

國立政治大學金融學系
碩士學位論文

固定比例債務憑證之研究：
考量動態價差與信用傳染模型

**A Study on CPDOs:
Considering Dynamic Spread Movements and
Credit Contagion**

指導教授：江彌修 博士
研究生：陳哲偉

中華民國101年7月

謝辭

要感謝的人太多了，不如謝天吧！

只打一句話有點偷懶。

研究之路上不像以前總有人可以給條大致明確的道路，很多時候必須自行探索要往何處走，很幸運帥氣的指導教授江彌修老師讓我挑戰兩合一的論文方向，且在重要時刻總能給出精確的建議，但在私底下又像朋友一樣，感謝老師這一年來的辛勞，希望老師有空記得要多運動（笑）。

而在這裡一同創造許多回憶的同學們，尤其是常出現在研究室與宿舍的各位，很高興在這兩年能遇見大家，說太多感覺就像以後見不著面一樣，希望以後有機會大家能來弄個分享屋也不錯！

一路上也遇到許多學長姐，包括金融所淑芳助教，感謝大家不管在學業上或是人生方向上都給了我許多意見與幫助，希望以後還有機會能常碰面！

最後感謝願意支持我繼續念研究所的家人們，我終於完成碩士學位了！

陳哲偉謹致於
國立政治大學金融學系研究所
中華民國 101 年 7 月

中文摘要

本研究以 Variance-Gamma 動態信用價差模型與 Giesecke et al. (2011) 之動態違約傳染模型為基礎, 同時利用 Dorn (2010) 之固定比例債務憑證評價公式, 分析利用不同時期下 iTraxx Europe 市場報價進行校準下, 固定比例債務憑證評價與風險分析結果有何變動。

研究結果發現, 在僅考慮價差風險下利用金融風暴前之信用指數市價校準, 此商品所得評價結果低於原先承諾之票面利息, 但所得風險程度仍高於以往部分文獻與發行商原先宣稱之低風險。而在考慮至今包含金融風暴時期之信用指數市價校準下, 則顯露出此商品不管是評價或風險表現皆迅速變差, 代表以往部分文獻與發行商可能因無法預期信用指數市場會有大幅度波動下, 而低估了固定比例債務憑證之風險。

同時考慮價差風險與違約風險下, 利用至今包含金融風暴之信用指數市價校準後, 可得到固定比例債務憑證評價結果遠高於其所承諾之票面利息, 同時此產品違約機率等風險指標皆顯示相當高之違約與損失可能性, 代表固定比例債務憑證在考慮較為波動之信用市價校準, 同時考慮較為完整之風險面後, 呈現出相當高之風險程度, 並不如原先發行機構所承諾之高報酬低風險之產品。

目錄

1	第一章	
	前言	1
2	第二章	
	基本假設與模型設定	7
	2.1 固定比例債務憑證基本模型	7
	2.1.1 符號定義	8
	2.1.2 基本模型定義	9
	2.2 信用指數價差風險模型	13
	2.2.1 符號定義	13
	2.2.2 Lévy過程	14
	2.2.3 Variance-Gamma過程	15
	2.3 信用違約風險模型	17
	2.3.1 符號定義	17
	2.3.2 模型設定	18
	2.3.3 模擬方法	20
	2.4 固定比例債務憑證之評價	22
	2.4.1 分券之期望損失	22
	2.4.2 溢酬收入端 (Premium Leg)	22
	2.4.3 違約支出端 (Default Leg)	23
	2.4.4 合理信用價差	23
	2.5 校準方法	24
	2.5.1 信用指數價差校準	24
	2.5.2 信用違約風險模型校準	25

3	第三章	
	數值結果與分析	27
3.1	信用指數價差模型參數估計	29
3.2	信用違約損失模型參數校準	30
3.3	固定比例債務憑證評價與風險分析	34
3.3.1	考慮價差風險下之評價與風險分析	34
3.3.2	考慮價差風險與違約風險下之評價與風險分析	40
3.4	敏感度分析	46
3.4.1	信用價差模型偏態參數	46
3.4.2	信用價差模型峰態參數	47
3.4.3	信用價差模型波動度參數	48
3.4.4	個體違約強度均數回歸速度	48
3.4.5	個體長期平均違約強度	49
3.4.6	個體違約強度波動度	50
3.4.7	系統性風險波動度	51
3.4.8	系統性風險長期平均強度	51
3.4.9	系統性風險均數回歸速度	52
3.4.10	系統性風險敏感係數	53
3.4.11	傳染性風險敏感係數	54
3.4.12	起始信用指數價差	54
3.4.13	無風險利率敏感度分析	55
4	第四章	
	結論與後續研究建議	56
4.1	結論	56
4.2	後續研究建議	57
5	參考文獻	58

表目次

1.1	早期固定比例債務憑證評價模型比較	3
1.2	S&P調降固定比例債務憑證評等變化	3
2.1	Variance-Gamma 各階中央動差	16
2.2	Variance-Gamma 分配位置參數	16
3.1	iTraxx Europe 10年期市場價格	28
3.2	iTraxx Europe 指數報酬樣本敘述與統計量	29
3.3	Variance-Gamma 最大概似法估計參數	30
3.4	信用傳染違約模型校準參數結果	31
3.5	信用違約傳染模型擔保債務憑證價格與開根均方誤	31
3.6	固定比例債務憑證基本假設	34
3.7	固定比例債務憑證利用2007年前市價校準之評價結果-以五個子分券為例	35
3.8	固定比例債務憑證利用2007年前市價校準之風險指標	36
3.9	固定比例債務憑證利用至今所有市價校準之評價結果-以五個子分券為例	37
3.10	固定比例債務憑證利用至今所有市價校準之風險指標	38
3.11	考慮違約風險下 利用2007年前市價校準評價結果-以五個子分券為例	40
3.12	考慮違約風險下利用2007年前市價校準之風險指標	41
3.13	考慮違約風險下 利用至今所有市價校準評價結果-以五個子分券為例	43
3.14	考慮違約風險下利用至今所有市價校準之風險指標	44
3.15	偏態參數敏感度分析	46
3.16	峰態參數敏感度分析	47
3.17	信用價差波動度敏感度分析	48
3.18	個體違約強度均數回歸速度敏感度分析	49
3.19	個體長期平均違約強度敏感度分析	49

3.20 個體違約強度波動度敏感度分析	50
3.21 系統性風險波動度敏感度分析	51
3.22 系統性風險長期平均強度敏感度分析	52
3.23 系統性風險均數回歸速度敏感度分析	52
3.24 系統性風險敏感係數敏感度分析	53
3.25 傳染性風險敏感係數敏感度分析	54
3.26 起始信用指數價差敏感度分析	55
3.27 無風險利率敏感度分析	55



圖目次

1.1	固定比例投資保險投資機制示意圖	1
1.2	固定比例債務憑證投資機制示意圖	2
2.1	固定比例債務憑證運作機制示意圖	8
2.2	Compensator 示意圖	19
3.1	iTraxx Europe 指數 04/6-07/6走勢	27
3.2	iTraxx Europe 指數 歷史走勢	27
3.3	iTraxx Europe 指數 04/6-07/6報酬率分配圖	29
3.4	iTraxx Europe 指數歷史報酬率分配圖	30
3.5	不同時點之iTraxx Europe 信用組合期望損失	31
3.6	iTraxx Europe 2007/1/31 隱含信用組合損失分配	32
3.7	iTraxx Europe 2012/3/30 隱含信用組合損失分配	32
3.8	iTraxx Europe 不同時點隱含信用組合損失分配	33
3.9	固定比例債務憑證利用2007年前市價校準之期望損失	35
3.10	固定比例債務憑證利用2007年前市價校準之 Cash-in 分配	36
3.11	固定比例債務憑證利用至今所有市價校準之期望損失	38
3.12	固定比例債務憑證利用至今所有市價校準之Cash-in 分配	39
3.13	考慮違約風險下利用2007年前市價校準之期望損失	41
3.14	考慮違約風險下利用2007年前市價校準之 Cash-in 分配	42
3.15	考慮違約風險下利用至今所有市價校準之期望損失	43
3.16	考慮違約風險下利用至今所有市價校準之Cash-in 分配	44

第一章 前言

自從亞洲金融風暴以來，投資市場對於信用風險避險之需求逐漸應加，使得近年來信用衍生性商品發展迅速，各式商品應運而生。由原先單一資產目標之信用違約交換 (Credit Default Swaps)、信用連結債券 (Credit Link Notes)，至多資產組合之擔保債權憑證 (Collateralized Debt Obligations)，可見到信用衍生性商品市場蓬勃發展與日益複雜化。

而近來市場上出現新一代兼具傳統擔保債權憑證結構化信用組合與考量投資組合市值高低特色之槓桿化信用組合商品，為信用固定比例組合保險 (Credit Constant Proportional Portfolio Insurances ; Credit CPPIs) 與固定比例債務憑證 (Constant Proportional Debt Obligations ; CPDOs)。

其中固定比例組合保險類似保本型基金或投資型保單之概念，利用投資組合管理技巧，設定一保本金額以保證此票券到期時之價值，並保有潛在向上獲利空間，同時將投資人投入之資金分為風險性資產與無風險資產兩部分，其撥出一定比例之本金投入無風險帳戶中以滿足保本目標，此稱為被動式部位。而剩餘比例資金為追逐極大化報酬，則投入股票或期權市場，於信用固定比例組合保險內則為賣出信用指數以收取溢酬，並利用槓桿機制，當此部位市值上升時放大槓桿程度以追求進一步獲利，反之則縮小槓桿程度以降低損失來調整此一部位之規模，此則為主動式部位。

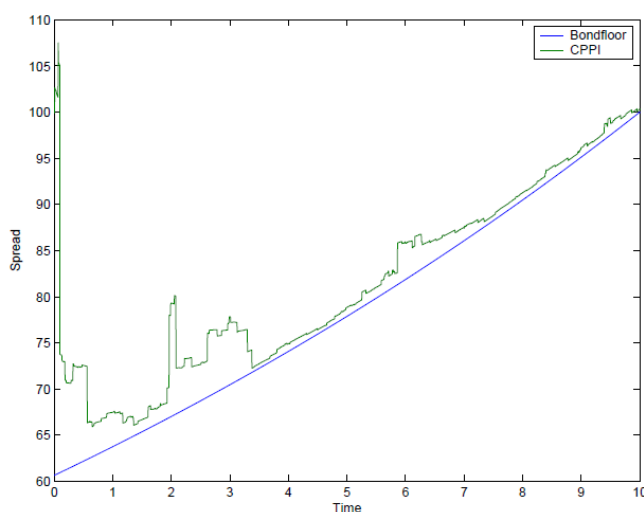


圖 1.1: 固定比例投資保險投資機制示意圖

本研究在此探討目標則為荷蘭銀行 (ABN AMRO) 於 2006 年發行之另一種槓桿化信用組合商品：固定比例債務憑證。此商品同樣利用與固定比例組合保險之投資組合概念，將所得資金分別投資於風險性與無風險資產兩大部分，但取消固定比例投資保險之保本承諾，改以給付高於商品淨現值之本金及票面利息，並利用與固定比例組合保險相反之買低賣高槓桿策略，當主動式部位市值上升時縮小槓桿程度以獲利了結，而市值下降時則放大槓桿程度以彌補損失，以追逐高票息造成之資金缺口目標。當提前達成此負債目標時，則主動式部位全數獲利了結，將所有資金投入無風險帳戶中，此為獲利了結事件 (Cash-in Event)。但倘若主動式部分產生過多損失，導致資產淨額不足時，也將會結清所有主動式部位，以確保投資人仍能回收一定程度之本金，此則為停損事件 (Cash-out Event)。

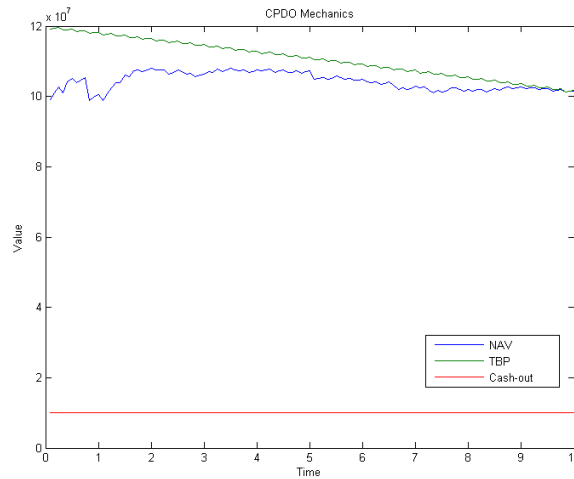


圖 1.2: 固定比例債務憑證投資機制示意圖

固定比例債務憑證推出後，各大信評機構與研究單位各自提出評價此槓桿化信用組合商品之方法，以分析其績效表現與風險面構成。首先 Wong and Chanlder (2007) 指出固定比例債務憑證主要風險面為違約風險 (Default Risk)、信用指數價差風險 (Spread Risk)、利率風險 (Interest-Rate Risk)。違約風險為信用指數曝險部位中若有公司發生違約，由於此部位為信用賣方須賠償損失而造成商品淨值損失之風險。信用指數價差風險為信用指數價差若上升造成主動式部位市值損失之風險，利率風險則為無風險利率上升造成所需給付之票面利息上升與產品淨現值下降之風險。

此文獻並利用高斯聯繫模型 (Gaussian Copula Model)、Black-Karasinski 動態過程與單因子 HJM 模型分別評估此三種風險。加拿大權威評等信用公司 (DBRS (2007))、Linden, Neugebauer and Bund (2007) 與 Marjolin and Toutain (2008) 等文獻於相近時間也得到類似推論，其差異主要於採用不同動態價差過程評估價差風險，比較於表 1.1:

表 1.1: 早期固定比例債務憑證評價模型比較

作者	相異處
Wong et al. (2007)	Black-Karasinski 過程
DBRS (2007)	CIR 過程
Linden et al. (2007)	Exponential Vasicek 過程
Marjolin & Toutain (2008)	CEV 過程

另外爲了加快評價速度, 瑞士銀行 (UBS (2007)) 提出了固定比例債務憑證評價公式之封閉解。其將主動式信用曝險部位 (Risky Exposure) 之報酬率設爲服從具有飄浮項之布朗運動 (Brownian Motion), 經由數學推導後, 則可將固定比例債務憑證之淨現值變動表示爲信用曝險部位金額、槓桿率 (Leverage Ratio) 與承諾給付投資人票面利息等參數之指數函數, 進而得到任一時點下資產淨值累積機率分配之封閉解。

但固定比例債務憑證於 2007 年開始之金融海嘯時期表現卻不盡理想, UBS 於 2007 年 3 月發行 Series 103 之固定比例債務憑證, 在同年 11 月因爲淨現值低於本金 10% 發停損出場機制違約¹, Gordy and Willemann (2010) 也整理 S&P 對於荷蘭銀行發行之第一批固定比例債務憑證 Surf 評等變化如表 1.2:

表 1.2: S&P 調降固定比例債務憑證評等變化

29-Aug-2006	AAA
20-Dec-2007	AAA/負向展望
20-Feb-2008	BBB+
10-Mar-2008	BBB-/負向展望
19-Sep-2008	B/負向展望
23-Oct-2008	B
23-Oct-2008	Not Rated

由上表可得知, 固定比例債務憑證發行初期, 信評公司利用其評價模型評估此商品具有與美國公債同等級之風險程度, 同時部分學術研究如 Cont and Jessen (2012), 也指出此商品違約可能性不高, 但實際上部分固定比例債務憑證卻於前幾年金融風暴時期違約出場, 遠超過早期多數研究評估此商品之風險程度。

¹Bloomberg(2007), CPDO Sold by UBS Fails as Value Drops, Moody's Says

因此於金融風暴之後，各方學者也開始針對固定比例債務憑證違約現象進行研究，試圖剖析先前模型之問題點。其中相當多的文獻考量到先前其他研究所採用之信用指數價差模型，可能無法詮釋極端信用指數價差變動之情形，而著眼於改善動態指數價差過程之配適度問題。Dorn (2010) 利用 Cont and Tankov (2009) 評價固定比例投資組合之模型，提出 Merton 跳躍擴散模型 (Jump-diffusion Model) 作為信用指數價差之動態過程，利用跳躍過程模擬瞬間指數向上跳躍之情形，進而推導出固定比例債務憑證封閉解評價公式，改善了 UBS(2007) 未考量到指數受到叢聚違約風險影響瞬間向上跳躍之情形。

而 Jossens and Schoutens (2008) 則提出利用 Variance-Gamma 動態過程可調整峰態與偏態係數之特性，試圖配適信用指數價差報酬之厚尾現象。同時 Gordy and Willemann (2010) 等研究中也提及，由於 iTraxx 或 CDX 等信用指數於 2004 年才正式商品標準化，其可回溯之歷史報價資料時間長度不足導致先前模型校準結果產生誤差，也可能是造成先前研究風險評估結果失常之原因。

以上文獻考慮不同信用指數價差動態以圖準確評估價差風險，但違約風險部分則大多續運用高斯聯繫模型來評估信用資產群組中個別資產違約情形與彼此間之違約相關性，此一違約相關性模型起始於 Li (2000)，其模型中之信用資產群組聯合違約時點分配，為利用聯繫結構函數 (Copula Function) 連結個別標的資產之邊際違約分配求得，並透過蒙特卡羅模擬法 (Monte Carlo Simulation) 進行資產群組之違約時點模擬。

Li (2000) 內可假設資產群組中各資產之相關性等參數均不相同，為具有相當彈性之模型設定，但其有當資產數目過多時之高維度問題，造成模擬時間費時，因此後來具有條件獨立 (conditional independence) 之因子聯繫模型 (factor copula model) 便逐漸替代傳統聯繫模型。因子聯繫模型在假設違約機率強度會受個體與系統性風險影響下，利用條件違約機率建構資產群組之條件損失分配 (conditional loss distribution)，再對系統性風險因子積分後，求得資產群組之非條件損失分配 (unconditional loss distribution)。此類型模型包括了 Laurent and Gregory (2003)、Anderson et al. (2003)，其分別利用快速傅立葉法 (fast Fourier transform method) 與遞迴法則 (recursive method) 計算資產群組之條件損失分配，Hull and White (2004) 則改良前述方法，以利用機率杓斗法 (probability bucketing method) 建構資產群組之損失分配，為因子聯繫模型集大成之作。

但近年來條件獨立假設受到許多研究挑戰，如 Das, Duffie, Kapadia and Saita (2007) 在條件獨立假設模型下，利用時間轉換檢定研究美國 1970 年至 2004 年之公司違約資料進行檢定，發現此期間美國公司違約相關性因某些未觀察之因子 (frailty factor) 具有違約叢聚現象而拒絕條件獨立假設。而 Duffie, Eckner, Horel and Saita (2009) 則利用考量產業面之違約機率密度下違約時點模型，發現未觀察因子對於一家公司之違約機率密度具有相當大之影響。又 Jorion and Zhang (2007) 利用信用違約交換市場資料實證發現，同一產

業領域中若有公司發生違約，則會使得相同領域中其他公司違約機率強度提升，而 Jorion and Zhang (2009) 進一步指出任兩家公司可能受交易對手傳染途徑影響而違約，此為交易對手風險 (counterparty risk)。最後 Azizpour et al. (2011a) 綜合前述研究，擴大考慮包含金融產業之 1970 年至 2010 年美國整體經濟體樣本後，進一步指出除了未觀察因子外，單一公司違約時將會影響其他公司之傳染現象顯著。

以上研究發現代表因子聯繫模型之條件獨立假設並不符合實際市場現象，其損失分配無法描述因未觀察因子或傳染效果導致之違約叢聚現象，同時聯繫模型無論為傳統聯繫模型或因子聯繫模型，其皆為靜態模型 (static model)，代表我們無法得知其違約時點期間結構。因而有其必要發展其他具有違約期間結構與傳染效果之全新模型，以準確評估信用資產群組部位中個別資產違約情形所帶來之影響。

而違約傳染效果由 Davis and Lo (2001) 首先應用於信用風險模型，其利用伯努力隨機變數 (Bernoulli random variable) 描述公司違約可為自身或外來公司違約傳染影響所致，Cousin, Dorobantu, D. and Rullière (2011) 則將此傳染模型擴展為跨期模型。此外 Rösch and Winterfeldt (2008) 改良因子聯繫模型，在此基礎上額外考慮傳染效果導致額外之違約風險。Giesecke, Spiliopoulos and Sowers (2011) 也重新改良 Duffie and Garleanu (2001) 提出之仿射跳躍擴散模型 (Affine jump diffusion model)，將原先違約強度動態過程中，考量違約叢聚現象之單一跳躍項改為同時考量系統性與傳染性風險之動態跳躍擴散違約模型，Brigo, Pallavicini and Torresetti (2006) 提出利用一般化普瓦松叢聚損失模型來評估信用違約情形。

而固定比例債務憑證部分後續也有研究利用信用違約傳染模型評估主動式部位中信用資產群組之違約風險。Torresetti and Pallavicini (2009) 利用 Brigo et al. (2007) 之模型進行固定比例債務憑證之評價與風險分析，得到此產品違約與風險程度情形較先前模型評估結果顯著許多，但其校準資料期間為金融風暴前，並無考慮到金融風暴時期之後信用指數價差波動之情勢，同時其信用指數價差風險仍採用傳統 Exponential Vasicek 模型評估，可能忽略了信用指數價差大幅波動時造成之鉅額損失。

由上述文獻可知，2007 年金融風暴發生前之研究評估固定比例債務憑證時，可能未考量極端風險之可能性而採用風險變動程度較低之模型，導致產生此商品理論與實際表現差距懸殊之情況。而即使於 2007 年金融風暴發生後，多數研究可能僅考慮單一極端風險發生之可能性，未考量到違約與信用指數價差風險為同一來源之情形。同時又由於信用指數歷史報價資料不足，導致研究模型校準結果產生誤差，也可能影響到模型實際評估風險時之數據。因此為何固定比例債務憑證實際績效與風險程度，會與金融風暴前各大研究單位提出之理論模型評估結果相差如此懸殊，其中是否有尚未考量或不周全之處，即為本研究之研究動機。

而綜合以上結論，本研究中將採用 Variance-Gamma 動態價差模型評估信用指數價差變動，利用其可調整峰態與偏態係數之特色，以配適信用指數價差瞬間變動極大之現象，試圖改善以往文獻研究固定比例債務憑證時，因使用了信用指數價差大幅變動可能性較低之模型，而低估了信用價差劇烈變動下造成主動式部位大幅損失之可能性，進而低估此商品之績效與風險程度。

同時本研究將藉由 Giesecke et al. (2011) 之信用違約傳染模型，利用其同時考慮系統性風險與傳染性風險之違約機率強度動態過程，以求準確評估主動式部位中信用群組內含公司之違約情形，試圖改善先前研究因採用早期信用違約風險模型，而低估信用傳染等叢聚違約風險造成信用群組內之違約情形，進而使得低估此商品之績效與風險程度。

最後我們將區分不同情境，分別利用2004年開始至2007年7月金融風暴前之歷史 iTraxx Europe 指數價差市價，與至2012年5月底之歷史 iTraxx Europe 指數價差市價資料，以及不同時點之 iTraxx Europe 分券市價進行模型校準，觀察在不同資料期間與不同風險程度下，固定比例債務憑證之評價結果與風險表現將有何種變化，以企準確剖析實際固定比例債務憑證之價格與風險層面。

本研究後續結構安排如下，第二章為基本假設與模型設定，將介紹固定比例債務憑證之評價、風險評估與校準方法之理論架構，並詳盡介紹信用指數價差模型與信用違約傳染模型之基本定義與模擬方法。第三章為數值結果與分析，本研究將比較利用不同時期之歷史信用市價資料進行校準時，考量不同程度風險下之評價與風險表現分析。第四章為結論與後續研究建議，我們將總結全文論述並提出後續研究可能之方向。

第二章 基本假設與模型設定

本模型以建構信用指數價差之動態過程與信用組合之損失時點，來進行固定比例債務憑證之評價與風險評估。模型假設固定比例債務憑證違約可能性，主要受到信用指數價差變動與信用組合資產違約之影響，其中信用指數價差由一動態過程所描述，而信用組合資產違約之可能性，則由信用事件發生之有無所驅動。本章一共分為五節，首先第一節先介紹固定比例債務憑證模型，定義基本符號、評價流程、槓桿設定與主要風險面。第二節我們進一步介紹主要風險面其中之一，當信用指數價差不斷擴大時，信用組合部位市值將蒙受損失，此即為價差風險，因此本節將介紹如何利用模型評估與模擬此一風險。第三節則介紹另一主要風險，當信用組合內有公司違約時，主動式部位因為信用賣方而必須賠償買方損失，此則為違約風險，所以本節也將介紹違約風險將如何評估與模擬。第四節則介紹固定比例債務憑證之定價模型。最後第五節將介紹此兩個模型如何進行校準估計。

2.1 固定比例債務憑證基本模型

此節我們介紹固定比例債務憑證基本評價流程，特殊目的機構 (Special Purpose Vehicle) 發行固定比例債務憑證，承諾每期支付投資人高於無風險利率之票面利息。而特殊目的機構在向投資人收取名目本金後，將會把本金切割為兩大部分進行投資。其中絕大部分將投入無風險帳戶以獲得無風險報酬，稱為被動式部位。

但通常被動式部位並無法完全支付此債券目標總值，而產生一資金缺口，此時本金另一部分則進行賣出信用指數保護之動作稱為主動式部位，以獲得額外報酬。同時固定比例債務憑證將使用一槓桿策略放大主動式部位曝險程度，以求達成此商品負債目標。

而若此一負債目標提前達成，所有主動式部位即刻獲利了結，將所有資產投入無風險帳戶中。但倘若主動式部分產生過多損失，導致資產淨額不足時，也將會結清所有主動式部位，以確保投資人仍能收到一定程度之本金。

以下我們先介紹固定比例債務憑證模型之基本符號定義，再介紹其模型設定與評價流程。

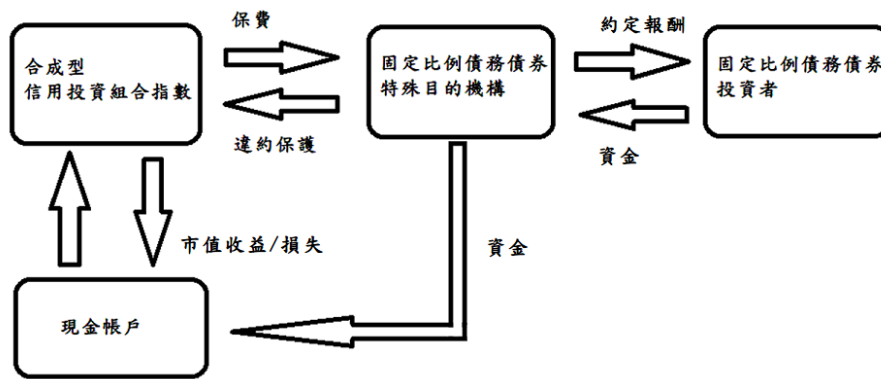


圖 2.1: 固定比例債務憑證運作機制示意圖

2.1.1 符號定義

$PV_{liabilities}(i)$: 時點 i 時的負債總額

$PV_{assets}(i)$: 時點 i 時的信用保護賣方之收益現值

$B(i, j)$: 時點 i 至 j 的零息債券價格

$H(i, j)$: 時點 i 至 j 的風險折現因子

$C(T_j)$: 第 j 個付息時點所需支付之票息

$Cash(i)$: 時點 i 時的現金帳戶價值

N : 名目本金

$NAV(t)$: 時點 t 時的資產淨值

G : 槓桿負載係數

$cushion$: 緩衝比例

$Lev_{opt}(t)$: 最適槓桿倍數

$Lev_{imp}(t)$: 隱含槓桿倍數

$RE_{prebalancing}(t)$: 槓桿調整前之信用曝險金額

$RE_{postbalancing}(t)$: 槓桿調整後之信用曝險金額

$W(t)$: 新增信用曝險部位比例

$Spread(t)$: 時點 t 之信用指數價差

$\{Spread_t\}_{t>0}$: Variance-Gamma 過程

$Spread_{cont}(t)$: 時點 t 時信用指數價差成本

$MtM(t)$: 時點 t 時信用曝險金額之市值變動

$Default(i)$: 時點 i 時信用違約損失金額

τ^{in} : 第一次觸及負債目標價之時點

τ^{out} : 第一次觸及資產不足條件之時點

$dW_t \sim N(0, dt)$: 瞬時布朗運動

2.1.2 基本模型定義

由前言中所介紹, 我們可知固定比例債務憑證中投資人所給付之本金將會分為兩大部分進行投資, 其中主動式部位是為滿足目標債券價格而賣出信用保護以追求高額報酬, 而被動式部位則將剩餘資金存入無風險帳戶中, 因此以下我們定義目標債券價格等基本帳戶之動態過程如下:

定義 2.1 時點 i 之負債目標總額

$$PV_{liabilities}(i) = \sum_{j=1}^{T_n} B(i, j) \times C(T_j) \times Notional + B(i, T_n) * Notional \quad (2.1)$$

其中 $B(i, j)$ 為時點 i 至 j 之零息債券價格, $C(T_j)$ 為發行機構所承諾之票面利息, 因此由上式可知某一時點之目標債券價格, 為其剩餘應付利息折現與到期時應償還本金之加總。

定義 2.2 時點 i 之信用指數賣方收益現值

$$PV_{assets}(i) = Spread_{contracted}(i) \times Notional \times \sum_{j>i}^{T_n} B(i, j) \times H(i, j) \quad (2.2)$$

時點 i 至 j 之風險折現因子

$$H(i, j) = \exp\left(\frac{-Spread(i) \times t_{j-i}}{1 - R}\right) \quad (2.3)$$

其中 $B(i, j)$ 為時點 i 至 j 之零息債券價格, $H(i, j)$ 為時點 i 至 j 之風險折現因子如 2.3 式, R 為發生違約損失時之回復率, 由此定義可知某一時點下信用指數部位市值, 為其考慮風險折現下剩餘可收到信用價差之加總。

定義 2.3 時點 t 之資產淨值

$$NAV(t) = Cash(t) + MtM(t) \quad (2.4)$$

時點 t 之信用曝險金額市值變動

$$MtM(t) = (S_c(t) - S(t)) \times RE_{p\text{rebalancing}}(t) \times \sum_{j>t}^n B(t, j) \times H(t, j) \quad (2.5)$$

時點 t 之無風險帳戶價值

$$Cash(t) = Cash(t-1)(1 + LIBOR(t)) + S_c \times RE_{p\text{rebalancing}}(t) - Loss(t) - C(t) \quad (2.6)$$

其中 $S_c(t)$ 為時點 t 下之契約信用價差, $S(t)$ 為目前市場信用價差, 由以上定義可知, 當期之資產淨值為無風險帳戶價值加上信用組合部位之市值變動。而信用組合之市值變動, 則為現今市場指數價差變動所造成剩餘可收到信用價差價值變動。

由式 2.5 可得知, 若市場信用指數價差因為信用市場風險增加而上升, 將導致信用指數部位市值產生損失。因此若信用指數價差遭遇類似金融風暴規模之風險而大幅上升, 將會使信用指數部位蒙受大幅度市值損失, 進而使得固定比例債務憑證之資產淨值大幅減損, 此即為價差風險 (Spread Risk)。因此如何利用動態過程模型評估價差風險即為重要議題, 我們將於 2.2 小節介紹信用價差模型。

而無風險部位則為上期部位複利計算後, 加上本期信用指數部位賣方收入, 最後扣除本期應付利息與信用指數組合造成之損失。

其中由式 2.6 可知, 若信用指數組合內有公司發生違約, 因信用指數部位身為信用保護賣方, 此刻須賠償違約損失, 此即為違約風險 (Default risk), 我們將於 2.3 小節進一步介紹信用違約風險模型。

定義 2.4 固定比例債務憑證之出場條件

$$\tau^{in} = \inf\{t : NAV(t) \geq PV_{liabilities}(t)\} \quad (2.7)$$

$$\tau^{out} = \inf\{t : NAV(t) \leq Threshold\} \quad (2.8)$$

定義固定比例債務憑證之基本帳戶後，接著我們定義此產品之提前出場條件。當本期損益計算後之資產淨值高於債券目標價值時，代表我們已完成此產品所需負債目標，則可提前出清所有具有風險之信用指數賣方部位，將所得資金全數轉入無風險帳戶中。此即為獲利了結事件 (Cash-in Event)，而本產品此時則可視為無風險之高收益債券。

但若經本期損益計算後此債券資產淨值低於某一水準，通常為低於本金之百分之十，則啟動停損機制，同樣將所有主動式部位結清，並還與投資人剩餘資產淨值。此則為停損事件 (Cash-out Event)，視為一種嚴重違約情形。

性質 2.1 信用曝險金額

$$RE_{p\text{ostbalancing}}(t) = Lev_{opt}(t) \times Notional \quad (2.9)$$

而若經由損益計算後並無觸及任何提前出場事件發生，則接續我們需要計算下期信用曝險程度。由性質 2.1 可知，信用指數部位之信用曝險部位大小由每期最適槓桿比例決定，又目前信用指數部位之實際槓桿與最適槓桿有一定差距時，則需要依照最適槓桿比例新增或減少信用曝險部位。因此以下我們定義槓桿比例與新增信用風險比例。

定義 2.5 最適槓桿比例

$$Lev_{opt} = \frac{PV_{liabilities}(t) - NAV(t)}{PV_{assets}(t)} \times G = \frac{Shortfall(t)}{PV_{assets}(t)} \times G \quad (2.10)$$

定義 2.6 隱含槓桿比例

$$Lev_{imp} = \frac{RE_{p\text{rebalancing}}(t)}{Notional} \quad (2.11)$$

由定義2.5可知, 最適槓桿比例為負債目標價缺額與當期信用組合淨現值之比例, 意即此商品試圖利用較少之風險性資產去賺取數倍於它之負債目標缺額。而此比例將乘上負載係數以進一步拉大槓桿程度。從最適槓桿比例中可見其調整機制如下: 當資產淨值因任何部位產生損失時, 會造成負債目標缺額增加, 此時發行機構將賣出更多信用指數保護以提高槓桿比例, 望由信用指數部位獲利彌補整體損失; 而若負債目標缺額因獲利縮小時, 則縮小槓桿比例以減低信用曝險程度。

而隱含槓桿比例則為目前信用曝險金額與固定比例債務憑證本金之比例, 為當期實際槓桿比例, 而為不過於頻繁進行槓桿調整而多付出手續費用, 通常當最適槓桿與隱含槓桿有一定差距時才進行信用曝險部位調整, 同時此商品一般會設置一定槓桿比例上限, 使得主動式部位不因過度進行槓桿操作而承擔過多風險。

定義2.7 新增信用曝險部位比例

$$W(t) = \frac{RE_{prebalancing}(t)}{RE_{postbalancing}(t)} \quad (2.12)$$

而信用曝險部位調整完畢, 我們需要計算目前主動式部位之加權契約信用指數價差, 以進行下一期主動式部位市值變化之計算。

基本固定比例債務憑證評價流程如以上定義所示, 模擬流程即為迭代以上流程直到觸及出場條件或到期日結束為止。

2.2 信用指數價差風險模型

由上一小節我們可以得知，當信用指數價差不斷上升時，將導致賣出信用指數部位市值產生損失，因此如何評估信用指數價差變動將為一重要議題。而又從文獻回顧中可以得知，過去文獻模型評估信用指數價差變動時，通常缺乏考慮波動度極大之情形，同時也忽略了信用價差報酬分配偏態與峰態之變動，因此在本小節我們將介紹 Variance-Gamma 信用指數價差模型，利用其分配可調整高階中央動差之特性，以符合實際信用指數價差之變動。

以下我們於 2.2.2 小節進行 Variance-Gamma 基礎 Lévy 過程之定義，接著於 2.2.3 小節介紹 Variance-Gamma 過程與分配基本性質，最後 2.2.4 小節介紹如何利用此模型模擬隨時間變動之信用指數價差。

2.2.1 符號定義

$\phi_X(w)$: 特徵函數

$\varphi(\omega)$: 特徵指數

b : 漂浮項

ν : 波動度參數

$\ell(dx)$: Lévy 測度

$X(t; \sigma, \nu, \theta)$: Variance-Gamma 過程

$\kappa_\nu(x)$: Bessel function

σ : 布朗運動之波動度

θ : 布朗運動之漂移項

2.2.2 Lévy過程

一個定義在機率濾網空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \cdot)$ 之隨機過程 $X = \{X_t, t \geq 0\}$ 若符合以下條件則為 Lévy 過程

1. $X_0 = 0$
2. 此過程具有獨立增量
3. 此過程具有穩定增量
4. 此過程具有隨機連續性

而由 Cont and Tankov(2004) 可得知 Lévy 具有無限切割性 (Infinite Divisibility), 意即 $\phi_X(w)$ 為 X_t 的特徵函數 (Characteristic Function) 時, 則 $\phi_X(w)^t$ 的特徵函數則為 $\phi_X(w)^t$ 。

因此, 當為一 Lévy 過程時, 其特徵函數可表示如下式 2.13:

$$E(\exp(i\omega X(t))) = \exp(t\varphi(\omega)) \quad (2.13)$$

其中 $\varphi(\omega)$ 為特徵指數 (Characteristic Exponent)。

而由 Lévy-Khinchin 公式 (Bertoin 1996) 可知, 若 Lévy 的特徵參數為 (ν, ℓ, b) , 則可以表示如下式 2.14:

$$\varphi(\omega) = ib\omega - \frac{\nu^2\omega^2}{2} + \int_{-\infty}^{\infty} (e^{i\omega x} - 1 - i\omega x 1_{\{|x|<1\}})\ell(dx) \quad (2.14)$$

其中 b 為漂浮項, ν 為波動度參數, ℓ 為 Lévy 測度 (measure), 其滿足下式 2.15:

$$\int_{-\infty}^{\infty} 1_{\{|x|\geq 1\}}\ell(dx) < \infty \quad \& \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 1_{\{|x|<1\}}\ell(dx) < \infty \quad (2.15)$$

2.2.3 Variance-Gamma過程

實際上建立一個 Lévy 過程共有三種方式：布朗次屬化 (Brownian Subordination)、指定 Lévy 測度、指定特定時間區間之機率密度。其中布朗次屬化又可稱為時間轉換之布朗運動 (Time-Changed Brownian Motion)，其在於將連續之布朗運動，藉由另一動態過程轉換為間斷的一般交易時間，是富有經濟意涵之作法。

而目前主要有 Gamma 過程與 Inverse Gaussian 過程可作為時間轉換之動態過程。在此若以 Gamma 過程作為時間轉換之過程，則稱為 Variance-Gamma 過程，其定義如下：

$$X(t; \sigma, \nu, \theta) = \theta G_t + \sigma W_{G_t}, \quad t \geq 0 \quad (2.16)$$

其中 σ 與 θ 為布朗運動之波動度與漂移項， ν 為 Gamma 過程之波動度

而透過 Lévy 過程之次屬化定理，Variance-Gamma 之特徵函數可表示為下式：

$$\phi_X(\omega) = E[\exp(i\omega X_t)] = \exp(t\psi_X(\omega)) \quad (2.17)$$

其中

$$\psi_X(\omega) = -\frac{1}{\kappa} \log\left(1 + \frac{\sigma^2 \omega^2 \kappa}{2} - i\theta \omega \kappa\right) \quad (2.18)$$

經過代入整理後可得下列簡潔形式

$$\phi_{VG}(\omega; \sigma, \nu, \theta) = (1 - i\omega\theta\nu + 1/2\sigma^2\nu\omega^2)^{-1/\nu} \quad (2.19)$$

而機率密度函數則為下式型態：

$$f_X(x) = \frac{2 \exp\left(\frac{\theta x}{\sigma^2}\right)}{\nu^{\frac{1}{\nu}} \sqrt{2\pi} \sigma \Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right)} \left(\frac{(x - \mu)^2}{\frac{2\sigma^2}{\nu} + \theta^2}\right)^{\frac{1}{2\nu} - \frac{1}{4}} \kappa_{\frac{1}{\nu} - \frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sigma^2} \sqrt{(x - \mu)^2 \left(\frac{2\sigma^2}{\nu} + \theta^2\right)}\right) \quad (2.20)$$

其中 κ 為第二類 Bessel function 如下式：

$$\kappa_\nu(x) = \frac{1}{2} \int_0^\infty y^{\nu-1} \exp\left(-\frac{1}{2}x(y+y^{-1})\right) dy \quad (2.21)$$

由於動差母函數為特徵函數一特殊形式，因此對特徵函數微分後，我們可推得 Variance-Gamma 過程中動差如下表：

表 2.1: Variance-Gamma 各階中央動差

一階中央動差	$E(X) = \theta t$
二階中央動差	$E((X - \bar{X})^2) = (\nu\theta^2 + \sigma^2)t$
三階中央動差	$E((X - \bar{X})^3) = (2\theta^3\nu^2 + 3\sigma^2\nu\theta)t$
四階中央動差	$E((X - \bar{X})^4) = (3\nu\sigma^4 + 12\theta\sigma^2\nu^2 + 6\theta^4\nu^3)t + (3\sigma^4 + 6\theta^2\sigma^2\nu + 3\theta^4\nu^2)t^2$

而藉由各階中央動差，可推導出 Variance-Gamma 位置參數如下表：

表 2.2: Variance-Gamma 分配位置參數

位置	參數
平均數	θt
變異數	$(\sigma^2 + \nu\theta^2)t$
偏態係數	$\theta\nu(3\sigma^2 + 2\nu\theta^2)/(\sigma^2 + \nu\theta^2)^{3/2}t^{1/2}$
峰態係數	$3(1 + 2\nu - \nu\sigma^4(\sigma^2 + \nu\theta^2)^{-2})$

由上表，我們可以得知藉由改變係數，達到改變分配偏態與峰態之目的，以滿足我們捕捉市場上信用指數價差報酬右偏厚尾現象。

接著我們假設信用指數價差服從 Variance-Gamma 過程 $VG(\sigma, \nu, \theta)$ ，而由 Madan, Carr and Chang(1998) 可知, Variance-Gamma 信用價差動態過程，可以用下式 2.22 表示：

$$S_t = S_0 \exp(\omega t + X(t; \sigma, \nu, \theta) + rt) \quad (2.22)$$

其中 $X(t; \sigma, \nu, \theta)$ 同 2.15 式，為 Variance-Gamma 過程。以下我們便可利用 2.22 式進行信用指數價差之模擬，以評估當信用指數價差變動時，固定比例債務憑證資產淨值之變化，進而使得其價格與風險之變動

2.3 信用違約風險模型

固定比例債務憑證風險面，除了信用指數價差上升造成主動式部位市值下降，進而導致此債券最後無法達成負債目標而違約，此為價差風險。

此外另有一風險面，為信用指數之成分公司違約時，由於主動式部位為賣出信用保護，此時必須賠償公司違約損失，造成固定比例債務憑證之淨現值降低。而前述槓桿比例越高時，所需賠償之違約損失越高，此即為違約風險。

而從文獻回顧上可知，以往評估投資組合之違約風險主要可利用聯合聯繫函數 (Copula function) 或機率強度基礎 (Intensity-based) 等模型。而經由金融風暴可發現，過往模型假設似乎無法完全解釋叢聚違約現象，因此近來許多改良模型或全新模型已發展出來以解釋此一現象，其中一支即為考量傳染風險之信用模型，本文在此則利用 Giesecke et al.(2011) 之信用傳染模型來評估當賣出信用組合保護時可能產生之違約風險。

以下我們先介紹 Giesecke et al.(2011) 基礎假設，接著定義此模型數學架構，最後解釋此模型之模擬流程。

2.3.1 符號定義

W^n : 布朗運動

$d\lambda_t$: 違約強度動態過程

dX_t : 系統性風險動態過程

$\chi(\cdot)$: 指標函數

α : 個體違約強度均數回歸速度

θ : 個體長期平均違約強度

σ : 個體違約強度波動度

κ : 系統性風險均數回歸速度

θ_{sys} : 系統性風險長期平均強度

σ_{sys} : 系統性風險波動度

β_s : 系統性風險敏感係數

β_c : 傳染性風險敏感係數

$\tau^{N,n}$: 違約時點

L_n : 累積違約家數

2.3.2 模型設定

由 Giesecke et al. (2011), 我們建立信用組合相關違約時點之動態過程如下: 定義一個機率濾網空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{N})$, 令 $\{W^n\}_{n \in \mathbb{N}}$ 為一標準布朗運動之可數集合, $\{\varepsilon_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ 為一符合 i.i.d 標準指數隨機變數之集合, 令 V 為一獨立於 W^n 與 ε_n 之標準布朗運動。由經濟意義來解釋, 每一個 W^n 代表個別公司之個體風險來源, ε_n 代表每一公司之標準化違約時點, 而隨機過程 V 則為所有公司所暴露之系統風險動態過程。

而在固定 $N \in \mathbb{N}, n \in \{1, 2, \dots, N\}$ 下, 我們考慮以下系統:

$$d\lambda_t^{N,n} = -\alpha_{N,n}(\lambda_t^{N,n} - \tilde{\lambda}_{N,n})dt + \sigma_{N,n}\sqrt{\lambda_t^{N,n}}dW_t^n + \beta_{N,n}^C dL_t^N + \beta_{N,n}^S \lambda_t^{N,n} dX_t \quad (2.23)$$

$$\lambda_0^{N,n} = \lambda_{0,N,n} \quad (2.24)$$

$$dX_t = b_0(X_t)dt + \sigma_0(X_t)dV_t \quad t > 0 \quad (2.25)$$

$$X_0 = x_0 \quad (2.26)$$

$$L_t^N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \chi[\varepsilon_n, \infty) \left(\int_{s=0}^t \lambda_s^{N,n} ds \right) \quad (2.27)$$

在此我們使用 $\chi(\cdot)$ 代表指標函數。而其中 L_n 若經定義違約時點後, 可得到更簡潔之表示法。

定義 2.8 違約時點

$$\tau^{N,n} \triangleq \inf\{t \geq 0 : \int_{s=0}^t \lambda_s^{N,n} ds \geq \varepsilon_n\} \quad (2.28)$$

此定義即為 Compensator 法, 用以判斷標的公司在某時點是否已違約。由 Duffie and Singleton(2003) 可知, 若標的公司第一次違約時點服從期望值為 $1/\lambda$ 之普瓦松分配 (Poisson Distribution), λ 為違約強度 (hazard rate), 則其能存活至第 t 年之機率則為下式:

$$p(t) = e^{-\lambda t} \quad (2.29)$$

而若違約強度由固定轉為因時間而變動之變數時，藉由貝氏法則 (Bayes's Rule) 則可知存活率變為下列形式：

$$p(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \quad (2.30)$$

又一服從標準指數分配之隨機變數 Z ，由其累積分配函數可得下式：

$$P(Z > z) = e^{-z} \quad (2.31)$$

因此 Compensator 法即為隨機抽出一個服從標準指數分配之亂數，經由計算 2.31 式做為此時點之實際存活機率，再由 2.30 式計算由違約強度模型模擬出標的公司此時點之存活機率，若實際存活機率小於標的公司之存活機率時，則此公司發生違約，其示意圖如下圖：

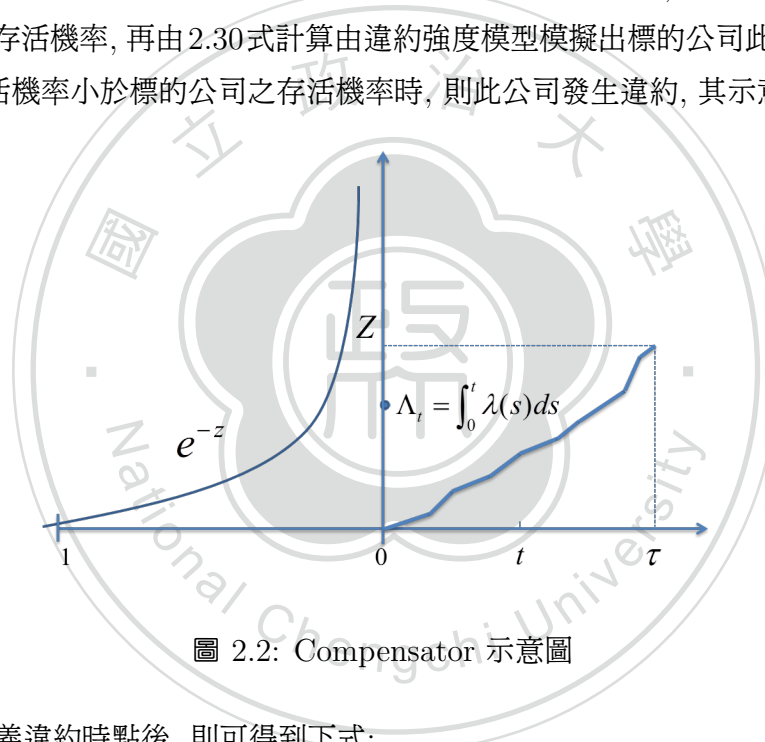


圖 2.2: Compensator 示意圖

而我們定義違約時點後，則可得到下式：

$$\chi[\varepsilon_n, \infty) \left(\int_{s=0}^t \lambda_s^{N,n} ds \right) = \chi\{\tau^{N,n} \leq t\} \quad (2.32)$$

最後則可將 (5) 式更改為下列簡單形式：

$$L_t^N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \chi\{\tau^{N,n} \leq t\} \quad (2.33)$$

動態過程 L^N 代表具有 N 家公司之信用組合之損失率，同時在此 λ 為違約強度，或可稱為條件違約發生率。由定義 2.8 可知， λ 對 2.28 式而言為瞬時 Doob-Meyer compensator。

此模型下個別公司之違約強度 $\lambda^{N,n}$ 會受幾項風險因子所驅動, 首先違約強度會受個體本身之特質風險因素影響, 由 2.23 式可知驅動個體風險為布朗運動 W_n 之動態過程。

而從本研究前言中可知, 個別公司之違約強度同時也會受到能影響所有公司之違約風險因素所驅動, 其即為系統性風險。而在此模型下以動態過程 X 代表系統性風險之來源, 同時 β_s 控制此風險之敏感度大小, 在 Giesecke et al.(2011) 中僅假設此動態過程為一穩定 Ornstein-Uhlenbeck 過程, 如同 3.25 式。而在 Giesecke et al.(2012) 中, 則進一步假設此動態過程為 CIR 過程如下式:

$$dX_t = \kappa(\theta - X_t)dt + \sigma\sqrt{X_t}dV_t \quad (2.34)$$

最後由本研究前言可知, 個別公司之違約強度除了會同時受系統性風險所影響而上升外, 此外也有機會受其他公司違約強度增加所影響而一同上升, 此即為傳染效果 (Contagion effect)。在此模型中以 $\beta^C dL_t^N$ 代表傳染性風險之來源, 其中以 β^C 控制模型對於傳染性風險之敏感程度, 而由 2.32 式可知此模型中傳染性風險大小取決於上期違約之嚴重程度, 意即上期若有越多公司發生違約時, 則會使得本期剩餘存活公司之違約機率強度上升, 進而使得存活公司之違約可能性上升。

而同時從 2.23 式前半部可以看出, 此違約強度動態過程與 CIR 過程相似, 代表其具有均數回歸之特性, 意即個別公司之違約強度若因任一風險因素上升後, 並不會永久維持於高檔狀態, 而會隨時間逐漸下降, 以符合實際市場上波動狀況, 此為本模型另一特色。

2.3.3 模擬方法

由 Giesecke et al.(2012) 可知, 此一模型在 β_s, β_c 不為零下, 並不具有封閉解性質, 因此我們需要利用尤拉性質 (Euler-Scheme), 將 2.3.2 小節所介紹之模型動態過程作時間間斷化進行蒙地卡羅模擬, 以得到信用組合內成分公司可能損失時點, 進而得到不同時點下之期望損失, 以利進行後續市價校準。

藉由前述定義 2.8 之 Compensator 方法與 Giesecke et al.(2012) 中描述之時間間斷化模型, 我們可進行實際違約時點之模擬, 以下為詳細模擬步驟:

1. 隨機抽取一個服從平均數為1之指數分配
2. 計算下式以得到此時點下公司 i 之違約強度

$$\tilde{\lambda}_{t_{j+1}}^{N,n} = \max[0, \alpha(\bar{\lambda} - \lambda_{t_j}^{N,n})\Delta + \sigma(\lambda_{t_j}^{N,n})^{\frac{1}{2}}\sqrt{\Delta}N(0, 1) + \beta^S \lambda_{t_j}^{N,n}(X_{t_{j+1}} - X_{t_j})] \quad (2.35)$$

3. 利用定義2.8判斷此時點下公司 i 是否違約
4. 迭代以上步驟直到此時點下所有公司違約情況判斷完畢
5. 依照當期違約情況, 計算其傳染效果造成違約強度改變之程度如下式

$$\lambda_{t_{j+1}}^{N,n} = \tilde{\lambda}_{t_{j+1}}^{N,n} + \beta^C \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \chi\{\tau^{N,n} = t_{j+1}\} \quad (2.36)$$

6. 迭代以上步驟到模擬到期日結束



2.4 固定比例債務憑證之評價

根據 Dorn(2010), 固定比例債務憑證類似於合成型擔保債務憑證, 其可利用 2.10 式中, 負債目標金額缺額作為整體本金之期望損失來進行其分券評價。以下我們介紹如何計算各分券期望損失, 進而計算各分券之溢酬收入與違約支出端, 最後得到各分券之信用價差。

2.4.1 分券之期望損失

我們利用前述模型可得知固定比例債務憑證每期之期望負債目標缺口, 並將其作為期望損失, 因此各分券之期望損失可利用下式進行計算:

$$EL_{t_i} = E_Q (\max(\min(\text{Shortfall}(t_i), a_H) - a_L, 0)) \quad (2.37)$$

其中 $E_Q(\cdot)$ 為風險中立下之期望值, a_L 為分券止賠點, a_H 為分券之起賠點

2.4.2 溢酬收入端 (Premium Leg)

我們得知各分券之期望損失後, 接著則可利用其計算溢酬收入端。由於信用保護買方每期需支付賣方固定信用價差溢酬乘上其剩餘本金作為信用保費, 由於隨著時間推移其剩餘本金將有所變動, 因此溢酬收入端之經濟意義為計算信用保護賣方在時間變動下之期望收入金額。則令 t_1, t_2, \dots, t_k 為付息日下, 各分券之溢酬風險則如下式:

$$PL = \sum_{k=1}^m \Delta_{t_{k-1}, t_k} \times B(t_k) \times (a_H - a_L - EL(t_k)) + \text{accruals} \quad (2.38)$$

其中 Accrual 為應計保費, 表示若分券於付息日中間發生違約時, 買方仍須支付分券尚未違約時其之保費, 其計算方式則為下式:

$$\text{accruals} = \Delta_{t_{k-1}, t_k} \times 0.5 \times B(t_k^*) \times (EL(t_k) - EL(t_{k-1})) \quad (2.39)$$

2.4.3 違約支出端 (Default Leg)

計算完溢酬收入後，我們也可由期望損失計算違約支出端。當分券因損失超出止賠點而發生違約時，此時信用保護賣方則須賠償買方分券可能產生之損失，同時由於剩餘本金隨著時間推移會有所變動，因此違約支出端之經濟意義為則為計算信用保護賣方預期因損失造成之支出總和，其計算方式如下式：

$$DL = \sum_{k=1}^m (EL(t_k) - EL(t_{k-1}))B(t_k^*) \quad (2.40)$$

2.4.4 合理信用價差

而合理信用價差則應使預期支出和預期收入相等，即為合理信用價差乘以溢酬收入應等於違約支出，則合理信用價差應如下式：

$$S^{tranche} = DL^{tranche} / PL^{tranche} \quad (2.41)$$

因此我們可利用以上評價過程，進行固定比例債務憑證分券價格之計算，其結果與原先固定比例債務憑證承諾之票面利息比較，則可得知此商品實際風險與其預先承諾之差距，詳細評價結果與分析將於第三章介紹。

2.5 校準方法

2.5.1 信用指數價差校準

在此小節，我們將介紹兩種信用指數價差動態過程之參數估計法：動差估計法 (Method of Moment Estimation) 與最大概似估計法 (Method of Maximum Likelihood Estimation)，以利由歷史信用指數市場價格獲得 Variance-Gamma 信用價差模型所需參數。

1. 動差估計法 (Method of Moment Estimation)

在使用最大概似法估計 Variance-Gamma 分配參數前，由於進行最大概似法之數值運算通常需要一組參數作為起始猜解，以確保所得參數能極大化概似函數。而以往文獻提出，此組參數先利用動差法求得，較能加快後續數值運算之速度與準確性，因此在此介紹動差法之估計過程。由表2.2可知 Variance-Gamma 之偏態係數與峰態係數，從 Seneta(2004) 可知，假設 θ 很小下可忽略係數中 $\theta^2, \theta^3, \theta^4$ ，進而得到以下近似之偏態與峰態係數：

$$S = \frac{3\nu\theta}{\sigma\sqrt{t}} \quad (2.42)$$

$$K = 3\left(1 + \frac{\nu}{t}\right) \quad (2.43)$$

接著利用以上近似係數與表3.1之一階與二階中央動差，我們則可推導出以下 Variance-Gamma 參數作為起始猜解，此即為動差估計法參數：

$$\sigma = \sqrt{\frac{V}{t}} \quad (2.44)$$

$$\nu = \left(\frac{K}{3} - 1\right)t \quad (2.45)$$

$$\theta = \frac{S\sigma\sqrt{t}}{3\nu} \quad (2.46)$$

$$\mu = \frac{\bar{X}}{t} - \theta \quad (2.47)$$

2. 最大概似估計法 (Method of Maximum Likelihood Estimation)

在給定具有參數為 $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ 之機率密度函數 $f(\cdot|\theta)$ 之母體分配, 由其抽出之隨機樣本 $x = (x_1, \dots, x_n)$ 下, 最大概似估計法為估計參數 $\hat{\theta} = \hat{\theta}(x)$ 能極大化概似函數 (likelihood function) 如下式:

$$\mathcal{L}(\theta|x) \sim = \prod_{i=1}^n f(x_i|\theta) \quad (2.48)$$

而最大概似估計法之數值方法如下列敘述:

1. 由動差估計法得到一組參數作為起始猜解
2. 引入 Variance-Gamma 之機率密度函數 (2.20式) 以建構概似函數
3. 利用 MATLAB 內建之 MLE 函式進行數值運算即得解

在3.2節我們將利用最大概似估計法, 針對不同時期歷史信用指數價差資料, 進行 Variance-Gamma 信用指數價差模型之參數估計, 以利後續評價與分析固定比例債務憑證之風險構面。

2.5.2 信用違約風險模型校準

由2.3節介紹之違約風險模型, 我們可得到信用組合內組成公司可能之違約時點。接續我們可利用評價合成型擔保債權憑證 (Synthetic Collateral Debt Obligations) 來進行 iTraxx Europe 分券市價校準, 以得到此模型所需參數。

首先我們由2.3節產生之違約時點與下式2.45, 產生不同時點下分券之期望損失:

$$EL^{Tranche}(T_j) = E_Q(\max(\min(L(T_j), a_H) - a_L, 0)) \quad (2.49)$$

其中 $L(T_j) = \frac{\sum_{n=1}^N \chi\{\tau^{N,n} \leq j\} \times (1-R)}{N_{portfolio}}$ 為第 j 期累積違約公司造成之損失

求得分券期望損失後，後續計算分券溢酬收入與違約支出端以評價合理信用價差等步驟，均與2.4節相同在此不再贅述。

而由2.3.2小節可以得知，此模型主要具有八個參數， α 為個體違約強度均數回歸速度， θ 為個體長期平均違約強度， σ 為個體違約強度之波動度， κ 為系統風險強度均數回歸速度， θ_{sys} 為系統風險長期平均強度， σ_{sys} 為系統風險強度之波動度， β_s 為系統風險參數， β_c 為傳染風險參數。而在此我們利用模型所得各分券價格，計算開根均方誤 (Root Mean Square Error) 來進行校準程序，以下為詳細校準步驟：

1. 固定除 α 以外之參數值，隨機抽取亂數作為 α 之值，並將此參數組合帶入擔保債權憑證之評價模型中求算每一分券價格。
2. 迭代步驟1並計算每次分券模型價格與市價之開根均方誤，找出使開根均方誤最小之參數組合。
3. 紀錄此參數組合之作為固定值後，利用迭代前二步驟依序校準剩餘參數，得到一組開根均方誤最小之參數組合。
4. 使用 MATLAB 內建 Nelder-Mead Simplex 演算法，利用步驟3所得參數組合作為猜解起始值，求解開根均方誤之全域極小值 (global minimum) 以得到精確校準。

以上為信用違約風險模型之詳細校準過程，我們將於第四章利用此校準方法，針對金融風暴前後 iTraxx Europe 分券價格進行校準，以比較不同程度違約事件之信用市場對於固定比例債務憑證評價與風險構面之影響。

第三章 數值結果與分析

本章利用第二章所介紹之 Variance-Gamma 過程模型模擬信用指數價差與考慮傳染效果之信用違約模型建立信用群組損失分配，來進行固定比例債務憑證之評價與風險分析。

首先信用指數價差部分，模型可利用 iTraxx 與 CDX 兩大信用指數歷史報價，藉由上一章介紹之最大概似法進行校準，在此我們利用 iTraxx Europe 指數，分為金融風暴前與所有歷史報價兩個情境校準，再進行評價與風險分析，來比較風暴前後固定比例債務憑證之表現。

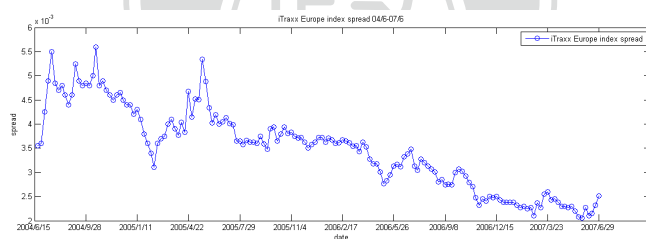


圖 3.1: iTraxx Europe 指數 04/6-07/6 走勢

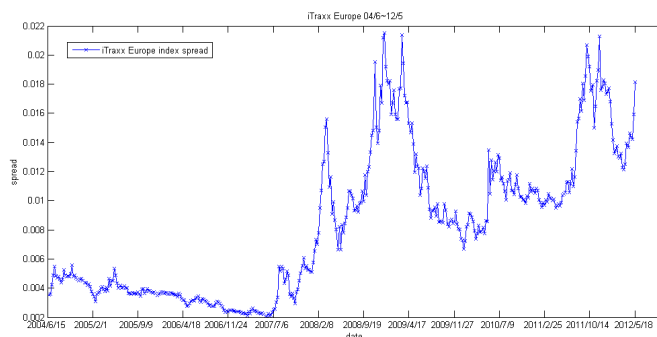


圖 3.2: iTraxx Europe 指數 歷史走勢

而損失分配部分,此信用違約模型同樣也可利用 iTraxx 與 CDX 信用產品市價校準,在此我們利用 iTraxx Europe 10年期分券,分別針對2007年金融風暴前與現今2012年之市場分券報價進行校準,搭配前述不同時期價差變動風險,以比較風暴前後固定比例債務憑證之表現。

表 3.1: iTraxx Europe 10年期市場價格

起賠點	止賠點	2007/1/31	2012/3/30
0	0.03	43.25(%)	73.86(%)
0.03	0.06	556.80	41.42(%)
0.06	0.09	316.96	30.85(%)
0.09	0.12	190.35	620.67
0.12	0.22	96.23	308.67
index		23.02	124.93

表3.1中2007年部分,除了0-3%之權益分券,其餘分券價格皆以基本點 (base point) 表示。權益分券報價為信用保護買方期初需交還該分券本金之比例,此外買方每期需支付賣方500基本點。

2012年部分,所有分券皆為信用保護買方期初需交還該分券本金之比例,此外0-3%、3-6%分券買方需支付賣方500基本點,6-9%分券需支付300基本點,9-12%、12-22%分券則需支付100基本點。

以下3.1節為信用指數價差模型之參數估計,3.2節為違約損失模型之參數校準估計,3.3節為固定比例債務憑證評價與風險分析,其中3.3.1小節為僅考慮價差風險下,固定比例債務憑證之評價與風險分析,3.3.2小節為同時考慮價差與違約風險下,固定比例債務憑證之評價與分析,3.4節則針對模型參數進行敏感度分析。

3.1 信用指數價差模型參數估計

如同第二章信用價差模型部分所述, Variance-Gamma 過程具有三個主要參數: σ 代表此分配中布朗 subordination 之波動度, ν 代表分配之偏態參數, θ 代表分配之峰態參數, 故本節利用第三章介紹之最大概似法, 進行 Variance-Gamma 過程參數估計。

在此我們使用兩組不同時間區間之歷史 iTraxx Europe 指數週報價, 求算其對數報酬率後進行參數估計, 以比較金融風暴前後, 固定比例債務憑證之評價與風險分析。下表為參數估計樣本敘述:

表 3.2: iTraxx Europe 指數報酬樣本敘述與統計量

資料期間	個數	平均數	變異數	偏態係數	峰態係數
04/6 ~ 07/6	167	-0.0009	0.004	0.761	1.363
04/6 ~ 12/5	429	0.0038	0.008	0.657	4.039

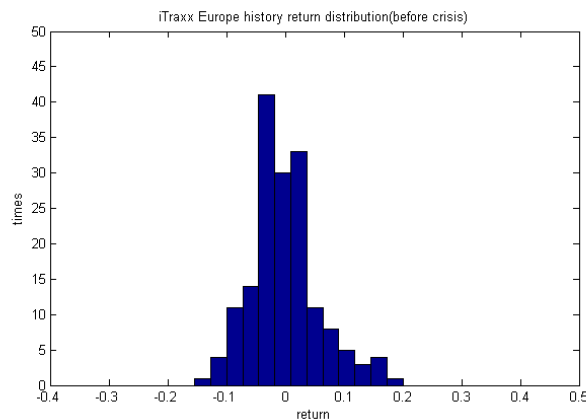


圖 3.3: iTraxx Europe 指數 04/6-07/6 報酬率分配圖

從樣本報酬統計量中, 可觀察出金融風暴前, iTraxx Europe 指數平均而言有下降趨勢, 變動程度較低且報酬分配為低闊峰。而在考量 2008 年金融風暴與 2011 歐債危機後, 則可看到 iTraxx Europe 指數平均有上升趨勢, 變動程度變得較大且報酬分配呈現高狹峰。

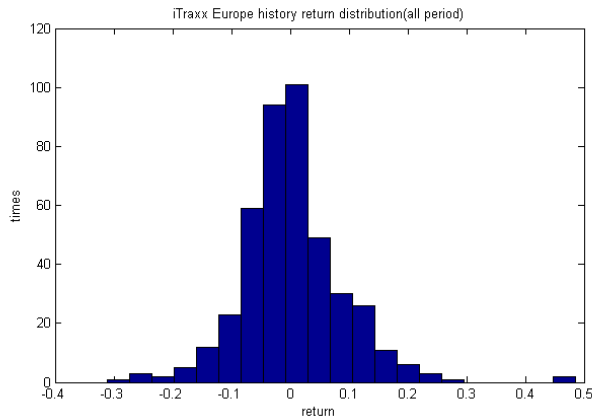


圖 3.4: iTraxx Europe 指數歷史報酬率分配圖

透過第二章介紹之最大概似法，可得以下參數估計結果：

表 3.3: Variance-Gamma 最大概似法估計參數

資料期間	θ	v	σ	ω
04/6 ~ 07/6	0.065949	0.454302	0.112981	-0.02131
04/6 ~ 12/5	0.293521	0.537475	0.278278	-0.02129

由上表我們可以看到，利用金融風暴前 iTraxx Europe 指數歷史報價進行校準之參數，無論是峰態、偏態或是波動度參數，皆低於考量金融風暴與 2011 歐債危機時期之 iTraxx Europe 指數歷史報價校準結果。

3.2 信用違約損失模型參數校準

本節透過第二章介紹之信用傳染模型校準與信用擔保債權憑證分券評價方法，針對表 3.1 所述 iTraxx Europe 10年期市場價格校準後進行分券評價。校準結果如下表 3.4:

表 3.4 中，可以特別注意到於不同時間下 β_s, β_c 校準結果之差異。我們可以看到利用 2012/3/30 之 iTraxx Europe 分券報價校準得到之 β_s, β_c 等代表叢聚違約風險參數結果，相較於利用 2007/1/31 分券報價所得之校準結果，無論是系統性風險程度或是傳染性風險程度皆高出不少，可見近期歐洲受到歐債危機之影響，市場對於叢聚違約風險之擔憂比起金融風暴前之平穩時期高出不少。

表 3.4: 信用傳染違約模型校準參數結果

資料期間	α	θ	σ	κ
2007/1/31	8.05235	0.02642	0.20375	8.86801
2012/3/30	1.98047	0.05770	0.50610	1.98926
	θ_{sys}	σ_{sys}	β_s	β_c
2007/1/31	0.59797	0.23687	0.48027	1.70173
2012/3/30	0.49048	0.49907	3.03662	1.86697

同時我們從以上校準結果, 又可得到此信用違約傳染模型推算之擔保債務憑證分券價格與其跟市價之開根均方誤, 如下表 3.5:

表 3.5: 信用違約傳染模型擔保債務憑證價格與開根均方誤

起賠點	止賠點	2007/1/31	2012/3/30
0	0.03	45.08%	71.97%
0.03	0.06	411.35	42.01%
0.06	0.09	135.80	31.44%
0.09	0.12	38.65	326.89
0.12	0.22	3.51	17.73
index		42.18	102.52
RMSE		0.0120	0.0186

同時, 在推導模型價格時, 可得到 iTraxx Europe 信用組合不同時點下之期望損失, 如下圖 3.5:

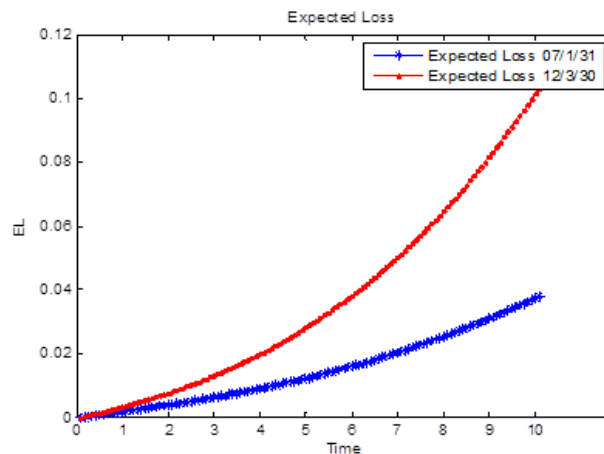


圖 3.5: 不同時點之 iTraxx Europe 信用組合期望損失

由圖3.5可見,2007年市場價格隱含之信用組合期望損失, 整體而言較2012年市場價格隱含之期望損失為低, 同時隨時間過去, 此兩時點之期望損失差距逐漸變大, 可知長期下2012年市場價格隱含之平均損失率不容小覷。

此外我們也可由2.3節所介紹之信用違約損失模型, 針對不同時期下之校準參數推導出 iTraxx Europe 信用組合之隱含損失分配, 如下圖3.6與3.7:

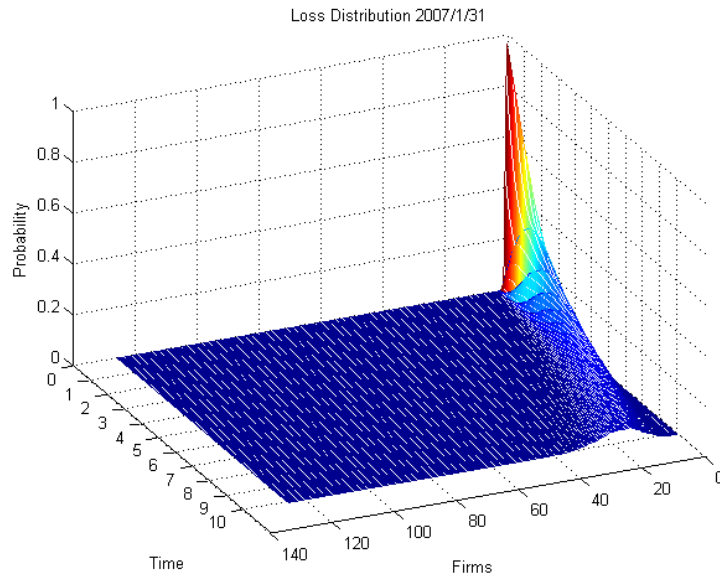


圖 3.6: iTraxx Europe 2007/1/31 隱含信用組合損失分配

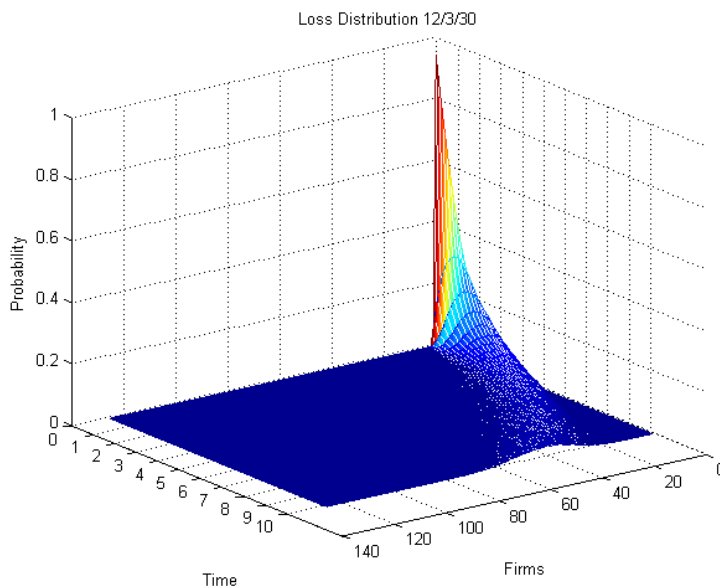


圖 3.7: iTraxx Europe 2012/3/30 隱含信用組合損失分配

由上圖 3.6 與 3.7 可知,2012 年 iTraxx Europe 市場價格校準隱含之損失情形, 比起 2007 年市場價格校準隱含之損失情形更為嚴重。而為仔細觀察兩時期不同時點下之損失分配, 我們將兩時期之損失分配各取出第一年、第五年與第十年之損失分配, 以比較兩者之差異如下圖 3.7:

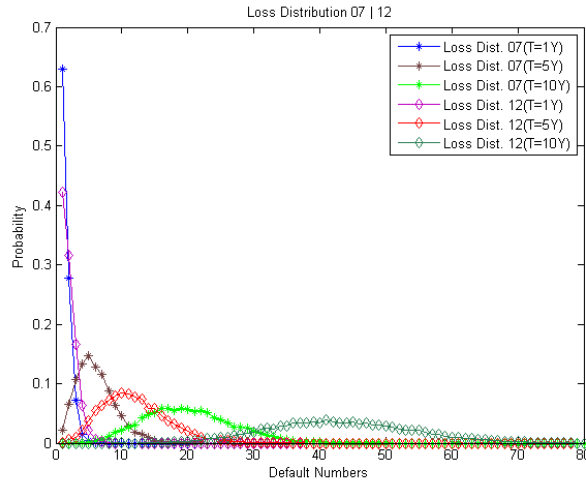


圖 3.8: iTraxx Europe 不同時點隱含信用組合損失分配

由上圖可見,2012年市場價格校準參數之隱含損失分配, 損失情形都較2007年市價校準結果更為嚴重, 分配皆更向右方移動。平均而言,2012年市價校準所產生之平均損失為2007年市價校準平均損失的兩倍。

3.3 固定比例債務憑證評價與風險分析

在此節中，我們將前兩節所得之校準參數，代入2.2節與2.3節所述之信用指數價差與信用違約損失模型，再利用3.1節之固定比例債務憑證基礎模型，進行評價與風險分析。

在此，我們將討論在不同時點下之歷史信用市場資料所得校準參數，其評價結果有何不同，同時兩者風險分析結果將會有何種差異。因此以下將分為兩小節，首先3.3.1小節為僅考慮價差風險下之評價與風險分析結果，3.3.2小節則為同時考慮價差與違約風險下之評價與風險分析結果。

在進行固定比例債務憑證評價前，在此先介紹此產品所需基本假設，固定比例債務憑證到期日為十年，名目本金為十億美元，其餘設定如下表3.5:

表 3.6: 固定比例債務憑證基本假設

到期日	十年
本金	十億美元
無風險利率	0.035
手續費	1% 本金
票面利率	無風險利率+200bp
付息頻率	每季
Cash-out 門檻	10% 本金
連結信用指數	iTraxx Europe
槓桿調整容忍範圍	正負 25%
槓桿倍數	1.7
槓桿倍數上限	15

3.3.1 考慮價差風險下之評價與風險分析

在此小節中，首先我們進行以金融風暴前 iTraxx Europe 指數市價進行校準估計之評價與風險分析。利用第二章介紹之 Variance-Gamma 信用價差模型與固定比例債務憑證評價公式，代入3.1節所得之校準結果進行蒙地卡羅模擬，下表為評價結果：

表 3.7: 固定比例債務憑證利用2007年前市價校準之評價結果-以五個子分券為例

分券	價格
0-3%	77.19%
3-6%	391.71(b.p.)
6-9%	221.78(b.p)
9-12%	122.46(b.p)
12-22%	15.59(b.p)
index	30.19(b.p.)

* 其中校準資料時點為 2004/6-2007/6, 模型模擬次數為 10000 次

由表 3.6 內固定比例債務憑證指數價格，可以見模型評價此產品價格較實際票面利率為低，代表在僅考慮價差風險下，利用 2007 年之校準資料進行評價，實際風險貼水較商品給付的為低。同時由各分券價格可知，固定比例債務憑證之期望損失應如預期縮減，使得高風險之權益分券價格仍有意義。

而進行固定比例債務憑證評價時，同時會得到此商品不同時點下之期望損失，如下圖：

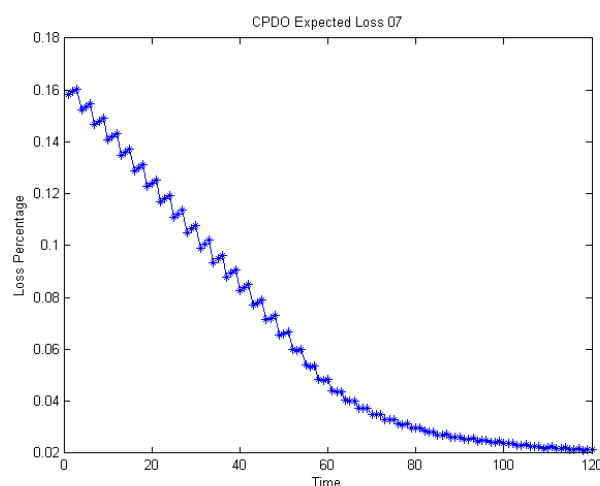


圖 3.9: 固定比例債務憑證利用2007年前市價校準之期望損失

由圖 3.8 可見期望損失隨著時間經過逐漸減低，代表債券之價格目標缺口隨著時間順利縮小，平均而言完成商品承諾價值之比例相當高。而為進一步分析商品是否能達成承諾目標，我們在此進行各項風險分析如下表：

表 3.8: 固定比例債務憑證利用2007年前市價校準之風險指標

風險指標	數值
平均 Cash-in 時間	5.43年
違約機率	7.46%
停損機率	0.25%
違約時之本金損失率	2.141%
VaR99%	50.95%
CVaR99%	72.55%
年化報酬率	6.395%

* 上表 VaR99% 為於 99% 信心水準下之風險值。
CVaR99% 為給定 VaR99% 下，尾端 1% 平均風險值。

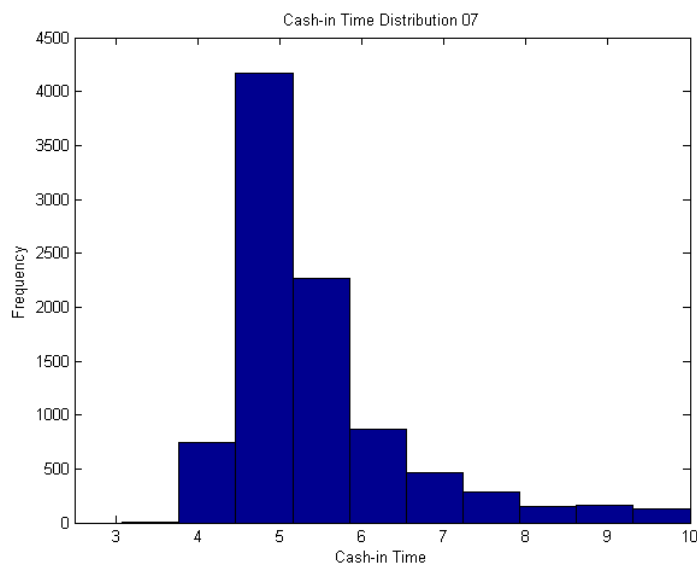


圖 3.10: 固定比例債務憑證利用2007年前市價校準之 Cash-in 分配

而由表3.8可發現，利用2007年市場資料校準參數所得之模擬結果，固定比例債務憑證平均而言會於第六年前獲利了結，將主動式部位全數平倉轉入無風險帳戶，而無法達成到期時約定價值之違約機率為7.46%，若以 S&P CDO 評價分級表進行分類，此產品應為 BBB-。同時平均而言違約時本金損失率僅有2.141%，代表即使到期時無法達成負債目標，但距目標金額並不遠。

而由風險值與條件風險值來看，當市場處於極端1%情況時，本金之風險值為50.75%，即為本金會損失50.75%。而在超越極端1%情況下，平均而言本金將會損失72.55%。此代表以金融風暴前校準資料進行風險評估時，固定比例債務憑證之下方風險仍在可容忍範圍內，並未觸及到10%本金之 Cash-out 門檻。而由年化報酬率來看，也可得到考慮違約風險下，此產品實際報酬率如同其保證票面利率之結果。

而以2007年前 iTraxx Europe 指數市價校準參數進行評價後，從各項數據我們皆可得到此產品雖有一定風險，但整體而言其獲利會達到其承諾。因此接續我們利用包含金融風暴時期之 iTraxx Europe 指數價差校準參數，試圖解析考慮市場變動相當大之情況下，固定比例債務憑證之評價與風險分析。在此我們同樣利用第三章 Variance-Gamma 價差模型，代入3.1節所得歷史校準資料進行蒙地卡羅模擬，下表為評價結果：

表 3.9: 固定比例債務憑證利用至今所有市價校準之評價結果-以五個子分券為例

分券	價格
0-3%	99.64(%)
3-6%	99.72(%)
6-9%	99.72(%)
9-12%	99.81(%)
12-22%	99.31(%)
index	1709.8(b.p.)

* 其中校準資料時點為 2004/6-2012/5，模型模擬次數為10000次

由表3.9可見考慮金融風暴時期價差變動下，模型評價固定比例債務憑證價格將會比實際票面利率為高，代表在考慮高價差波動下，實際風險貼水將會較商品給付票面利息為高。同時又由其他分券價格可知，此產品之期望損失應不會如預期般回落，導致幾乎所有分券全數違約，產生極高之分券價格。

而在此情境下固定比例債務憑證之期望損失，可由下圖 3.11 得知：

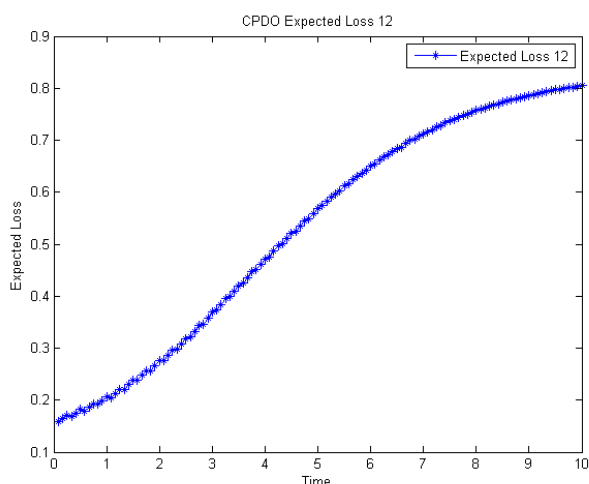


圖 3.11: 固定比例債務憑證利用至今所有市價校準之期望損失

而由利用至今所有 iTraxx Europe 指數市價校準資料產生固定比例債務憑證之期望損失來看，可見其與僅校準金融風暴前價差資料之期望損失之差異。原先圖 3.8 可見期望損失穩定下降之情況，在圖 3.10 則變為期望損失持續擴大，代表在此情境下固定比例債務憑證在期末時將有很高的機率違約。若進一步分析其他風險指標，可見下表：

表 3.10: 固定比例債務憑證利用至今所有市價校準之風險指標

風險指標	數值
平均 Cash-in 時間	5.62年
違約機率	85.42%
停損機率	79.41%
違約時之本金損失率	94.03%
VaR99%	243.67%
CVaR99%	321.12%
年化報酬率	-0.10%

* 上表 VaR99% 為於 99% 信心水準下之風險值。

CVaR99% 為給定 VaR99% 下，尾端 1% 平均風險值。

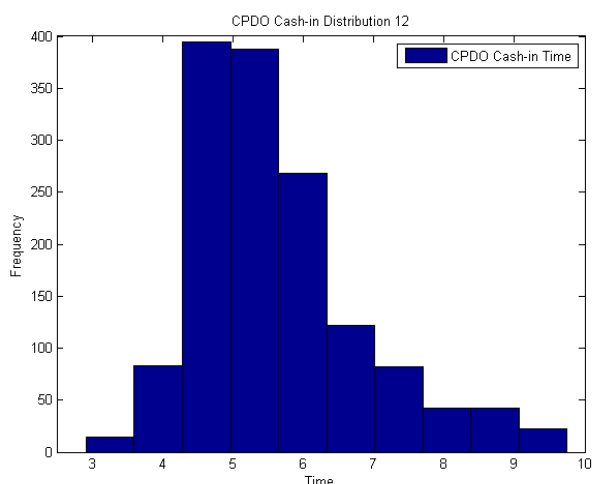


圖 3.12: 固定比例債務憑證利用至今所有市價校準之Cash-in 分配

由表3.8則可發現，利用2012年市場資料校準參數所得之模擬結果，固定比例債務憑證雖然平均而言仍會於第六年前獲利了結，但由於無法達成到期時約定價值之違約機率高達85.42%，其中有79.41%之機率會觸及本金不足10%之Cash-out 門檻而提前違約，這代表僅有14.58%之機率能獲利了結的情況下，平均Cash-in 時間在此並無多大意義。而此時以S&P CDO 評價分級表進行分類，此產品應為D。

同時平均而言違約時本金損失率為94.03%，代表違約時幾乎為大量損失導致Cash-out 之情形。而由風險值與條件風險值來看，當市場處於極端1%情況時，本金之風險值為243.67%，即為本金會損失243.67%。而在超越極端1%情況下，平均而言本金將會損失321.12%。此代表以包含金融風暴時期校準資料進行風險評估時，固定比例債務憑證之下方風險非常巨大。此現象與前幾個月J.P Morgan 於CDX 信用指數部位大幅損失之情況相同，皆作為信用指數賣方因信用指數大幅上升，而導致賣方部位產生大幅損失，同時又因此商品信用指數部位最多可放大槓桿至本金之15倍，進而使得損失難以估計。而由年化報酬率來看，也可得到-0.10%之負報酬。

以上結果皆顯示出，即使在僅考慮價差風險下，劇烈的信用價差波動即會導致固定比例債務憑證大幅的提前違約，同時下方風險十分之可觀。也顯示出金融風暴前，各方金融機構與學術單位，對於固定比例債務憑證之價差變動評估過於保守，導致給予此產品時過高之評價。

而完成考慮僅價差風險之評價與風險分析後，下一小節我們將分析同時考慮價差風險與違約風險下，固定比例債務憑證之評價與風險將會如何變動。

3.3.2 考慮價差風險與違約風險下之評價與風險分析

結束上一小節後，接著我們除了考慮信用指數波動產生之價差風險外，另額外考慮第二章介紹之違約傳染模型模擬信用指數組合產生違約之情形，以符合此商品實際可能產生之風險面，進而進行固定比例債務憑證之評價與風險分析。

在此同樣我們先以金融風暴前 iTraxx Europe 指數市價歷史時間序列，進行價差模型參數校準估計，另外再以 2007/1/31 之 iTraxx Europe 10 年期分券報價進行信用違約傳染模型參數之校準，其結果如同 3.1 與 3.2 節所示，最後代入第二章所介紹之評價模型進行蒙地卡羅模擬，下表為評價結果：

表 3.11: 考慮違約風險下
利用 2007 年前市價校準評價結果-以五個子分券為例

分券	價格
0-3%	99.64(%)
3-6%	99.72(%)
6-9%	99.72(%)
9-12%	99.81(%)
12-22%	97.27(%)
指數	649.81(b.p.)

* 其中信用價差校準資料時點為 2004/6-2007/6
分券資料時點為 2007/1/31
模型模擬次數為 10000 次

而由表 3.11 中，可以見到雖然模型評價固定比例債務憑證價格較實際票面利率相差不大，但在多考慮違約風險下，價格由原先僅考慮價差風險下之 30 個基本點上升至 649 個基本點，差異超過 20 倍，此現象意味著原先僅考慮價差風險之模型大幅低估了此產品之風險。同時各個分券價格由於期望損失不會回落，導致其價格居高不下。

同樣地，進行固定比例債務憑證評價時，會得到此商品不同時點下之期望損失，如下圖 3.13:

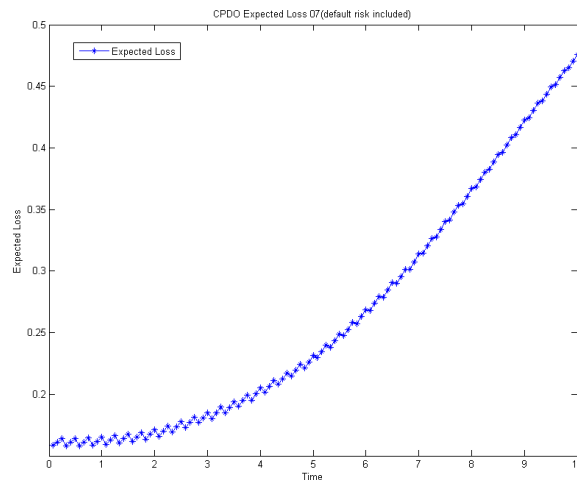


圖 3.13: 考慮違約風險下利用2007年前市價校準之期望損失

由圖 3.12 可見期望損失隨著時間經過逐漸升高，此結果與同為 2007 年價差校準資料下之圖 3.8 不同，而與 2012 年價差校準資料下之期望損失之趨勢較為接近，代表在考慮違約風險下，即使利用價差風險與違約風險皆低之時期進行校準，其債券之價格目標缺口平均而言無法隨著時間順利縮小，反倒逐漸增加。

因此進一步分析此商品之其他風險，我們在此進行各項風險分析如下表：

表 3.12: 考慮違約風險下利用2007年前市價校準之風險指標

風險指標	數值
平均 Cash-in 時間	6.09年
違約機率	74.93%
停損機率	25.08%
違約時之本金損失率	47.00%
VaR99%	101.73%
CVaR99%	105.03%
年化報酬率	1.13%

* 上表 VaR99% 為於 99% 信心水準下之風險值。
CVaR99% 為給定 VaR99% 下，尾端 1% 平均風險值。

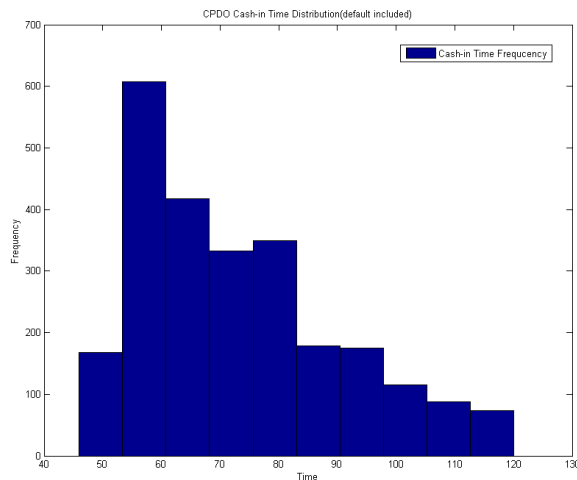


圖 3.14: 考慮違約風險下利用2007年前市價校準之 Cash-in 分配

而由表 3.12 可發現，在考慮 2007 年信用價差與分券價格下所得之模擬結果，固定比例債務憑證平均而言會於 6.09 年獲利了結，但觸及淨現值不足 10% Cash-out 門檻之機率已達 25.08%。但同時我們也可以見到無法達成目標價格之違約機率高達 74.93%，若以 S&P CDO 評價分級表進行分類，此產品應被評為 CCC-。此時也可觀察到本金損失率有 47.00%。

從以上結果我們可得知，雖然本金大幅度損失機率在此情境下並不高，但增加考慮違約風險下到期時無法達成負債目標的機率也相當嚴重，並不如此產品一開始所宣示的高報酬低風險。加上考慮年化報酬率，也可得到考慮違約風險下，此產品實際報酬率將略低於其票面利率之情形。

再從風險值與條件風險值來看，當市場處於極端 1% 情況時，本金之風險值為 101.73%，即為本金會損失 101.73%。而在超越極端 1% 情況下，平均而言本金將會損失 105.03%。此代表在多考慮違約風險下以金融風暴前校準資料進行風險評估時，固定比例債務憑證之下方風險已十分巨大，在極端狀況下損失將可能會大於所有本金。

總結來看，同時考慮價差風險與違約風險下，即使以金融風暴前之市場價格進行校準估計，雖然大幅損失之機率比起僅考慮價差風險下上升幅度並不大，但因未滿足目標價格而導致違約之風險卻大幅提升，接近考量包含金融風暴時期價差風險之違約機率。因此我們接續進行同時考慮價差風險與違約風險下，若以金融風暴時期信用市場報價進行參數校準估計，所得之評價結果與風險分析將如何變化。首先評價結果如下表 3.13:

表 3.13: 考慮違約風險下
利用至今所有市價校準評價結果-以五個子分券為例

分券	價格
0-3%	99.64(%)
3-6%	99.72(%)
6-9%	99.72(%)
9-12%	99.81(%)
12-22%	99.58(%)
指數	3091.38(b.p.)

* 其中信用價差校準資料時點為 2004/6-2012/5, 分券資料時點為 2012/5/31
模型模擬次數為 10000 次

由表 3.13, 可見模型評價固定比例債務憑證價格大幅高於實際票面利率, 同時也比未考慮違約風險時之價格高出 80.87%, 此代表在同時考慮價差風險與違約風險情況下, 利用現今信用指數市場報價之校準資料進行評價時, 實際風險貼水遠高於商品所給付, 也大於未考量違約風險下之風險貼水。

而與表 3.9 相較之下, 也可得到所有分券價格均大幅高於未考慮違約風險下之評價結果, 可見違約風險影響固定比例債務憑證之程度遠大於過往文獻之評估。

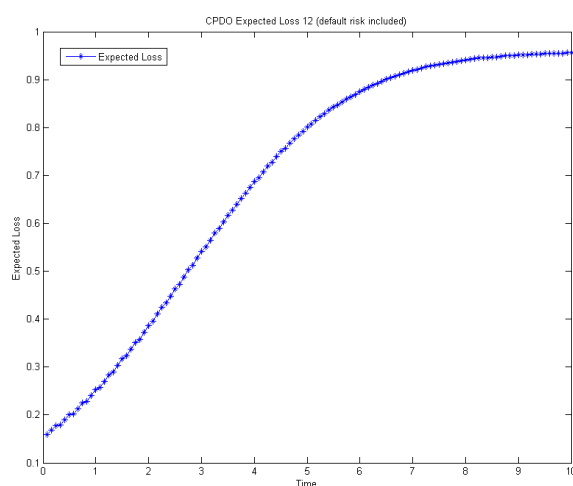


圖 3.15: 考慮違約風險下利用至今所有市價校準之期望損失

由圖 3.15 可見期望損失隨時間上升速度十分迅速，代表債券之價格目標缺口平均而言幾乎不會縮小，反倒是接近損失所有本金，損失程度與圖 3.12 金融風暴前參數相較，無論是上升速度或是幅度皆遠大於該情境。同時若與僅考慮價差風險但以現今信用指數市場價格作為校準依據來比較，圖 3.15 所代表之損失情況仍較該情境來得嚴重。而為進一步分析商品之風險嚴重程度，我們繼續進行各項風險分析如下表：

表 3.14: 考慮違約風險下利用至今所有市價校準之風險指標

風險指標	數值
平均 Cash-in 時間	5.38 年
違約機率	99.61%
停損機率	98.63%
違約時之本金損失率	103.86%
VaR99%	211.62%
CVar99%	284.93%
年化報酬率	-14.93

* 上表 VaR99% 為於 99% 信心水準下之風險值。
CVar99% 為給定 VaR99% 下，尾端 1% 平均風險值。

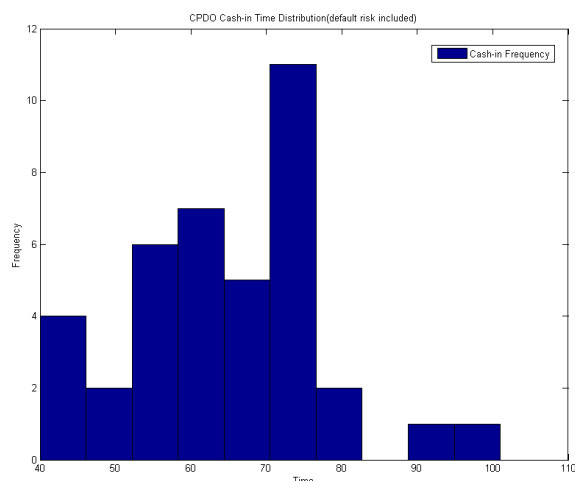


圖 3.16: 考慮違約風險下利用至今所有市價校準之 Cash-in 分配

而由表3.14可發現,在考慮2012年信用價差與分券價格下所得之模擬結果,固定比例債務憑證平均而言會於5.38年獲利了結,但觸及Cash-out 門檻之機率卻高達98.63%,同時無法達成目標價格之違約機率高達99.61%,也可觀察到本金損失率有103.86%,代表此產品不僅在到期幾乎無法達成目標價格,且幾乎會全數觸及Cash-out 門檻而違約,並有相當大之下方風險,發生違約時所剩餘本金無法賠償信用部位之損失,此時信評等級已無意義。

從以上結果我們可得知,在現今信用市場情境下,若同時考慮價差風險與違約風險,此產品違約機率相當嚴重,由年化報酬率來觀察,也可得到-14.93%相當大之負報酬,代表近期並不適合投資此類信用商品。

再從風險值與條件風險值來看,當市場處於極端1%情況時,本金之風險值為211.62%,即為本金會損失211.62%。而在超越極端1%情況下,平均而言本金將會損失284.93%。此代表在考慮違約風險下以近期信用市場價格校準資料進行極端風險評估時,固定比例債務憑證之下方風險非常巨大,除了侵蝕所有本金外,還得額外付出相當於1.1倍本金之損失賠償金。

總結來看,同時考慮價差風險與違約風險下,以考慮現今信用市場價格所得校準估計來進行評價與風險分析,無論是價格、預期損失或是違約機率等平均風險指標,或是像風險值與條件風險值等極端風險指標來看,皆可得到目前此種商品在考量信用市場波動程度相當大時處於相當危險之情況,並不適合一般大眾進行投資,可能僅由避險基金等能承受高風險金融商品之機構進行投機性行爲。

3.4 敏感度分析

本小節將探討各模型參數對於評價與風險分析結果之影響，在此我們皆給定模型中單一參數於某一區間變動，在其他參數不變下，觀察此參數變動對於評價與風險分析結果將有何種影響。同時由於以不同時期市場資料之校準結果進行敏感度分析，皆會產生相近之結果。故我們在此使用同時考慮價差與違約風險下，2007年市場價格之校準參數進行敏感度分析。

3.4.1 信用價差模型偏態參數

由2.2節可知 Variance-Gamma 分配主要有偏態參數、峰態參數與波動度此三參數可影響固定比例債務憑證之評價與風險程度，故以下我們針對這三個參數作敏感度分析，以期了解信用指數價差模型參數變動，對於固定比例債務憑證之評價與風險構成有何影響。

首先下表3.15為 Variance-Gamma 信用價差模型偏態參數之敏感度分析，給定起始信用指數價差為0.0035、無風險利率為3.5%、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

表 3.15: 偏態參數敏感度分析

θ_{VG}	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
0.0259	0.6614	0.1780	37.4806	102.0823	0.0490
0.0459	0.7389	0.2486	46.6019	105.3438	0.0643
0.0659	0.8499	0.3991	61.2941	114.4902	0.0922
0.0859	0.9347	0.6040	76.7001	131.1828	0.1294
0.1059	0.9744	0.7937	87.9388	144.3101	0.1691

由3.2節我們可知偏態參數越大，代表信用價差報酬分配越為左偏，此時代表信用價差越傾向往上變動。因此由上表我們可以觀察到，當偏態參數越大時，會使固定比例債務憑證價格大幅上升，同時平均風險指標如違約損失率 (LGD) 與極端風險指標如 CVaR99% 也同時上升。

造成此現象之原因，主要是因為價差報酬分配越為左偏，意即信用價差傾向往上變動時，會造成固定比例債務憑證中信用指數部位市值容易造成損失，進而使各項風險指標增加，也造成此產品須以更高風險貼水來彌補投資人所需承受之風險。

3.4.2 信用價差模型峰態參數

下表3.16為 Variance-Gamma 信用價差模型峰態參數之敏感度分析，給定起始信用指數價差為0.0035、無風險利率為3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

表 3.16: 峰態參數敏感度分析

ν_{VG}	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
0.2543	0.7407	0.2519	46.3999	104.1935	0.0639
0.3543	0.7434	0.2527	46.8616	105.7535	0.0648
0.4543	0.7421	0.2564	47.2101	108.1634	0.0654
0.5543	0.7437	0.2571	47.2946	109.7673	0.0654
0.6543	0.7474	0.2644	47.9104	111.3048	0.0664

接著我們檢視峰態參數變動時，對於固定比例債務憑證評價與風險指標之影響。同樣由2.2節可以得知，當峰態參數越大時，代表信用指數價差報酬分配越呈高狹型態，代表信用指數價差變動不大機率變大，但同時價差瞬間跳躍之機率也會上升。

因此從表3.16我們可以發現，當價差報酬分配越呈高狹形態時，雖然固定比例債務憑證之平均風險指標變動不大，其評價結果也幾乎不變，但極端風險指標卻有略微上升之現象。

造成此現象之原因，主要可能是因為雖然價差變動幅度較小之機率上升，使得信用指數部位大多數時間不會受市價損失影響而穩定獲利。但價差報酬呈高狹型態代表價差瞬間上升機率變大，讓固定比例債務憑證主動式部位市值瞬間大幅減少機會上升，進而使得極端風險指標有略微上升之現象。

3.4.3 信用價差模型波動度參數

下表3.17為 Variance-Gamma 信用價差模型波動度參數之敏感度分析，給定起始信用指數價差為0.0035、無風險利率為3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

表 3.17: 信用價差波動度敏感度分析

σ_{VG}	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
0.0130	0.7454	0.2275	46.0608	102.6269	0.0632
0.1130	0.7448	0.2481	46.6211	104.7194	0.0643
0.2130	0.7479	0.3503	52.1432	141.4462	0.0744
0.3130	0.7385	0.4361	58.6324	210.1394	0.0854
0.4130	0.7269	0.5025	66.1384	307.9415	0.0968

由表3.17可發現，當信用價差波動度上升時，會使固定比例債務憑證評價與各項風險指標皆大幅上升，代表固定比例債務憑證對於此參數相當敏感，如同偏態參數上升之現象。

會有此現象發生，是因為當模型波動度上升時，會使信用指數價差上升之機率上升，進而導致固定比例債務憑證中信用指數部位市價產生損失，進而導致各項風險指標皆大幅上升，同時也需要更高之風險貼水以補償投資人承受之額外風險。

3.4.4 個體違約強度均數回歸速度

下表3.18為信用違約損失模型中，個體違約強度均數回歸速度之敏感度分析，給定起始信用指數價差為0.0035、無風險利率為3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

表 3.18: 個體違約強度均數回歸速度敏感度分析

κ_{idio}	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
1	0.7504	0.2666	48.1822	106.5796	0.0670
8	0.7518	0.2583	47.4115	105.2372	0.0657
15	0.7414	0.2306	45.8852	104.6958	0.0632
22	0.7448	0.2422	46.4704	104.3040	0.0641
29	0.7418	0.2364	45.8513	106.4623	0.0630

由 2.3 節可以得知，當個體違約強度均數回歸速度上升，意味著個體違約強度隨著時間將迅速回落，導致個別公司違約機率變小。

而由上表 3.18 則可觀察到，隨著個體違約強度均數回歸速度上升，各項風險指標與評價結果皆微幅下降，會有此現象發生是因為個體違約強度均數回歸速度變快使得個別公司違約機率變小，讓信用組合部位違約損失減少，進而使得整體商品績效與風險程度微幅改善。

3.4.5 個體長期平均違約強度

下表 3.19 為信用違約損失模型個體長期平均違約強度之敏感度分析，給定起始信用指數價差為 0.0035、無風險利率為 3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

表 3.19: 個體長期平均違約強度敏感度分析

θ_{idio}	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
0.0164	0.5738	0.1339	31.3754	103.9366	0.0403
0.0264	0.7460	0.2553	47.0624	105.5758	0.0651
0.0364	0.8334	0.3789	59.0089	106.6450	0.0878
0.0464	0.9142	0.5293	70.9793	107.3896	0.1162
0.0564	0.9537	0.6547	78.8097	107.5450	0.1410

由 2.3 節可以得知，當個體長期平均違約強度上升，意味著個體違約強度平均水準將維持於高水準，導致個別公司違約機率變高。

而由表3.19可觀察到，當個體長期平均違約強度上升，會使得模型評價結果與各項風險指標皆大幅上升，代表固定比例債務憑證也對於此參數相當敏感。導致此結果之原因，可能是由於個別公司違約機率變高，使得固定比例債務憑證之現金帳戶每期須給付違約損失之機率也會隨之上升，進而影響此產品之績效表現。

3.4.6 個體違約強度波動度

下表3.20為信用違約損失模型個體違約強度波動度之敏感度分析，給定起始信用指數偏差為0.0035、無風險利率為3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

表 3.20: 個體違約強度波動度敏感度分析

σ_{idio}	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
0.1	0.7357	0.2378	45.8580	105.4771	0.0630
0.2	0.7546	0.2529	47.6243	106.4021	0.0660
0.3	0.7496	0.2593	47.7046	105.3185	0.0660
0.4	0.7502	0.2734	48.6659	105.5325	0.0676
0.5	0.7643	0.3078	51.1932	106.0006	0.0721

由2.3節可以得知，當個體違約強度波動度上升，意味著個體違約強度變大之可能性也會隨之上升，進而導致個別公司違約機率變高。

而由表3.20可觀察到，當個體違約強度波動度上升，會使得模型評價結果與各項風險指標略為上升，但基本上變動幅度皆不大，代表固定比例債務憑證可能對於此參數較不敏感。導致此結果之原因，可能是因為雖然個體違約強度波動度上升使得違約強度有機會上升，但同時也有機會下降，使得個別公司違約可能性上升幅度不如預期，進而使得固定比例債務憑證之績效較預期為佳。

3.4.7 系統性風險波動度

下表 3.21 為信用違約損失模型中系統性風險波動度之敏感度分析，給定起始信用指數價差為 0.0035、無風險利率為 3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

表 3.21: 系統性風險波動度敏感度分析

σ_{sys}	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
0.136	0.7487	0.2496	47.0437	105.3889	0.0651
0.236	0.7485	0.2593	47.2340	105.4114	0.0655
0.336	0.7486	0.2513	47.0033	104.7843	0.0651
0.436	0.7501	0.2539	47.3304	104.3614	0.0655
0.536	0.7451	0.2492	46.8156	105.0349	0.0646

同樣由 2.3 節可以得知，當系統性風險波動度上升，意味著信用組合中所有公司同時遭遇到系統性風險之可能性也會隨之上升，進而導致個別公司違約機率變高。

而由表 3.21 可觀察到，當系統性風險波動度上升，模型評價結果與各項風險指標基本上並無多大變動，代表固定比例債務憑證可能對於此參數並不敏感。導致此結果之原因，可能是因為藉由信用市場價格所校準出之系統性風險敏感參數並不大，使得個別公司違約可能性上升幅度不如預期，進而使得固定比例債務憑證之績效較預期為佳。

3.4.8 系統性風險長期平均強度

下表 3.22 為信用違約損失模型系統性風險長期平均強度之敏感度分析，給定起始信用指數價差為 0.0035、無風險利率為 3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

由 2.3 節可以得知，當系統性風險長期平均強度上升，意味著信用組合中所有公司同時遭遇到系統性風險之可能性也會隨之上升，進而導致個別公司違約機率變高。

表 3.22: 系統性風險長期平均強度敏感度分析

θ_{sys}	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
0.05	0.7471	0.2498	46.7926	106.9129	0.0647
0.10	0.7491	0.2503	46.8871	104.4814	0.0649
0.15	0.7502	0.2500	47.3020	105.7686	0.0655
0.20	0.7489	0.2448	46.5546	105.5069	0.0643
0.25	0.7435	0.2523	46.7546	104.6046	0.0646

而由表3.22可觀察到，當系統性風險長期平均強度上升，模型評價結果與各項風險指標基本上與3.4.8小節相同並無多大變動，代表固定比例債務憑證可能對於此參數也並不敏感。導致此結果之原因，同樣也可能是因為藉由信用市場價格所校準出之系統性風險敏感參數並不大，使得個別公司違約可能性上升幅度不如預期，進而使得固定比例債務憑證之績效較預期為佳。

3.4.9 系統性風險均數回歸速度

下表3.23為信用違約損失價差模型系統性風險均數回歸速度之敏感度分析，給定起始信用指數價差為0.0035、無風險利率為3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

表 3.23: 系統性風險均數回歸速度敏感度分析

κ_{sys}	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
1	0.7391	0.2530	46.7256	105.2804	0.0645
8	0.7439	0.2483	47.1154	105.2341	0.0653
15	0.7425	0.2504	46.9620	104.9784	0.0647
22	0.7454	0.2541	47.2010	104.3014	0.0653
29	0.7474	0.2501	46.9079	106.1390	0.0648

由2.3節可知，當系統性風險均數回歸速度上升時，表示系統性風險不容易持續維持較高水準，讓個別公司較不容易受到系統性風險之影響，進而使得固定比例債務憑證績效變佳。

而由表3.23可觀察到，當系統性風險均數回歸速度上升，模型評價結果與各項風險指標基本上也與3.4.8小節相同並無多大變動，代表固定比例債務憑證可能對於此參數也並不敏感，使得固定比例債務憑證之績效較預期為佳。

3.4.10 系統性風險敏感係數

下表3.24為信用違約損失模型系統性風險敏感係數之敏感度分析，給定起始信用指數價差為0.0035、無風險利率為3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

表 3.24: 系統性風險敏感係數敏感度分析

β_{sys}	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
0.5	0.7390	0.2524	46.7829	105.0104	0.0646
5.5	0.7422	0.2510	46.8811	104.7214	0.0648
10.5	0.7440	0.2538	46.7675	105.0730	0.0647
15.5	0.7513	0.2655	48.1502	105.5093	0.0671
20.5	0.7555	0.2717	48.3320	106.0365	0.0672

由2.3節可知，系統性風險敏感係數若上升，代表系統性風險被放大比例程度越高，使得個別公司受到系統性風險之可能性變大，進而使得固定比例債務憑證績效變差。

而由表3.24可觀察到，當系統性風險敏感係數上升，模型評價結果與各項風險指標皆略為上升。導致此結果之原因當系統性風險敏感參數上升時，個別公司受到系統性風險之可能性變大，使得個別公司之違約機率強度上升而違約機率也隨之上升，導致信用指數部位需付出更多的違約損失，最終導致此商品之評價與風險表現變差。

3.4.11 傳染性風險敏感係數

下表3.25為信用違約損失模型傳染性風險敏感係數之敏感度分析，給定起始信用指數價差為0.0035、無風險利率為3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 與 $\beta_s = 0.48027$ 。

表 3.25: 傳染性風險敏感係數敏感度分析

$\beta_{contagion}$	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
1.7	0.7435	0.2454	46.7968	105.6149	0.0646
6.7	0.8475	0.8226	80.1134	114.1970	0.1571
11.7	0.8515	0.8447	82.6412	120.4695	0.1894
16.7	0.8566	0.8519	84.7541	127.4450	0.2101
21.7	0.8621	0.8582	86.6632	133.8838	0.2278

由2.3節可知，傳染性風險敏感係數若上升，代表傳染性風險被放大比例程度越大，使得個別公司違約可能性受其他已違約公司影響而上升，進而使得固定比例債務憑證績效變差。

而由表3.25可觀察到，當傳染性風險敏感係數上升，模型評價結果與各項風險指標皆大幅上升。此現象表示當市場上傳染性風險若大幅上升時，將會進一步影響此商品之評價與風險表現，投資人不可不防。

3.4.12 起始信用指數價差

下表3.26為固定比例債務憑證基本模型起始信用指數價差之敏感度分析，給定無風險利率為3.5%、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

由2.1節可知，起始信用指數價差若上升，代表固定比例債務憑證每期能收到之信用價差溢酬變大，進而使得固定比例債務憑證績效變佳。

而由表3.26可觀察到，當起始信用指數價差若上升，模型評價結果與各項風險指標皆

表 3.26: 起始信用指數價差敏感度分析

cs_0	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
0.0015	0.9989	0.3573	64.7788	103.8299	0.1014
0.0025	0.9215	0.2920	56.5491	103.7851	0.0831
0.0035	0.7446	0.2540	47.1173	106.3522	0.0652
0.0045	0.5589	0.2039	36.0742	106.7902	0.0470
0.0055	0.4141	0.1449	25.9114	108.4032	0.0321

為下降。導致此結果之原因，如同上面所述，是因為較高的契約信用價差會使得信用指數部位每期能收到之信用價差溢酬變大，使得完成此產品負債目標之可能性變大，進而使得評價結果與風險指標表現變佳。

3.4.13 無風險利率敏感度分析

下表3.27為固定比例債務憑證基本模型無風險利率之敏感度分析，給定起始信用指數價差為0.0035、 $\theta_{VG} = 0.066$ 、 $\nu_{VG} = 0.454$ 、 $\sigma_{VG} = 0.113$ 、 $\kappa_{idio} = 8.05235$ 、 $\theta_{idio} = 0.02642$ 、 $\sigma_{idio} = 0.20375$ 、 $\sigma_{sys} = 0.23687$ 、 $\theta_{sys} = 0.59797$ 、 $\kappa_{sys} = 8.86801$ 、 $\beta_s = 0.48027$ 及 $\beta_c = 1.70173$ 。

表 3.27: 無風險利率敏感度分析

r	Prob. of Default	Prob. of Cash-out	LGD(%)	CVaR99%	Index Spread
0.015	0.7562	0.2302	46.4530	106.4189	0.0638
0.025	0.7512	0.2376	46.9295	104.8277	0.0647
0.035	0.7487	0.2523	47.1420	105.3224	0.0652
0.045	0.7382	0.2583	46.6455	104.3577	0.0646
0.055	0.7326	0.2760	47.4019	104.3179	0.0658

由2.1節可知，若無風險利率上升，代表固定比例債務憑證每期能收到之複利變大，但也同時使得每期所需支付之票面利息變大，進而使得固定比例債務憑證績效變動方向不確定。

而由表3.27可觀察到，當無風險利率上升，模型評價結果與各項風險指標如預期一般變動不大。導致此結果之原因，如同上面所述，是因為無風險利率同時會使得收入面與支出面增加，進而使得評價結果與風險指標表現變動不大。

第四章 結論與後續研究建議

4.1 結論

本研究以 Variance-Gamma 動態信用價差模型與 Giesecke et al. (2011) 之動態違約傳染模型為基礎, 同時利用 Dorn (2010) 之固定比例債務憑證評價公式, 分析在考量分配之高階動差可變動的信用指數價差模型與具有傳染效果的信用違約模型時, 利用不同時期下 iTraxx Europe 市場報價進行校準下, 固定比例債務憑證評價與風險分析結果有何變動, 以試圖解釋為何固定比例債務憑證於金融風暴時期發生違約情況, 表現並不如部分文獻與發行商宣稱之低風險高報酬。

研究結果發現, 藉由信用指數價差模型校準結果, 我們可見到包含金融風暴時期後之歷史 iTraxx Europe 信用指數市場報價, 整體波動與價格上升情況皆大於未包含金融風暴時期後之 iTraxx Europe 信用指數市場報價。同時我們利用信用違約傳染模型針對不同時期 iTraxx Europe 分券市價校準, 也可見到目前信用市場隱含之系統性風險與傳染性風險皆大於金融風暴前時期。從以上校準我們皆可看出近年來信用市場呈現高波動高風險之情勢, 而可預期此結果將影響固定比例債務憑證之評價結果與風險程度。

而固定比例債務憑證方面, 我們發現在僅考慮價差風險下利用金融風暴前之 iTraxx Europe 信用指數市價校準, 此商品所得評價結果低於原先承諾之票面利息, 但模型所得風險程度仍高於以往部分文獻與發行商原先宣稱之低風險。而在同一價差風險設定, 針對至今包含金融風暴時期之信用指數市價校準下, 數值結果皆顯露出此商品不管是評價或風險表現皆迅速變差, 同時出現相當大程度之缺口風險, 代表以往部分文獻與發行商可能因無法預期信用指數市場會有大幅度波動下, 而低估了固定比例債務憑證之風險。

同時若考慮價差風險與違約風險下, 利用至今包含金融風暴之信用指數市價校準後, 可得到固定比例債務憑證評價結果遠高於其所承諾之票面利息, 同時此產品違約機率等風險指標皆顯示相當高之違約與損失可能性, 代表固定比例債務憑證在考慮較為波動之市場報價校準, 同時考慮較為完整之風險面後, 呈現出相當高之風險程度, 並不如原先發行機構所承諾之高報酬低風險之產品。代表以往部分文獻除了因信用指數歷史較短而不足以顯示市場之高動盪外, 還缺少考慮多重極端風險發生之可能性, 因此可知於高動盪信用市場時期, 並不適合進行投資類似商品。

4.2 後續研究建議

由於透過本研究可發現固定比例債務憑證之高風險特性，因此如何減低此商品之風險程度便為後續可能之研究方向。

例如前述結果可知信用指數價差不斷上升時，將會使得此商品主動式部位承受大幅市值損失，因此後續研究或許可加入動態信用指數避險，減少信用指數市值變動對於固定比例債務憑證淨現值之波動，以減低於信用市場波動時期此商品可能之大幅違約情形。

此外也可研究調整信用指數曝險部位大小之最適槓桿比例定義，觀察在不同最適槓桿定義下，是否能改善整體固定比例債務憑證之績效表現。

而本研究所採用之模型並不具封閉解，同時須校準之參數稍多，因此後續研究也可進一步推導此研究模型之封閉解，或是改採其他信用指數價差模型及信用違約模型，以求更快之評價速度。



參考文獻

- [1] Azizpour, S.,K. Giesecke and G. Schwenkler,2011,Exploring the Sources of Default Clustering,Working Paper
- [2] Brigo, D.,A. Dalessandro,M. Neugebauer and F. Triki,2007, A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management,Working Paper
- [3] Brigo, D.,A. Pallavicin and R. Torresetti,2010, Calibration of CDO Tranches with the Dynamical Generalized-Poisson Loss Model,*Risk*, 70-75
- [4] Cont, R. and P. Tankov,2004,*Financial Modelling with Jump Processes*,CRC:UK
- [5] Cont, R. and P. Tankov,2009, Constant Proportion Portfolio Insurance in the Presence of Jumps in Asset Prices,*Mathematical Finance*,Vol. 19, 379-401
- [6] Cont, R. and C. Jessen,2012, CPDOs:Modeling and Risk Analysis,*Quantitative Finance*, 1-20
- [7] Cont, R., editor,2009, *Frontiers in quantitative finance : volatility and credit risk modeling*,Wiley:USA
- [8] Cousin, A.,D. Dorobantu and D. Rullière,2011, An extension of Davis and Lo's contagion model,Working Paper
- [9] Davis, M. and V. Lo,2000, Infectious defaults,*Quantitative Finance*,Vol.1,382-397.
- [10] Das, S.,D. Duffie,N. Kapadia and L. Saita,2007, Common Failings: How Corporate Defaults are Correlated, *Journal of Finance*,Vol.62,93-117
- [11] DBRS,2007, CPDOs Laid Bare: Structure, Risk and Rating Sensitivity,*Risk and Rating Sensitivity*,1-40
- [12] Duffie, D. and N. Garleanu,2001, Risk and Valuation of Collateralized Debt Obligations,*Financial Analysts Journal*,Vol.57,41-59

- [13] Duffie, D. and K. Singleton,2003, *Credit risk : pricing, measurement, and management*,Princeton Press:USA
- [14] Duffie, D.,A. Eckner,G. Horel,L. Saita,2009, Frailty Correlated Default, *Journal of Finance*,Vol.64,2089-2123
- [15] Dorn, J.,2010, Modeling of CPDOs - Identifying optimal and implied leverage,*Journal of Banking & Finance*,Vol.34,1371-1382
- [16] Figueroa-López, J.,S. Lancellety,K. Leez, andY. Mi,2011, Estimation of NIG and VG models for high frequency financial data,*Handbook of Modeling High-Frequency Data in Finance*,Wiley:USA
- [17] Lando, D.,2004, *Credit risk modeling : theory and applications*,Princeton Press:USA
- [18] Linden, A.,M. Neugebauer,S. Bund,2007, First Generation CPDO:Case Study on Performance and Ratings,Working Paper
- [19] Garcia, J.,S. Goossens and W. Schoutens,2007, Lets Jump Together Pricing of Credit Derivatives: From Index Swaptions to CPPIs,*K.U.leuven Section of Statistics Technical Report*,1-14
- [20] Glasserman, P.,2003,*Monte Carlo methods in financial engineering*,Springer:USA
- [21] Giesecke, K.,K. Spiliopoulos and R. Sowers,2011, Default Clustering in Large Portfolios:Typical Events,*The Annals of Applied Probability*, To Appear
- [22] Giesecke,K. ,K. Spiliopoullos,R. Sowers and J. Sirignano,2012, Large Portfolio Asymptotic for Loss From Default,*Mathematical Finance*, To Appear
- [23] Gordy, M. and S. Willemann,2010, Constant Proportion Debt Obligations: A Post-Mortem Analysis of Rating Models,*Management Science* ,Vol. 58 ,476-492
- [24] Joossens, W. and W. Schoutens,2008, An Overview of Portfolio Insurances: CPPI and CPDO,*JRC Scientific and Technical Reports*, 1-34
- [25] Jorion, P. and G. Zhang,2007, Good and Bad Credit Contagion: Evidence from Credit Default,*Journal of Financial Economics*,Vol. 84,860 883

- [26] Jorion, P. and G. Zhang,2009, Credit Contagion from Counterparty Risk, *The Journal of Finance*,Vol. 64,2053 – 2087,
- [27] Madan, D., P. Carr and E. Chang,1998, The Variance Gamma Process and Option Pricing,*European Finance Review*,Vol.2,79-105
- [28] Marjolin, B. and O. Toutain,2007, A description of Moody's tools for monitoring CPDO transactions,Working Paper
- [29] Moosbrucker, T.,2006, Pricing CDOs with Correlated Variance Gamma Distributions,Working Paper
- [30] O'Kane, D.,2008, *Modelling single-name and multi-name credit derivatives*,Wiley:USA
- [31] Rösch, D. and B. Winterfeldt,2007, Estimating Credit Contagion in a Standard Factor Model,*Risk*,1-19
- [32] Schoutens, W.,2003, *Levy processes in finance : pricing financial derivatives*,Wiley:USA
- [33] Schoutens, W. and J. Cariboni,2009, *Levy processes in credit risk*,Wiley:USA
- [34] Torresetti, R. and A. Pallavicini,2009, Stressing Rating Criteria Allowing for Default Clustering: the CPDO case,Working Paper
- [35] UBS,2007, A Primer on Constant Proportion Debt Obligations,Working Paper
- [36] Wong, E. and C. Chanlder,2007, Quantitative Modeling Approach To Rating Index CPDO Structures,Working Paper