0.6111	0.5593	0.3331*	
題組八						0.8196
36	0.50	0.5694	0.6944	0.5321	0.5321*	
37	0.61	0.5278	0.9444 ^H	0.7555 ^H	0.6021*	
38	0.44	0.5694	0.6389	0.3944	0.1613*	
題組九						0.7014
39	0.39	0.4444	0.6111	0.4311	0.4311*	
40	0.68	0.6667	0.6667	0.6532 ^H	0.5533*	
題組十						0.7264
41	0.51	0.5972	0.6944	0.4311	0.4311*	
42	0.44	0.4583	0.8056 ^H	0.6532 ^H	0.4255*	

表 5-2 題組型試題之傳統模式與相關係數模式鑑別度比較表(續)

題號	通過率	傳統模式		相關係數模式		
		難度 P	鑑別度 D	子題鑑別度	子題淨鑑別度	題組鑑別度
題組十一						0.8081
43	0.44	0.5139	0.7500	0.6293	0.6293*	
44	0.77	0.6944	0.6111	0.5784	0.4418*	
45	0.64	0.6528	0.6944	0.5662	0.2484*	

註：表中「 H 」代表該題鑑別度值較高，「 L 」代表該題鑑別度值較低

「*」代表該子題淨鑑別度達顯著水準($\alpha = 0.05$)

接下來探討子題淨鑑別度的顯著性，由(4.4)得知，檢定第 p 子題淨鑑別度是否顯著，即檢定加入第 p 子題後能多解釋總分變異的能力是否有顯著的貢獻。以第八題組為例，應用定理 4.5 檢定各子題淨鑑別度是否顯著，其餘各題組均仿照此計算步驟。

步驟一：檢定第 3 子題淨鑑別度是否顯著，即考慮檢定

$$\begin{cases} H_0: \beta_3 = 0 \\ H_1: \beta_3 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{R^2 - R_H^2}{1 - R^2} \times [n - (p + 1)] \\ &= \frac{D_{83|81,82}^2}{1 - D_8^2} \times [134 - (3 + 1)] \\ &= \frac{0.1613^2}{1 - 0.8196^2} \times 130 \\ &= 10.2955 \end{aligned}$$

由於 $10.2955 > F_{1,130,0.05}$ (查表得 $F_{1,120,0.05} = 3.9201$ 且 $F_{1,120,0.05} > F_{1,130,0.05}$)

故拒絕 H_0 ，即 H_0 是顯著的，模式中應加入第 3 子題，即第 3 子題得分對於解釋總分變異的能力有顯著的貢獻。

步驟二：檢定第 2 子題淨鑑別度是否顯著，即考慮檢定

$$\begin{cases} H_0: \beta_2 = 0 \\ H_1: \beta_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
F &= \frac{R^2 - R_H^2}{1 - R^2} \times [n - (p + 1)] \\
&= \frac{D_{82|81}^2}{1 - (D_{81}^2 + D_{82}^2)} \times [134 - (2 + 1)] \\
&= \frac{0.6021^2}{1 - (0.5321^2 + 0.6021^2)} \times 131 \\
&= 133.9999
\end{aligned}$$

由於 $133.9999 > F_{1,131,0.05}$ (查表得 $F_{1,120,0.05} = 3.9201$ 且 $F_{1,120,0.05} > F_{1,131,0.05}$)

故拒絕 H_0 ，即 H_0 是顯著的，模式中應加入第 2 子題，即第 2 子題得分對於解釋總分變異的能力有顯著的貢獻。

步驟三：檢定第 1 子題淨鑑別度是否顯著，即考慮檢定

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 = 0 \\ H_1: \beta_1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
F &= \frac{R^2 - R_H^2}{1 - R^2} \times [n - (p + 1)] \\
&= \frac{D_{81}^2 - 0}{1 - D_{81}^2} \times [134 - (1 + 1)] \\
&= \frac{0.5321^2}{1 - 0.5321^2} \times 132 \\
&= 52.1261
\end{aligned}$$

由於 $52.1261 > F_{1,132,0.05}$ (查表得 $F_{1,120,0.05} = 3.9201$ 且 $F_{1,120,0.05} > F_{1,132,0.05}$)

故拒絕 H_0 ，即 H_0 是顯著的，模式中應加入第 1 子題，即第 1 子題得分對於解釋總分變異的能力有顯著的貢獻。

根據表 5-2 的結果，可再作進一步探討如下：

1. 傳統模式下，題組各題的鑑別度值介於 0.4444 至 0.9444 之間，皆屬於「非常優良」的試題；相關係數模式下，題組的子題鑑別度值介於 0.3560 至 0.7555 之間，第 25、37 題屬於「高度相關」的試題，第 20、27、38 題屬於「低相關」的試題，其餘各題皆屬於「顯著相關」的試題。由於目前文獻上並未出現題組的鑑別度評斷標準，因此參考表 2-4 相關係數解釋表(Garrett,1969)作分析。題組鑑別度值介於 0.6305 至 0.8196 之間，除了題組一、四、五屬於「顯

著相關」之外，其於各題組皆屬於「高相關」，其中，鑑別度值排序最高的前三題組分別為題組八、十一、七，鑑別度值排序最低的前三題組分別為題組四、一、五。

2. 傳統模式鑑別度與相關係數模式的子題鑑別度值排序大致一致，例：兩種模式的鑑別度排序前三高的試題同為第 37、25、42 題；鑑別度排序最低與次低的試題同為第 20 題與第 27 題。

3. 依據試題內容分析鑑別度值較高或較低的可能原因：

(1)第 37 題鑑別度值最高的可能原因是能力低的學生無法理解文章提供的所有資訊，尤其是關鍵字「umbrellas」，造成無法正確判斷遊樂器材的外觀，故通過率較低；能力高的學生因為能夠理解整篇文章提供的豐富訊息，故能正確判斷選項。

(2)第 25 題鑑別度次高的原因可能為能力低的學生無法理解整篇文章的意涵或無法看懂以「書寫體」撰寫的便條內容，故無法根據題意判斷選項；能力高的學生因為能夠理解整篇文章且該題選項內容差異大，故能根據題意選出正確的選項。

(3)第 20 題鑑別度最低的可能原因該題為克漏字型的閱讀題組，評量的內容屬於文法測驗，需理解 one of...的句型，且克漏字文法閱讀題組一向是所有學生最沒有把握的題型。

(4)第 27 題鑑別度次低的原因可能為題幹敘述很長，需要學生能看懂海報文宣、理解題幹敘述後，再從海報內容找出答題線索，對於能力高的學生來說，題組文海報文宣中的四個活動主題不容易區分與辨別，造成能力高的學生通過率較低。

(5)題組一鑑別度較低的原因可能為該題組屬於文法型的克漏字填空式題型，一般來說，克漏字填空式的題組難度比閱讀理解式的題組難度高，其中，文法型的難度又比語意型的難度更高，此類型的試題是能力高的學生最沒有把握的題型。該題組的各子題通過率僅介於 0.30 至 0.48 之間。

(6)題組五鑑別度較低的原因可能為詩歌體的文章雖短，但學生對於詩的隱喻不易理解。

4. 相關係數模式下，各子題淨鑑別度皆達顯著水準($\alpha = 0.05$)。
5. 相關係數模式下，同一題組的各子題的「淨鑑別度」皆小於等於「鑑別度」。
6. 相關係數模式下，同一題組的各子題淨鑑別度並未遞減，可能原因為 99 年第一次基測英語科題組試題是否符合本文 4.1 節的基本假設「每一題組中，第 j 子題作答情況與前面的 $j-1$ 個子題作答情形皆有關」，仍需要作進一步探討。



第六章 總結

本研究主要從個別試題得分與測驗總分相關程度的觀點，先分析獨立型試題鑑別度，並將其研究結果拓展至題組型試題，進而深入探討題組本身以及題組內各子題之鑑別度。對於獨立型試題，本文以相關係數探討其鑑別度，再以點二系列相關探討作答情形為二分變項之試題鑑別度，並驗證點二系列相關為積差相關的特例。在蒐集測驗結果資料後，本文運用迴歸分析的技巧計算「題組本身」鑑別度，同時，為了探求在排除同一題組內前面各子題影響力後的子題鑑別度對於該題組鑑別度的貢獻程度，故本文提出「淨得分」與「淨鑑別度」的新概念，並發現題組鑑別度與各子題淨鑑別度之間有密切的關聯性；再者，本文亦提供了檢定各子題淨鑑別度是否顯著的統計方法。本研究提出的方法不僅能考慮同一題組內各子題之間的關連性，再者能彌補傳統鑑別度(即高低分組通過率之差)其樣本使用不充份的缺失，同時適用的試題範圍亦更廣泛。

6.1 研究結論

本研究可歸納出下列結論：

1. 相較於目前各種的鑑別度定義僅能針對單一試題計算鑑別度值，本研究以複相關的方法定義題組鑑別度，不僅能考慮題組內各子題得分狀況，同時能呈現題組本身的鑑別度；此外，由於題組內各子題間常有某種關聯性，為了排除同一題組內前面各子題的影響力，本研究在蒐集測驗結果資料後，利用複迴歸分析的方法探求排除前面各子題影響力後的子題「淨得分」，再利用積差相關係數計算該子題的「淨鑑別度」。
2. 傳統鑑別度(即高低分組通過率之差)容易忽略中間群體的表现，本研究以相關係數定義鑑別度，能兼顧中間群體的表现。
3. 相較於以機率模式計算試題鑑別度之相關研究，其計算步驟繁複造成推廣不易，本研究以相關係數模式定義試題鑑別度，不但容易理解且提供電腦程式

方便使用者計算題組型試題的「子題鑑別度」、「題組鑑別度」及「子題淨鑑別度」，其中，獨立型試題可視為只有 1 個子題的題組。

4. 本研究的相關係數模式下，適用的試題類型範圍廣泛，包含獨立型以及題組型試題，同時也包含作答情形屬於二分變項與非二分變項的試題。

6.2 研究建議

本文研究過程雖力求嚴謹，但仍有不盡周詳之處，且研究過程發現仍有少數限制與問題不易突破，以下將研究限制加以說明，並對未來相關研究提出建議。

一、研究限制：

1. 由於以相關係數定義試題鑑別度在使用時有樣本數量的限制，若樣本數量太少，即使求得的相關係數值再高，參考價值亦有限，因此使用時須特別留意。
2. 對於異常樣本計算相關係數鑑別度的參考價值有限，因此使用時須特別留意。
3. 由於資料蒐集不易，因此本研究的實例分析使用的樣本為區域型樣本，造成樣本的代表性有欠充分，可能會影響本研究結果的類推範圍。
4. 由於題組試題在不同領域的命題方式有所差異，可能會出現同一題組內的各子題皆與題組文章有關聯但子題間彼此獨立的情形，即不符合本研究的基本假設，因此使用時須留意。

二、未來研究：

1. 當題組為二分變項試題時，即迴歸模型的應變項只有兩個值，可考慮採用羅吉斯迴歸模型來探討子題淨得分與淨鑑別度，以作為未來研究參考。
2. 同一題組內各子題的相關程度與排序，雖然不影響題組鑑別度，但各子題淨鑑別度會受影響，本文中可以比較子題鑑別度與子題淨鑑別度之差異作為判準；但是否有其他更適切的方法探求各子題之間的相關程度及排序問題，也是未來值得研究的方向。

參考文獻

- Rao, C. R. (1973). *Linear statistical inference and its applications*, 2nd ed. New York: Wiley.
- 王麗雯(1993)。試題鑑別度之研究—以雙隨機變數迴歸模式探討。國立中興大學統計學研究所碩士論文，台北。
- 謝佩瑾(2001)。以費雪正確性檢定衡量試題鑑別度。國立新竹師範學院數理研究所碩士論文，新竹。
- 傅怡銅(2003)。試題分析—鑑別度之探討與比較。國立台北大學統計學研究所碩士論文，台北。
- 呂金川(2008)。機率架構下獨立型試題之統計分析。國立政治大學應用數學系碩士論文，台北。
- 施焱騰(2008)。題組測驗效果之統計分析。國立政治大學應用數學系碩士論文，台北。
- 余民寧(1997)。教育測驗與評量—成就測驗與教學評量。台北：心理出版社。
- 余民寧(2005)。心理與教育統計學(修訂二版)。台北：三民書局。
- 李坤崇(2006)。教學評量。台北：心理出版社。
- 郭生玉(1991)。心理與教育測驗(六版)。台北：精華書局。
- 陳順宇(2009)。迴歸分析(四版)。台北：三民書局。
- 陳順宇(2005)。多變量分析(四版)。台北：華泰書局。
- 歐滄和(2002)。教育測驗與評量。台北：心理出版社。

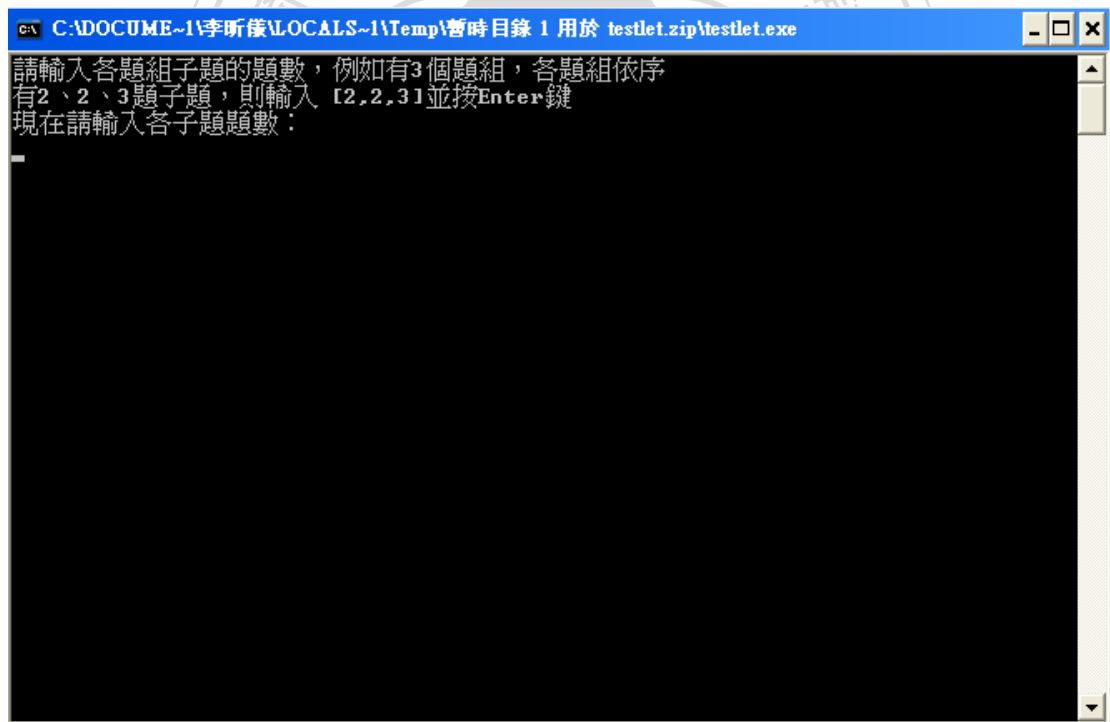
附錄一 鑑別度程式及其使用說明

本程式以 Matlab 軟體撰寫，並編譯成 C 語言，如此可方便沒有安裝 Matlab 軟體的使用者亦可使用。程式可計算「各子題鑑別度」、「各題組鑑別度」、「各子題淨鑑別度」，其中，獨立型試題可視為只有 1 個子題的題組。本程式 testlet.exe 可至國立政治大學應用數學系 <http://www.math.nccu.edu.tw/> 網站下載，在執行程式前需先至 <http://www.sust-chem.ethz.ch/tools/kinone> 網站下載 MCRInstaller.zip，安裝完畢後即可開始使用。接下來以本文第四章例 4 為例，說明其操作步驟。

【步驟一】

開啟 testlet.exe，將出現以下畫面。(第一次開啟程式需較長時間，請耐心等待)

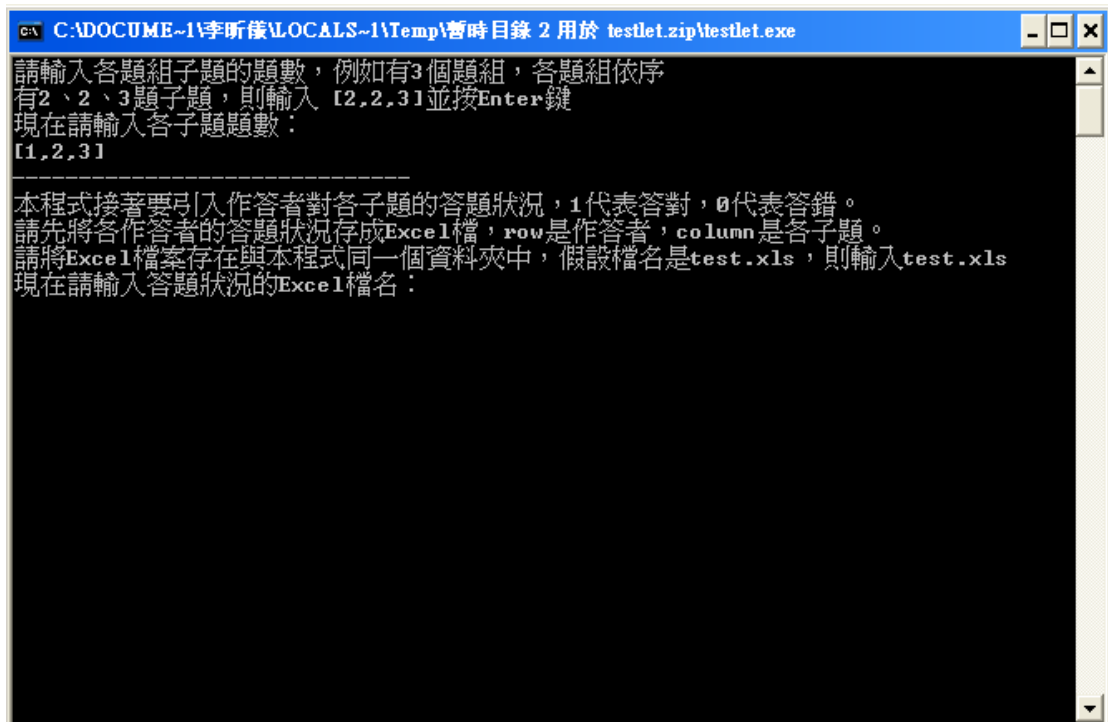
附圖一 程式操作步驟一畫面



【步驟二】

依序輸入各題組的子題數，如例 4 有三則題組，各題組依序有 1,2,3 個子題，則輸入[1,2,3]，輸入完畢後按下 Enter，將出現以下畫面。

附圖二 程式操作步驟二畫面



【步驟三】

請事先將作答資料以二分變項呈現，即答對以 1 表示，答錯以 0 表示，其中，列 (row) 為受試者，行 (column) 為各子題，不需標題列及標題欄，輸入完畢後存成 Excel 檔，此 Excel 檔必須和 testlet.exe 放在同一個資料夾。如例 4 的三則題組共 6 個子題，計有 12 名學生的作答資料，存檔為 example4.xls。

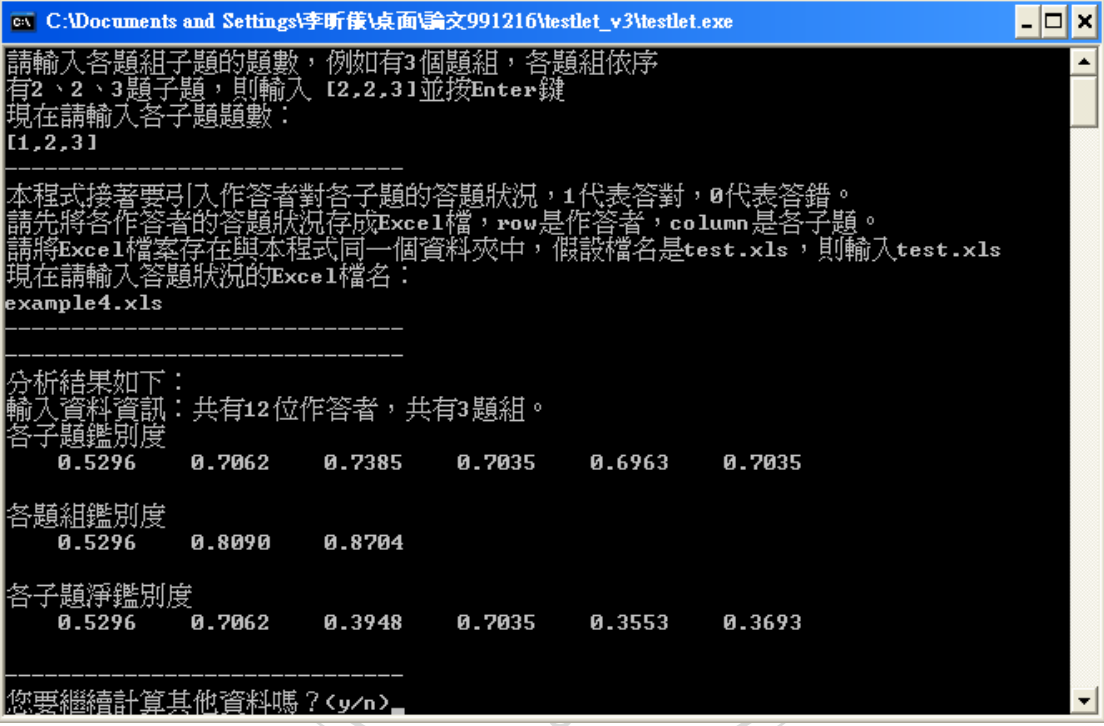
附圖三 程式操作步驟三畫面

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	1	1	1	1	1		
2	1	1	1	1	1	0		
3	0	1	1	1	1	1		
4	1	1	0	1	1	1		
5	1	1	1	1	0	0		
6	1	0	0	1	1	0		
7	1	1	0	1	0	0		
8	0	0	0	1	1	0		
9	0	1	0	0	0	0		
10	1	0	0	0	0	0		
11	0	0	0	1	0	0		
12	0	0	0	0	0	0		
13								

【步驟四】

在鑑別度程式的畫面中輸入 example4.xls，並按下 Enter，將出現「各子題鑑別度」、「各題組鑑別度」及「各子題淨鑑別度」計算結果畫面如下。如需將鑑別度值擷取出來，則以滑鼠點選程式視窗左上角小圖示→編輯→全選，待視窗畫面反白後，再點選程式視窗左上角小圖示→編輯→複製，即可將視窗內所有資料複製到其他文件上。

附圖四 程式操作步驟四畫面



```
C:\Documents and Settings\李昕儀\桌面\論文991216\testlet_v3\testlet.exe
請輸入各題組子題的題數，例如有3個題組，各題組依序
有2、2、3題子題，則輸入 [2,2,3]並按Enter鍵
現在請輸入各子題題數：
[1,2,3]
-----
本程式接著要引入作答者對各子題的答題狀況，1代表答對，0代表答錯。
請先將各作答者的答題狀況存成Excel檔，row是作答者，column是各子題。
請將Excel檔案存在與本程式同一個資料夾中，假設檔名是test.xls，則輸入test.xls
現在請輸入答題狀況的Excel檔名：
example4.xls
-----
分析結果如下：
輸入資料資訊：共有12位作答者，共有3題組。
各子題鑑別度
  0.5296   0.7062   0.7385   0.7035   0.6963   0.7035
各題組鑑別度
  0.5296   0.8090   0.8704
各子題淨鑑別度
  0.5296   0.7062   0.3948   0.7035   0.3553   0.3693
-----
您要繼續計算其他資料嗎？<y/n>
```

附錄二 定理 4.3 證明

【引理 4.1】

$$\text{若 } M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \text{ 則 } M^{-1} = \begin{bmatrix} P^{-1} & -A^{-1}BQ^{-1} \\ -D^{-1}CP^{-1} & Q^{-1} \end{bmatrix}$$

其中， $P = A - BD^{-1}C$ ， $Q = D - CA^{-1}B$

【定理 4.3 證明】

考慮線性模型

$$\begin{aligned} Y_{n \times 1} &= X_{n \times (p+1)} + \varepsilon_{n \times 1} \\ &= (X_1, x_p)\beta + \varepsilon_{n \times 1} \end{aligned}$$

其中，

x_p 表示最後進入變數的資料，是一行向量。

此時 $Y_{n \times 1}$ 在 $X_{n \times (p+1)}$ 行空間的投影為：

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= X\hat{\beta} \\ &= X(X'X)^{-1}X'Y \\ &= (X_1, x_p) \begin{bmatrix} X_1' \\ x_p' \end{bmatrix} (X_1, x_p)^{-1} \begin{bmatrix} X_1' \\ x_p' \end{bmatrix} Y \\ &= (X_1, x_p) \begin{bmatrix} X_1'X_1 & X_1'x_p \\ x_p'X_1 & x_p'x_p \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_1' \\ x_p' \end{bmatrix} Y \\ &= (X_1, x_p) \begin{pmatrix} (X_1'X_1)^{-1} + \frac{(X_1'X_1)^{-1}X_1'x_px_p'X_1(X_1'X_1)^{-1}}{x_p'(I-P_1)x_p} & \frac{(X_1'X_1)^{-1}X_1'x_p}{x_p'(I-P_1)x_p} \\ -\frac{x_p'X_1(X_1'X_1)^{-1}}{x_p'(I-P_1)x_p} & (x_p'x_p - x_p'X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1'x_p)^{-1} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_1' \\ x_p' \end{bmatrix} Y \\ &= (X_1, x_p) \begin{pmatrix} (X_1'X_1)^{-1} + \frac{(X_1'X_1)^{-1}X_1'x_px_p'X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1' - (X_1'X_1)^{-1}X_1'x_px_p'}{x_p'(I-P_1)x_p} \\ -\frac{x_p'X_1(X_1'X_1)^{-1}}{x_p'(I-P_1)x_p} + \frac{x_p'}{x_p'(I-P_1)x_p} \end{pmatrix} Y \end{aligned}$$

$$= \left(X_1(X_1'X_1)^{-1} + \frac{X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1'x_2x_2'X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1'}{x_2'(I-P_1)x_2} - \frac{X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1'x_2x_2'}{x_2'(I-P_1)x_2} - \frac{x_2x_2'X_1(X_1'X_1)^{-1}}{x_2'(I-P_1)x_2} + \frac{x_2x_2'}{x_2'(I-P_1)x_2} \right) Y$$

$$= P_1Y + P_2Y$$

其中，

$P_1 = X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1'$ 是投影矩陣

$P_2 = \frac{(I-P_1)x_px_p'(I-P_1)}{x_p'(I-P_1)x_p}$ 也是投影矩陣

故增加 x_p 之後，迴歸平方和增加量為：

$$\| \hat{Y} - PY \| ^2 = \| P_2Y \| ^2 = Y'P_2Y \dots\dots\dots (*)$$

$\| \hat{Y} - PY \| ^2$ 也就是「在排除 X_1 影響力後， x_p 的迴歸平方和」

另一方面，向量 x_p 對 X_1 迴歸的殘差為 $(I-P_1)x_p$ ，

而 Y 對 $(I-P_1)x_p$ 的迴歸平方和，即 Y 對矩陣 $(\underset{\sim}{1}, (I-P_1)x_p)$ 迴歸的平方和，

此平方和推導如下：

先求投影

$$\hat{Y}_2 = (\underset{\sim}{1} \quad (I-P_1)x_p) \left[\begin{pmatrix} \underset{\sim}{1}' \\ x_p'(I-P_1) \end{pmatrix} (\underset{\sim}{1} \quad (I-P_1)x_p) \right]^{-1} \begin{pmatrix} \underset{\sim}{1}' \\ x_p'(I-P_1) \end{pmatrix} Y$$

$$= (\underset{\sim}{1} \quad (I-P_1)x_p) \begin{pmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & (x_p'(I-P_1)x_p)^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underset{\sim}{1}' \\ x_p'(I-P_1) \end{pmatrix} Y$$

$$= \frac{1}{n} \underset{\sim}{1}' Y + \frac{(I-P_1)x_px_p'(I-P_1)}{x_p'(I-P_1)x_p} Y$$

$$= \bar{Y} \cdot \underset{\sim}{1} + \frac{(I-P_1)x_px_p'(I-P_1)}{x_p'(I-P_1)x_p} Y$$

$$= \bar{Y} \cdot \underset{\sim}{1} + P_2Y$$

其中， $\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$

故 Y 對 $(I - P_1)x_p$ 的迴歸平方和為：

$$\|\hat{Y}_2 - \bar{Y}1\|^2 = \|P_2 Y\|^2 = Y'P_2 Y$$

因此，由(*)和(**)得知：

淨鑑別度的平方 = Y 與殘差之相關係數的平方

$$= \frac{Y'P_2 Y}{\|Y - \bar{Y}1\|^2}$$

= 增加 x_p 後，迴歸平方和增加的百分比



附錄三、99 年第一次國民中學學生基本學力測驗英語科題本

請考生依指示
填寫准考證末兩碼

99 第一次國民中學學生基本學力測驗

英語科題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卡，准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是國民中學學生基本學力測驗英語科題本，題本採雙面印刷，共 13 頁，有 45 題選擇題，每題都只有一個正確或最佳的答案。測驗時間從 8：50 到 10：00，共 70 分鐘。作答開始與結束請聽從監試委員的指示。

注意事項：

1. 所有試題均為四選一的選擇題，答錯不倒扣。
2. 題本分為兩部分，請於作答前仔細閱讀各部分之說明。
3. 部分試題中的單字或片語加註中文，以利參考。
4. 依試場規則第八條規定，答案卡上不得書寫姓名座號，也不得做任何標記。故意汙損答案卡、損壞試題本，或在答案卡上顯示自己身分者，該科測驗不予計分。

作答方式：

請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑，塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。例如答案為 B，則將 B 選項塗黑、塗滿，即：A ● C D

以下為錯誤的畫記方式，可能導致電腦無法正確判讀。如：

- ① A ● C D 一未將選項塗滿
- ② A B C D 一未將選項塗黑
- ③ A ● C D 一未擦拭乾淨
- ④ A ● C D 一塗出選項外
- ⑤ A ● ● D 一同時塗兩個選項

請聽到鈴（鐘）聲響後，於題本右上角方格內填寫准考證末兩碼，再翻頁作答

第一部分：下列各題（題號1-18），請依據題意選出一個正確或最佳的答案。

1. Here's Mary's plan for one week during her summer vacation. What kind of plan is this?

- (A) A trip plan.
- (B) A party plan.
- (C) An eating plan.
- (D) An exercise plan.

Mon.	Tues.	Wed.	Thurs.
Swimming	jogging	Swimming	jogging
	basketball		basketball
Fri.	Sat.	Sun.	
jogging	Swimming	jogging	
baseball		tennis	

2. I put the fish in the ice box to keep it _____.
- (A) fresh (B) full (C) new (D) young
3. The pants I bought last year are too small now. I think I need a new _____.
- (A) belt (B) pair (C) shirt (D) space
4. How can you study in the living room when other people are watching TV? I think you need a _____ place.
- (A) cleaner (B) quieter (C) safer (D) smaller
5. Marsha thought her friends would do something _____ to celebrate her birthday, but they just gave her a little card.
- (A) correct (B) honest (C) quick (D) special
6. When I heard my baby girl say her first word, my heart was _____ with joy.
- (A) filled (B) marked (C) prepared (D) shown
7. It's _____ me a lot of time to find out what I really want to do in the future.
- (A) paying (B) spending (C) taking (D) using
8. The fishermen knew little about the island when they _____ there.
- (A) arrived (B) would arrive (C) arrive (D) have arrived
9. I cannot understand why Steven bought so many watches but never wears _____ of them.
- (A) any (B) both (C) every (D) others

10. In this five-person game, the one who finds _____ hidden balls will win the last free ticket for the movie *A Born Player*.
(A) many (B) some (C) the more (D) the most
11. Elsa hates going shopping, _____ she went last night when her grandpa asked her to buy some medicine for him.
(A) because (B) but (C) if (D) so
12. Gary: I can't find my pen.
Nina: Is the one on Jack's desk _____?
Gary: Yes. Thank you.
(A) mine (B) ours (C) theirs (D) yours
13. Lucy: Does Aunt Tara enjoy _____?
Mark: Yes. She has three dogs, two rabbits, four birds, and some fish in her house.
(A) collecting dolls (B) keeping pets
(C) visiting the zoo (D) working on the farm
14. Sandy: How was your vacation in America?
Linda: It couldn't be worse! I don't _____ want to talk about it!
(A) even (B) least (C) never (D) then
15. Teacher: Does anyone know _____ the famous writer was born?
Mei-ling: I know! In Taitung, right?
Teacher: You got it!
(A) how (B) when (C) where (D) whether
16. Alex: Why are you still here? It's already eight o'clock.
Tom: Because I _____ my work. Don't worry. It's almost done.
(A) wasn't finishing (B) wouldn't finish
(C) haven't finished (D) won't finish
17. Mike: I always forget what I want to buy when I go to the market.
Oscar: Well, you can make a _____ of things you want to buy.
(A) habit (B) list (C) pack (D) wish
18. Billy: I've been fixing the computer for over three hours, but it still doesn't work.
Nana: Why don't you take a rest and try _____? Maybe you'll do better then.
(A) early (B) finally (C) later (D) once

第二部分：下列十一個題組，共有27題（題號19-45），請依據選文或所附圖表資料，選出一個正確或最佳的答案。

(19-21)

Mr. Hutman owns a restaurant. One day, one of his two cooks ran away with some money. Mr. Hutman was sad and worried because the next day was Saturday, and the restaurant 19 very busy then. So that night he called his friends, but could not find anyone to help.

On Saturday, many people came to the restaurant for lunch. 20 cook got so busy that he wanted to leave, too. 21, one of the waiters, Henry, told Mr. Hutman that he could help in the kitchen. People who had lunch in the restaurant that day enjoyed the food Henry cooked. Mr. Hutman was very happy and made Henry a new cook of the restaurant.

19. (A) would be
(B) is
(C) has been
(D) will be
20. (A) One
(B) Each
(C) Another
(D) The only
21. (A) Also
(B) In fact
(C) Luckily
(D) For example

新
聞
用
試
題
本

(22-24)

(In an English class)

Teacher: Let's play a game with 3-letter words. The game is easy to play. First, a 3-letter word is spoken. Then the next person has to say a different 3-letter word that starts with the last letter of the spoken word. Anyone who cannot speak a right 3-letter word in two seconds will have to 22. Any questions?

Brian: Yes. Can we try again if we say a wrong word?

Teacher: No, you 23. That's why the game is exciting and fun. Now let's try it!

Brian: OK! Let me try first. MAP.

Amy: PUT.

Jane: TEA.

Ken: 24.

Carl: EAR.

Sam: RAIN.

Carl: Ha! I got you.

Sam: Oh, no! I forgot it has to be a 3-letter word.

Teacher: Sam, it's your show time. Here's the book. Pick out any story you'd like. Now everybody, let's listen to Sam.

22. (A) sing a song
(B) read a story
(C) draw a picture
(D) make a funny face

23. (A) have just one chance
(B) have to give a different word
(C) may look it up in the dictionary
(D) must ask your classmates for help

24. (A) TEN
(B) RED
(C) EAT
(D) AGE

(25-26)

Stanley was a person who loved singing to himself in the bath. One cold winter night, he went into the bathroom to have a hot bath. He took off his clothes and turned on the tap, but there was no hot water — the water from the tap was cold!

Stanley didn't know what was wrong, but he finally decided to take a bath without hot water. He started to sing as usual, one song after another. Stanley was surprised that the water felt warm this way. So he kept singing, louder and louder, until he finished his bath.

The next morning when Stanley was going to work, he saw a piece of paper on his door:

*Please do not sing so loud! Every time you sing, I get a headache, and my baby cries.
the poor mother next door*



tap 水龍頭

25. What does the mother think of Stanley?

- (A) He gets up too early.
- (B) He is a helpful person.
- (C) He should see a doctor.
- (D) He makes too much noise.

26. What does this way mean?

- (A) Singing to a crying baby.
- (B) Singing when taking a cold bath.
- (C) Taking a cold bath in the morning.
- (D) Taking a bath before going to bed.

(27-28)

Here is a poster of the Youth Sports Club. Read it and answer the questions.

Youth Sports Club

Sport of the Month: Tennis

Date	Event
Feb. 6	Play tennis with world-class players
Feb. 13	Play a tennis game on the Internet
Feb. 20	Video program: <i>Great Moments in Tennis</i>
Feb. 27	Movie: <i>Tennis Girl from the Moon</i>

11:00 a.m. ~ 7:00 p.m.

Ticket price for each event:

- ◇ \$100 a person
- ◇ \$50 a person for groups with over 15 persons



poster 海報
event 活動

27. Mr. Brown, a PE teacher, took his students to the club. There they watched early tennis games and learned about the history of the sport. When did they most likely visit the club?

- (A) February 6.
- (B) February 13.
- (C) February 20.
- (D) February 27.



likely 可能

28. Mr. Brown paid \$1,050 for the tickets. How many students did he take with him?

- (A) 25.
- (B) 20.
- (C) 15.
- (D) 10.

(29-30)

Can the Time Go Slower?

by Joanna Pitt

Can the time go slower?

I'm still thinking of
The answers.

Can the time go slower?

My head is not
Yet clear.

Can the time go slower?

For me the rules of math are
Too hard to remember.

Can the time go slower?

My grade is what my father
Really cares about.

So can the time go slower?

My dear teacher,
I don't want to run behind others.

...
Oh NO!

There are still lots of questions
To be answered!

29. What is the reading about?

- (A) Taking a test.
- (B) Teaching math.
- (C) Learning driving.
- (D) Running at the school.

30. Why does the writer keep asking "Can the time go slower?"

- (A) She is missing her good old times.
- (B) She does not want to get old with time.
- (C) She is worried that there's not enough time.
- (D) She is afraid that her father will be home soon.

(31-32)

>>>

My family and I have ridden bikes around the island several times. My friends often ask me questions about biking with their families. I'm sorry to learn that some of them don't really enjoy biking or get hurt on the road because they don't prepare well. Here I want to share some things that I think are important before you start off:

1. Get a bike of the right size for everyone in your family.
2. Check every part of your bike carefully.
3. Learn to fix some easy bike problems.
4. Check the traffic and weather news.
5. Pack maps, warm clothes, raincoats, snacks and enough water.

Biker_Jo
About Me
Pictures
Articles
Get mail me

31. What is the writer talking about?
- (A) How to fix a bike on the road.
 - (B) How to save money on a bike ride.
 - (C) Things to do for a safe and happy bike ride.
 - (D) Things to remember when you get hurt on the road.
32. Which is said in the reading?
- (A) Biking is good for health.
 - (B) More and more people go to work by bike.
 - (C) Biking around the island is getting popular.
 - (D) The size of the bike is important for biking.

(33-35)

(At the beach)

Ben: Hi, Judy! I can't believe you came to join us!

Judy: Hello, Ben. I came because I like your idea: when you give, you're rich. I'm happy that I can do something for the Earth.

Ben: Right. That's why we had this plan to get our clean beach back. Do you know if Paul's coming? I remember he had the same idea and said he would try his best to come over.

Judy: But he just called and said he wouldn't come today because it's too hot.

Ben: I can't believe it! He always says, "We can do this and that . . ."

Judy: Don't you know him? He only pays lip service to what should be done but seldom does anything.

Ben: I see. Let's forget about him. We'll have Tony and Sophie to help us soon.

Judy: That's great. So where should we start now? Should we pick up those bottles first?

Ben: Sure, let's go.

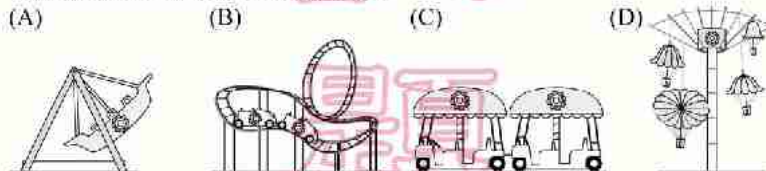
33. Why are Ben and Judy at the beach?
- (A) To go swimming.
 - (B) To clean up the beach.
 - (C) To have a beach party.
 - (D) To learn about sea animals.
34. What does Judy mean by saying Paul pays lip service?
- (A) He enjoys eating.
 - (B) He is good at singing.
 - (C) He talks a lot but does little.
 - (D) He kisses people to show his thanks.
35. Which is true?
- (A) Paul comes to the beach in the end.
 - (B) Judy feels bad about going to the beach.
 - (C) Ben is surprised to see Judy at the beach.
 - (D) Tony and Sophie will not come to the beach.

(36-38)

Alice: Hi, Jerry, I heard you had fun with Peggy in Merry Park yesterday.
Jerry: Yes. We had a great time there. Why didn't you come with us? We got there by bus in only ten minutes.
Alice: I know, but the ticket is more expensive on the weekend. Also, I've been there many times since it opened five years ago. Did you try the Dandelion Seat there? It's so popular that people have to wait for over an hour to get a ride.
Jerry: You mean those flower-like umbrellas that fly high in the sky?
Alice: Yes. I enjoyed riding on the Dandelion Seat and looking over the city. It was a great experience.
Jerry: Eh . . . I liked taking the train to get around the park better. I don't think it's fun to ride in the air. I'd feel like I could fall down any time.
Alice: Maybe you would like it more at night. It's wonderful to see the beautiful lights below your feet.
Jerry: Well . . . I'm afraid of high places.
Alice: Oh, I see. That's too bad.

36. What can we learn about Merry Park?
(A) It is newly opened.
(B) It is also open at night.
(C) It is across from Jerry's house.
(D) It has the same ticket price every day.

37. What may the Dandelion Seat look like?




38. Which is NOT true?

- (A) Alice went to Merry Park before.
(B) Jerry enjoyed going around Merry Park by train.
(C) Jerry would like to try the Dandelion Seat next time.
(D) Jerry and Peggy went to Merry Park on the weekend.

(39-40)

Below are the comments on the book *The Flying Hat*.



The Flying Hat

“The most sidesplitting story I’ve ever read. I couldn’t stop laughing after I finished it. Be ready to laugh your heart out.”
Willy King, *Best Book* winner

“It’s a story that makes you smile in your dreams. Blackman’s excellent writing cheers you up.”
The Tide, London

“One of the best-selling books of the year. More than two million copies have been sold.”
The Sunday Reader, New York

“This book has become the talk of the country. The story is making its way into movie theaters. I can’t wait to see it!”
Marian Miller, author of *Ms. Lilly*

The Flying Hat
Shannon Blackman

comment 評論

39. Which is said about *The Flying Hat*?
- (A) A movie about the story is coming out.
(B) The story is about a boy who has a magic hat.
(C) The writer started the book because of a dream.
(D) People can buy the book in different languages.

40. What does sidesplitting mean?
- (A) Funny. (B) Simple. (C) Serious. (D) Difficult.

(41-42)

Read the play and answer the questions.

Place: A child's room with white walls, a white door, and a white bed. On the bed, there are some clothes.

Character: A doll, who looks very old and dirty, is sitting on the bed and speaking.

The doll: She should be here soon. We will play some games today.

(Three hours pass. NO ONE knocks on the door.)

The doll: Just a few more seconds. We might play "try-on-new-clothes" today.

(Five hours go by. NO SOUND is heard.)

The doll: Maybe the school bus is late. Soon she'll be here, and we will sing and dance together.

(One day has flown away. The doll is still sitting on the bed, waiting.)

The doll: Maybe tomorrow I'm sure she'll come tomorrow, and then we will play.

(There in the room, the doll repeats the same story every day)



play 劇本
character 角色

41. What happens in the play?
- (A) A doll is changing clothes.
 - (B) A doll is talking to herself.
 - (C) A doll is singing and dancing.
 - (D) A doll is waiting for the bus to school.
42. What can we learn about the doll?
- (A) She likes to play by herself.
 - (B) She is good at telling stories.
 - (C) She lives in a room full of colors.
 - (D) She has been forgotten for some time.

(43-45)

Dear Mom,

I'm sorry that I can't go back home for Mother's Day next week. On that day, I'll have to go to an important meeting for my boss, who helps me a lot with my work and life here. But I'll find time to see you at home soon.

Mom, thank you for everything you've done for Tim and me. After Dad died ten years ago, you had to work in a supermarket in the daytime and in a restaurant at night. But you always gave us two your love and care. Though you don't have to work now, I still remember your coming home late and feeling tired many evenings.

Tim is going to finish his studies next month. He said he would move back from school and look for a job near home. I'm glad you won't live by yourself anymore. Let's plan to take a trip in the near future. It's been years since the three of us took a trip together.

Happy Mother's Day. I love you, Mom.

Best wishes,
John

43. What can we learn about John's mother?
- (A) She lives by herself now.
(B) She still works day and night.
(C) She will make a plan to save money.
(D) She used to be too busy to care for her children.
44. What do we know from the letter?
- (A) John has two brothers.
(B) John is unhappy with his boss.
(C) John has to work on Mother's Day.
(D) Tim will leave home for his job soon.
45. Which is said in the letter?
- (A) John's father died at work.
(B) Tim will look for a teaching job.
(C) John bought a gift for his mother.
(D) John hopes to take a trip with his family.

附錄四、99 年第一次國民中學學生基本學力測驗英語科題本

參考答案

附表一 99 年第一次國民中學學生基本學力測驗英語科題本參考答案表

題號	正確答案	題號	正確答案	題號	正確答案
1	D	16	C	31	C
2	A	17	B	32	D
3	B	18	C	33	B
4	B	19	A	34	C
5	D	20	D	35	C
6	A	21	C	36	B
7	C	22	B	37	D
8	A	23	A	38	C
9	A	24	D	39	A
10	D	25	D	40	A
11	B	26	B	41	B
12	D	27	C	42	D
13	B	28	B	43	A
14	A	29	A	44	C
15	C	30	C	45	D