

行政院金融監督管理委員會九十四年度委託研究計畫

台灣保險監理之利率模型系統

委託單位：金管會保險局

研究單位：政治大學

計畫主持人：蔡政憲

協同主持人：郭維裕、謝明華

助理研究員：林丹琪、陳育偉

黃雅文、盧婉如

目錄

摘要	1
第一章 利率模型在壽險業的用途	4
第一節 公平價值與邊際風險的重要性	4
一、文獻發展的脈絡	4
二、脈絡一的文獻	5
三、脈絡一文獻的問題	6
四、脈絡二的文獻	7
第二節 邊際風險的計算	8
第三節 本計畫的成果	13
第二章 文獻回顧	14
第一節 國外文獻	14
一、理論性論文	14
(一) 均衡模型	17
(二) 無套利模型	20
二、實證性論文	23
(一) 短期利率動態行為的模型	24
(二) 最少參數模型	27
三、保險業發展的利率相關模型	28
(一) A A A 的利率情境測試模型	28
(二) C A S 與 S O A 的利率相關模型	31
(三) Wilkie 的隨機多資產模型	35
第二節 國內文獻	38
一、短期利率動態行為的模型	38
二、最少參數模型	45
三、基礎樣條近似法	48
第三章 資料來源	53
第一節 公平價值與風險利率模型資料來源	53
第二節 資產適足性測試利率模型資料來源	54
第四章 研究方法	55
第一節 計算公平價值與風險的利率模型	56
一、計算公平價值的風險中立模型	56
(一) 公平價值的基礎概念	56
(二) 風險中立模型的選取	58
(三) Hull-White 模型的校準	59
二、計算公平價值風險的真實測度模型	62
(一) 殖利率曲線的配適	63

(二)	配適的結果	64
(三)	配適結果中參數的模型	65
(四)	整體配適結果的有效性檢驗	67
第二節	適用於資產適足性測試的利率模型	69
一、	模型的架構	70
二、	短期利率模型	71
(一)	嘗試過的模型	71
(二)	最後選取的模型	74
(三)	模型配適度檢驗	75
三、	短天期利差模型	77
(一)	模型的建立	77
(二)	模型配適度檢驗	79
四、	長年期利差模型	81
(一)	初步的模型	81
(二)	修正後的模型	84
(三)	模型配適度檢驗	84
第五章	模型介面操作說明	86
第一節	計算公平價值與風險的利率模型	86
一、	模型程式功能說明	86
二、	模型程式介面操作說明	87
(一)	計算公平價值的風險中立模型	87
(二)	計算公平價值風險的真實測度模型	90
(三)	計算公平價值風險的風險中立測度模型	94
第二節	適用資產適足性測試的利率模型	93
一、	模型程式功能說明	93
二、	模型程式介面操作說明	93
第六章	建議	95
文獻參考		98
附錄		114

Abstract

Stochastic interest rate models are essential to the pricing and reserving of life insurance and hence are vital to the solvency of a life insurer. The project established two sets of interest rate models that can be used for the life insurance industry in Taiwan. The first set of models is to be used to estimate life insurance premium, the fair value of policy reserves, and the risk of estimated fair values. The second set is to be used in the asset adequacy test. We have coded these models into application programs so that users can generate sets of paths containing the evolutions of term structures in personal computers.

The first set of models consists of two interest rate models that differ in probability measures and usage. The first model is a risk-neutral model to be used in pricing and fair-value reserving. It is a Hull-White model specified as follows.

$$\text{Hull-White Model : } dr = a\left[\frac{\theta(t)}{a} - r\right]dt + \sigma dz$$

$$\text{Our Estimation : } \hat{\sigma}^2 = \frac{S_{\Delta t}^2}{\Delta t} = 0.1681$$

$$\hat{a} = \frac{\hat{\sigma}^2}{2S_r^2} = 0.07$$

$$\theta(t) = F_t(0,t) + aF(0,t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at})$$

The second model of the first set is a real-world probability measure model to be used in estimating the risk of fair values. Its specifications are as follows.

$$\begin{bmatrix} \Delta\beta_{1,t} \\ \Delta\beta_{2,t} \\ \Delta\beta_{3,t} \\ \Delta\lambda_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.62 \times 10^{-5} \\ 2.40 \times 10^{-5} \\ 0.00031 \\ -0.00021 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.19326 \\ 0.14615 \\ 5.62133 \\ 1.31697 \end{bmatrix} \left[-0.00646 + \beta_{1,t-1} + 1.0961\beta_{2,t-1} - 0.04906\beta_{3,t-1} - 0.00198\lambda_{t-1} \right]$$

$$+ \begin{bmatrix} -0.29827 & -0.03085 & -0.00400 & -0.00090 \\ 0.28252 & 0.02975 & 0.00343 & 0.00102 \\ -0.98437 & -2.71198 & -0.06332 & 0.05665 \\ 3.74025 & 0.43656 & 0.33993 & -0.10878 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta_{1,t-1} \\ \Delta\beta_{2,t-1} \\ \Delta\beta_{3,t-1} \\ \Delta\lambda_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \\ \varepsilon_{4,t} \end{bmatrix}$$

$$\Delta\beta_{i,t} = \beta_{i,t} - \beta_{i,t-1}; \Delta\lambda_t = \lambda_t - \lambda_{t-1}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \\ \varepsilon_{4,t} \end{bmatrix} \equiv N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.61 \times 10^{-7} & -1.52 \times 10^{-7} & -2.43 \times 10^{-6} & -3.11 \times 10^{-7} \\ -1.52 \times 10^{-7} & 1.53 \times 10^{-7} & 2.15 \times 10^{-6} & 2.50 \times 10^{-7} \\ -2.43 \times 10^{-6} & 2.15 \times 10^{-6} & 6.45 \times 10^{-5} & 1.06 \times 10^{-5} \\ -3.11 \times 10^{-7} & 2.50 \times 10^{-7} & 1.06 \times 10^{-5} & 3.46 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \right)$$

The second set of models that are to be used in the asset adequacy test consists of three models: a short rate model, a model for the spreads between short to medium term rates and the short rate, and a model for the spreads between long rates and the short rates.

The short rate model is as follows.

$$r_t - r_{t-1} = \underbrace{-0.16335}_{(-2.798)} + \underbrace{0.04973}_{(3.055)} r_{t-1} - \underbrace{0.0048}_{(-3.598)} r_{t-1}^2 + \underbrace{0.15000}_{(2.711)} \frac{1}{r_{t-1}} + \varepsilon_t; \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \underbrace{-0.00042}_{(-6.297)} + \underbrace{0.89694}_{(173.210)} \sigma_{t-1}^2 + \underbrace{0.17431}_{(13.391)} \varepsilon_{t-1}^2 - \underbrace{0.14489}_{(-9.256)} \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1}^- + \underbrace{0.00035}_{(6.795)} r_{t-1},$$

The short to medium spread model is as follows.

$$r_t^{90} - r_t^{30} = \underbrace{0.992217}_{(106.987)} (r_{t-1}^{90} - r_{t-1}^{30}) + \varepsilon_t^{90}; \varepsilon_t^{90} = \underbrace{-0.282585}_{(-3.755)} \varepsilon_{t-1}^{90} + \eta_t^{90}; \eta_t^{90} \sim N(-0.003886, 0.066381^2)$$

$$r_t^{180} - r_t^{30} = \underbrace{0.990719}_{(98.581)} (r_{t-1}^{180} - r_{t-1}^{30}) + \varepsilon_t^{180}; \varepsilon_t^{180} = \underbrace{-0.276359}_{(-3.657)} \varepsilon_{t-1}^{180} + \eta_t^{180}; \eta_t^{180} \sim N(-0.00422, 0.06753^2)$$

$$r_t^{2yr} - r_t^{30} = \underbrace{0.969508}_{(54.40)} (r_{t-1}^{2yr} - r_{t-1}^{30}) + \varepsilon_t^{2yr}; \varepsilon_t^{2yr} = \underbrace{-0.195122}_{(-2.466)} \varepsilon_{t-1}^{2yr} + \eta_t^{2yr}; \eta_t^{2yr} \sim N(-0.007995, 0.100247^2)$$

The model for the differences between long rates and the short rate is:

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t^{5yr} \\ \Delta r_t^{10yr} \\ \Delta r_t^{15yr} \\ \Delta r_t^{20yr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.013242^{***} \\ 0 \end{bmatrix} CV_{t-1} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25927^* & 0 \\ 0 & 0 & 0.23483^{**} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.26730^{***} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_{t-1}^{5yr} \\ \Delta r_{t-1}^{10yr} \\ \Delta r_{t-1}^{15yr} \\ \Delta r_{t-1}^{20yr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.21177^{***} \\ 0.21619^{**} \\ 0.27967^{***} \\ 0.31974^{***} \end{bmatrix} \Delta r_{t-1}^{2yr} + \begin{bmatrix} \zeta_t^{5yr} \\ \zeta_t^{10yr} \\ \zeta_t^{15yr} \\ \zeta_t^{20yr} \end{bmatrix}$$

$$CV_{t-1} = -3.76238 + r_{t-1}^{5yr} + 15.82547^{***} r_{t-1}^{10yr} - 33.96763^{***} r_{t-1}^{15yr} + 8.54844^{***} r_{t-1}^{20yr},$$

(6.022) (2.704) (2.184) (3.488) (3.490)

$$\begin{bmatrix} \zeta_t^{5yr} \\ \zeta_t^{10yr} \\ \zeta_t^{15yr} \\ \zeta_t^{20yr} \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.00612 & 0.00508 & 0.00420 & 0.00361 \\ 0.00508 & 0.00978 & 0.00588 & 0.00475 \\ 0.00420 & 0.00588 & 0.00642 & 0.00443 \\ 0.00361 & 0.00475 & 0.00443 & 0.00838 \end{bmatrix} \right)$$

This project report is organized as follows. Chapter 1 illustrates how stochastic interest rate models can be used in the life insurance industry. Chapter 2 contains literature review. It starts with the academic papers in international journals and covers both theoretical and empirical research. We also cover three popular interest rate models developed by life insurance industries. The second section of Chapter 2 reviews academic papers and master theses that studies the interest rate markets of Taiwan and are written in Chinese. Chapter 3 talks about our data. Chapter 4 describes in detail how we establish the two sets of models. Chapter 5 explains the interface of the application programs and the input of the program by users. Our suggestions for the maintenances of the developed models and the extension of this project are in Chapter 6.

摘要

鑑於利率模型對保險公司與保險監理的重要性，這個計畫案將開發出兩套給台灣保險監理機關使用的利率模型，一是計算保費及準備金的公平價值(Fair Value)與準備金公平價值的風險，一是進行資產適足性測試 (Asset Adequacy Test)。然後將這些模型電腦系統化，使保險監理機關可以很容易地產生多組利率情境與利率期間結構。

在計算準備金的公平價值的利率模型部分，我們估算出下列兩個模型：

【計算公平價值的風險中立模型】

Hull-White 模型：
$$dr = a\left[\frac{\theta(t)}{a} - r\right]dt + \sigma dz$$

我們估計：
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S_{\Delta r}^2}{\Delta t} = 0.1681$$

$$\hat{a} = \frac{\hat{\sigma}^2}{2S_r^2} = 0.07$$

$$\theta(t) = F_t(0,t) + aF(0,t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at})$$

【估算公平價值風險的真實測度模型】

$$\begin{bmatrix} \Delta\beta_{1,t} \\ \Delta\beta_{2,t} \\ \Delta\beta_{3,t} \\ \Delta\lambda_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.62 \times 10^{-5} \\ 2.40 \times 10^{-5} \\ 0.00031 \\ -0.00021 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.19326 \\ 0.14615 \\ 5.62133 \\ 1.31697 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.00646 + \beta_{1,t-1} + 1.0961\beta_{2,t-1} - 0.04906\beta_{3,t-1} - 0.00198\lambda_{t-1} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -0.29827 & -0.03085 & -0.00400 & -0.00090 \\ 0.28252 & 0.02975 & 0.00343 & 0.00102 \\ -0.98437 & -2.71198 & -0.06332 & 0.05665 \\ 3.74025 & 0.43656 & 0.33993 & -0.10878 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta_{1,t-1} \\ \Delta\beta_{2,t-1} \\ \Delta\beta_{3,t-1} \\ \Delta\lambda_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \\ \varepsilon_{4,t} \end{bmatrix}$$

$$\Delta\beta_{i,t} = \beta_{i,t} - \beta_{i,t-1}; \Delta\lambda_t = \lambda_t - \lambda_{t-1}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \\ \varepsilon_{4,t} \end{bmatrix} \equiv N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.61 \times 10^{-7} & -1.52 \times 10^{-7} & -2.43 \times 10^{-6} & -3.11 \times 10^{-7} \\ -1.52 \times 10^{-7} & 1.53 \times 10^{-7} & 2.15 \times 10^{-6} & 2.50 \times 10^{-7} \\ -2.43 \times 10^{-6} & 2.15 \times 10^{-6} & 6.45 \times 10^{-5} & 1.06 \times 10^{-5} \\ -3.11 \times 10^{-7} & 2.50 \times 10^{-7} & 1.06 \times 10^{-5} & 3.46 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \right)$$

在計算資產適足性測試的利率模型部分，我們估算出下列三個模型：

【三十天期商業本票利率的動態模型】

$$r_t - r_{t-1} = -0.16335^{***} + 0.04973^{***} r_{t-1} - 0.0048^{***} r_{t-1}^2 + 0.15000^{***} \frac{1}{r_{t-1}} + \varepsilon_t; \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = -0.00042^{***} + 0.89694^{***} \sigma_{t-1}^2 + 0.17431^{***} \varepsilon_{t-1}^2 - 0.14489^{***} \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1}^- + 0.00035^{***} r_{t-1},$$

【短天期利差的動態模型】

$$r_t^{90} - r_t^{30} = 0.992217^{***} (r_{t-1}^{90} - r_{t-1}^{30}) + \varepsilon_t^{90}; \quad \varepsilon_t^{90} = -0.282585^* \varepsilon_{t-1}^{90} + \eta_t^{90}; \quad \eta_t^{90} \sim N(-0.003886, 0.066381^2)$$

$$r_t^{180} - r_t^{30} = 0.990719^{***} (r_{t-1}^{180} - r_{t-1}^{30}) + \varepsilon_t^{180}; \quad \varepsilon_t^{180} = -0.276359^* \varepsilon_{t-1}^{180} + \eta_t^{180}; \quad \eta_t^{180} \sim N(-0.00422, 0.06753^2)$$

$$r_t^{2yr} - r_t^{30} = 0.969508^{***} (r_{t-1}^{2yr} - r_{t-1}^{30}) + \varepsilon_t^{2yr}; \quad \varepsilon_t^{2yr} = -0.195122^* \varepsilon_{t-1}^{2yr} + \eta_t^{2yr}; \quad \eta_t^{2yr} \sim N(-0.007995, 0.100247^2)$$

【長年期利差的動態模型】

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t^{5yr} \\ \Delta r_t^{10yr} \\ \Delta r_t^{15yr} \\ \Delta r_t^{20yr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.013242^{***} \\ 0 \end{bmatrix} CV_{t-1} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25927^* & 0 \\ 0 & 0 & 0.23483^{**} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.26730^{***} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_{t-1}^{5yr} \\ \Delta r_{t-1}^{10yr} \\ \Delta r_{t-1}^{15yr} \\ \Delta r_{t-1}^{20yr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.21177^{***} \\ 0.21619^{**} \\ 0.27967^{***} \\ 0.31974^{***} \end{bmatrix} \Delta r_{t-1}^{2yr} + \begin{bmatrix} \zeta_t^{5yr} \\ \zeta_t^{10yr} \\ \zeta_t^{15yr} \\ \zeta_t^{20yr} \end{bmatrix}$$

$$CV_{t-1} = -3.76238 + r_{t-1}^{5yr} + 15.82547^{***} r_{t-1}^{10yr} - 33.96763^{***} r_{t-1}^{15yr} + 8.54844^{***} r_{t-1}^{20yr},$$

$$\begin{bmatrix} \zeta_t^{5yr} \\ \zeta_t^{10yr} \\ \zeta_t^{15yr} \\ \zeta_t^{20yr} \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.00612 & 0.00508 & 0.00420 & 0.00361 \\ 0.00508 & 0.00978 & 0.00588 & 0.00475 \\ 0.00420 & 0.00588 & 0.00642 & 0.00443 \\ 0.00361 & 0.00475 & 0.00443 & 0.00838 \end{bmatrix} \right)$$

本專案第一章說明利率模型在壽險業的用途，主要是計算準備金的金額，與進行資產適足性測試 (Asset Adequacy Test)，並簡述我們針對不同用途的利率模型的估計方法。第二章文獻回顧分為國外文獻及國內文獻兩節。第一節國外文獻的部份分為財務工程的理論性論文、實證性論文及保險業發展的利率相關模型三部分。第二節國內文獻的部份都屬於財務工程的實證性論文，分為短期利率動態行為的模型、最少參數 (Parsimonious) 模型及基礎樣條近似法三部分。第三章資料來源說明本研究的兩個模型各別使用的利率資料來源。第四章研究方法分為計算公平價值與風險的利率模型與適用於資產適足性測試的利率模型兩節。第一節分為計算公平價值的風險中立模型與計算公平價值風險的真實測度模型兩部分。第二節分為模型的架構、三十天期商業本票利率的動態模型、短天期利差的動態模型和長年期利差的動態模型四部分。分別說明各個模型選取的原因、估計過程與配適度檢驗。第五章模型介面操作說明如何輸入藉由我們所估計出來的兩個模型及使用者輸入欲模擬的天數、欲模擬的情境次數來動態產生未來的利率曲線。第六章針對本研究提出後續建議。

第一章 利率模型在壽險業的用途

壽險業主要在兩個方面需要用到利率模型。第一個方面是現金流量測試 (Cash Flow Testing)。第二個方面是計算保單的公平價值(Fair Value)以及公平價值的邊際風險(Risk Margin)。鑑於過去幾年中，台灣的壽險業界已經對現金流量測試有了相當的認識，以下僅針對公平價值及其風險的計算做介紹。

第一節 公平價值與邊際風險的重要性

人壽保險保單公平價值及其風險的衡量，是影響保險公司財務健全的重要事項之一。在設計保單的時候，精算師應依公平價值訂定保費。保單賣出去之後，精算師、會計師、與監理機關應依公平價值及其風險提列準備金。提列了準備金後，就可以再算出業主權益以及利潤。依公平價值的方法所算出來的保費與準備金，比起傳統的精算數學所算出的保費與準備金，更能反映出資本市場的現況以及資本市場對未來的預期。所推算出的業主權益與利潤，也因而更具有經濟意涵。此外，根據公平價值的方法，監理機關要求的準備金 (Statutory Reserve) 以及給投資人看的財報上的準備金，只需要在邊際風險的選擇上有所差異即可，方便又有一致性。簡而言之，公平價值及其風險的衡量，攸關保險公司股東與保戶的權益。與保險公司相關的人員、機構、及監理機關，都得相當注意。

一、文獻發展的脈絡

長久以來，精算數學的中心議題之一，就是計算人壽保險保單的價值與風險。Bowers et al. (1986; 1997)這本經典的精算教科書，就花了多章的篇幅，告訴精算人員如何計算保單的價值與風險。文獻的發展大概可以分為兩個脈絡。個人將第一個脈絡稱為傳統的精算數學方法，這個脈絡的發展又可以分為四個階段。傳統精算數學的基本觀念，認為從保險公司的角度來看，保單的價值取決於未來淨現金流出（= 現金流出 - 現金流入）的現值。由於現金流量取決於死亡率、解約率、與費用率等，而折現時需要用到折現率，因此當這些率不確定時，保單的價值也就跟著無法確知。更明確地說，在未來是不確定的前提下，保單的價值將有一個機率分佈。精算學者們的目標，就是求出這個機率分佈，或至少求出這個分佈的期望值與標準差。

二、脈絡一的文獻

在第一個階段中，精算學者專注於研究死亡率對保單價值與風險的影響。在死亡率不確定的前提下，學者們推導出各類保單價值的期望值與標準差。這些結果大多有公式解（Closed-Form Solution）。Bowers et al. (1986; 1997)中就列舉了一些基本保單價值的期望值與標準差的公式解。

第二個階段始於 1980 年代。當時的利率波動頻繁，波動幅度又大，因此精算學者們無法像以前一樣，繼續假設未來的利率是不會變的。學者們開始研究在各種利率模型下，保單價值前幾階動差（the first several moments）的公式解或近

似解。這一階段的代表性文獻包含：Panjer and Bellhouse (1980), Bellhouse and Panjer (1981), Giaccotto (1986), Beekman and Fuelling (1990, 1991, 1993), 以及 De Schepper and Goovaerts (1992)等。

到了 1990 年代，學者們開始探索一群保單 (a pool of policies) 之價值的前幾階動差。雖然一群保單的期望值等於一張保單的期望值乘以保單的數目，可是一群保單的風險和個別保單的風險並不存在簡單的關係。當各張保單的風險是彼此獨立的時候，學者們還可以運用大數法則和中央極限定理，從單張保單的風險推導出一群保單的風險的性質。可是當各張保單都受到利率的影響時，慣用的統計定理就再也無法適用了，尤其當各保單受利率影響的程度不同時，問題變得更困難。這個困難問題的答案，是由 Parker (1994a, 1994b, 1994c, 1996, 1997)開始有突破性的發展，之後還有 Marceau and Gaillardetz (1999)等文章出現。

跨入 21 世紀後的第四個階段，則是開始研究和利率相關的解約率會如何影響一群保單的價值與風險。如果解約率和利率無關，而且像死亡一樣各保單間彼此無關，那麼答案很單純，在 Bowers et al. (1986; 1997)中就有提供解答。可是當解約率會受到利率影響的時候，保單的現金流量變成是利率的函數，得到公式解的機率就非常渺茫。Tsai, Kuo, and Chen (2002)率先用實際的資料估計出解約率和利率的實證模型，進而模擬出保單價值的機率分佈。

三、脈絡—文獻的問題

上述這些傳統的精算方法，在折現的時候都是用無風險利率。可是既然保單的現金流量是不確定的，而且很可能因為解約與分紅的關係變成是利率的函數，就應該以和現金流量風險相對應的折現率來折現。問題是，要如何決定適當的折現率是個很困難的問題。更麻煩的是，現金流量的風險很可能是隨著經濟市場的狀況（State）而改變，因此風險溢酬也變成是隨機的。這個困難幾乎使問題的求解變成不可能。

所幸保險學界面臨的這個困難，三十多年前的財務學界也面臨過。當時的財務學者一直無法找到一個滿意的辦法，來計算股票選擇權的價值，就是因為股票選擇權的風險，會隨著股票價格的變化而變化。用傳統 NPV (Net Present Value) 的方法，就會遭遇到風險溢酬與折現率是隨機的難題。Black and Scholes (1973) 另闢蹊徑，找到如何用股票與公債組成投資組合，使這個組合在所有的狀態下都和選擇權有一樣的價值，進而主張在無套利機會的前提下，選擇權的價值會等於這個股票與公債的投資組合，就此推導出選擇權價值的公式解。這個無套利機會的新想法，也開啟了財務工程這個領域的發展。

四、脈絡二的文獻

保險學者在 1990 年代開始運用財務工程的技術來計算保單的公平價值。這個方法和傳統方法最大的不同，就是需要先將機率測度（Probability Measure）轉換為風險中立（Risk Neutral）測度，然後在這個測度下就可以用無風險利率當

作折現率。而在這個測度下所求出的期望值，就是這張保單的公平價值。另一點值得注意的是，在風險中立的測度下，只有期望值有經濟意涵，不能用在這個測度下的機率分佈來估計保單價值的風險。

Albizzati and Geman (1994)算是這一脈文獻的濫觴，計算有解約選擇權的壽險保單的公平價值。之後的保險學者，開始在各種不同的利率或資產模型下，以各種不同的數量方法，計算各類有給付保證、分紅、and/or 解約權的保單的公平價值。代表性文獻包含：Bacinello (2001; 2003a; 2003b), Ballotta (2005), Ballotta, Haberman, and Wang (2006), Bernarda, Courtoisb, and Quittard-Pinon (2005), Briys and Varenne (1994; 1997), Grosen and Jorgensen (1997; 2000; 2002), Jensen, Grosen, and Jorgensen (2001), Miltersen and Persson (1999; 2003), Persson and Aase (1997), Siu (2005), 以及 Tanskanen and Llukkarinen (2003) 等等。

第二節 邊際風險的計算

由於公平價值的計算，是根據於資本市場的現況以及隱含在市場現況（例如市場價格等）中對未來的預期所算出來的，一旦市場狀況有變化，公平價值也會跟著有所不同。因此，有必要估計公平價值的市場風險。要估計這樣的風險，自然需要一個預測市場變化的模型。更明確地說，我們需要一個實際測度（Real-World Measure）的模型，模擬未來市場狀態的變化。然後在每一個狀態下，重新計算公平價值。這樣的作法可以得出未來某個時點公平價值的機率分

佈，進而得出保單公平價值的風險（例如風險值等）。這樣的方法其實就是計算股票選擇權風險的方法。

綜合上面的敘述，當利率是唯一的風險因子（或狀態變數(State Variable)）時，保費及準備金公平價值與風險的計算步驟如下。（一）以風險中立模型計算保費以及準備金的公平價值，（二）以實際測度模型模擬未來利率期間結構(Term Structure)的變化，（三）然後在每一個情境下，以步驟一的方式計算準備金的公平價值，進而估計出風險。

以下以美國精算基金會（The Actuarial Foundation）出版的財務經濟學（Financial economics：with applications to investments, insurance, and pensions）中第七章第 11 節的四年期躉繳型年金險（4-year Single-Premium Deferred Annuities;以下簡稱 SPDA）為例說明應該如何計算公平價值與風險。該保單的最低保障利率為 7.5%，在保單期間內被保險人死亡可以拿回當時累積的保單現金價值，在此死亡視同解約，需支付解約費用率，第一年的解約費用率為 10%，第二年的解約費用率為 6%，第三年的解約費用率為 3%，第四年的解約費用率為 0%，若四年後被保險人仍生存，可以一次拿回累積到期末的到期金，假設期初利率為 8%，進一步的說明如下：

表 1.1：步驟一之一

Path	Short-Term Rate			
	Year 0	Year 1	Year 2	Year 3
1	8%	7%(7.5%)	6%(7.5%)	5%(7.5%)
2	8%	7%(7.5%)	6%(7.5%)	7%(7.5%)
3	8%	7%(7.5%)	8%	7%(7.5%)
4	8%	7%(7.5%)	8%	9%
5	8%	9%	8%	7%(7.5%)
6	8%	9%	8%	9%
7	8%	9%	10%	9%
8	8%	9%	10%	11%

目前 $t=0$ 的利率是 8%，在 $t=1$ 時，利率可能上升為 9% 或是下降為 7%，利率在每下一個時點都有可能上升或下降 1%，依此類推出該保單未來每期的利率，但因為該保單有最低保障利率 7.5%，因此無論利率下降到多低，最低利率鎖定為 7.5%

表 1.2：步驟一之二

Path	Cash Value				
	Year 0	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4
1	10000	10800	11610	12481	13417
2	10000	10800	11610	12481	13417
3	10000	10800	11610	12539	13479
4	10000	10800	11610	12539	13667
5	10000	10800	11772	12714	13667
6	10000	10800	11772	12714	13858
7	10000	10800	11772	12949	14115
8	10000	10800	11772	12949	14374

依據表 1.1. 的未來利率走勢，找出未來每個時點可能累積的保單現金價值，以 $t=2$ 的第一種可能性為例，此時的保單現金價值 = $10,000 \times 1.08 \times 1.075 = 11,610$

表 1.3：步驟一之三

Path	Survival Probabilities				
	Year 0	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4
1	1.0000	0.9715	0.9433	0.9156	0.8885
2	1.0000	0.9715	0.9433	0.9156	0.8883
3	1.0000	0.9715	0.9433	0.9154	0.8881
4	1.0000	0.9715	0.9433	0.9154	0.8878
5	1.0000	0.9715	0.9431	0.9152	0.8879
6	1.0000	0.9715	0.9431	0.9152	0.8876
7	1.0000	0.9715	0.9431	0.9150	0.8874
8	1.0000	0.9715	0.9431	0.9150	0.8872

找出在不同時點下未來被保險人可能的存活率，以 t=1 的第一種可能為例，

第一年的生存率是 0.9715，表示在第一年當中該保單的死亡率=1-0.9715=0.0285

表 1.4：步驟一之四

Path	Expected Cash Flows With Surrender Charge				
	Year 0	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4
1	0.00	277.02	307.76	335.35	11920.83
2	0.00	277.02	307.76	335.35	11918.15
3	0.00	277.02	307.76	339.34	11970.89
4	0.00	277.02	307.76	339.34	12133.82
5	0.00	277.02	314.27	344.07	12135.19
6	0.00	277.02	314.27	344.07	12300.36
7	0.00	277.02	314.27	352.96	12525.32
8	0.00	277.02	314.27	352.96	12752.27

求出未來每個時點的預期現金流量，以 time=2 的第一個可能為例，計算壽險公司未來預期死亡給付= $(0.9715-0.9433) \times 11,610 \times (1-0.6\%) = 307.76$ ，當 t=4，第一個可能的生存者到期金= $0.8885 \times 13417 = 11920.83$ ，用無套利模型計算出來的利率期間結構將各時點的所有可能支出折現到 t=0，即得保單的公平價值，並且可以利用準備金的定義求出準備金的公平價值

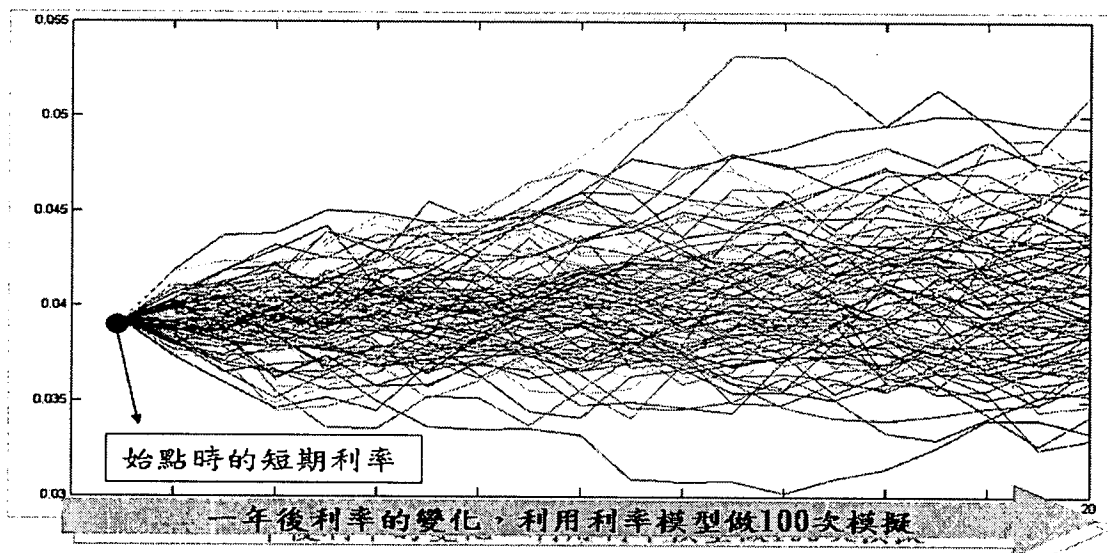


圖 1.1：步驟二

以均衡模型模擬未來一年後利率期間結構的變化，例如模擬 100 次未來一年後的利率。圖 1.1 要呈現的是一個 3D 的概念，在每個時點的利率背後其實都隱含一條殖利率曲線

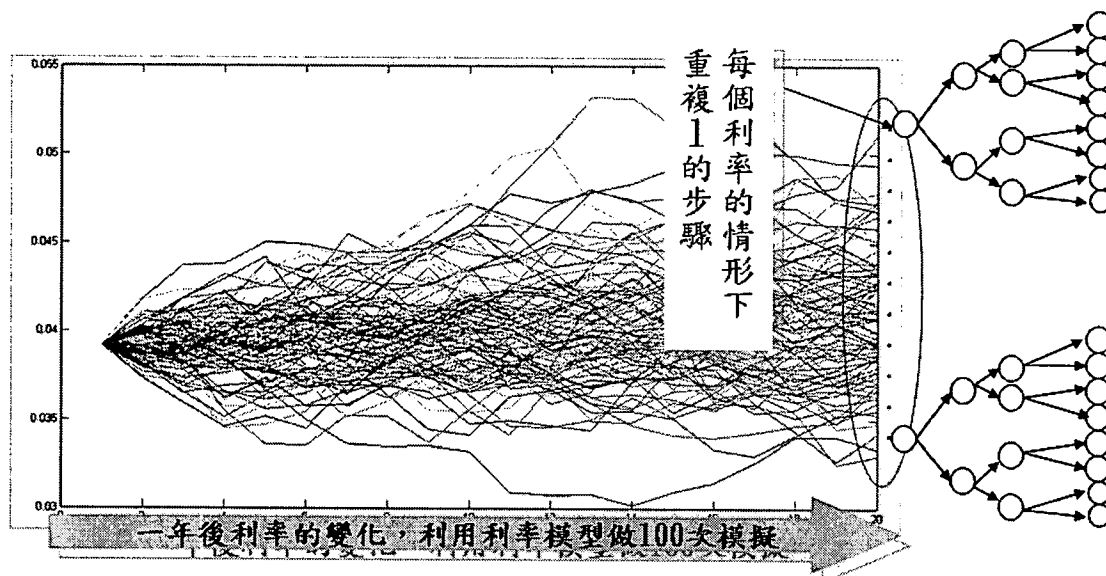


圖 1.1：步驟三

在每一個 state 下，重複步驟一的方式計算 $t=1$ 時的預期現金流量，並且得到準備金公平價值的分配，利用該分配，我們可以用涉險值 (Value at Risk) 的概念判斷我們原先提列的準備金是否不足

第三節 本計畫的成果

由以上說明可知保險業需要兩套利率模型，一是用以計算保費及準備金的公平價值與準備金公平價值的風險，一是用以進行資產適足性測試。因此本專案會產生兩套利率模型系統，分別適用於保險業的不同用途，並且將系統電腦化便於大眾使用。其中第一套模型裡，包含了計算公平價值所需的風險中立利率模型，以及計算風險時需要用到的實際測度模型。第二套模型裡，包含了三個實際測度的模型：短期利率的模型、短天期利差的模型、以及長年期利差的模型。這三個模型必須要一起使用，才能產生未來的利率期間結構，來測試資產的適足性。

第二章 文獻回顧

本研究回顧了許多國內、外學者及學會機構所研究之利率模型，以下區分為國外文獻及國內文獻兩節簡介。第一節國外文獻的部份分為財務工程的理論性論文、實證性論文及保險業發展的利率相關模型三部分；第二節國內文獻的部份都屬於財務工程的實證性論文，分為短期利率動態行為的模型、最少參數 (Parsimonious) 模型及基礎樣條近似法三部分。

第一節 國外文獻

本節將介紹財務工程的理論性論文及實證性論文兩部分，分述如下：

一、理論性論文

財工領域的利率模型以利率金融商品的定價為主要用途。依金融商品的評價難易度，利率模型的複雜程度亦有不同。財工領域的利率模型約略可分為3類。

第一類利率模型為標準市場模型 (Standard Market Model) (Hull, 2006)。對於較易於評價的商品，如利率上界選擇權 (Caps)、歐式債券選擇權 (Bond Options)、歐式交換選擇權 (Swap Options)等，利率模型只需針對商品相關因子 (如：到期日的債券價格，交換利率(Swap Rate)等)的機率分配建模。在無套利機會的假設之下，利用測度轉換技術與風險中立評價定理 (Harrison and Kreps 1979; Harrison and Pliska 1981)，即可導出公式解。標準市場模型雖然可以評價多

種利率商品，但因無法完整描述利率期間結構 (Term Structure of Interest Rate) 的動態過程，故無法產生利率期間結構的隨機情境。本類模型可用於較簡單型的保險合約的評價，但因為無法產生利率期間結構的隨機情境，故不適用於Risk Margin 的決定。

第二類利率模型為短期利率 (short rate) 模型，較為知名的包括Vasicek模型 (Vasicek 1977)、CIR模型 (Cox, Ingersol, and Rubinstein 1985)、Ho-Lee模型 (Ho and Lee 1986)、Hull-White模型 (Hull and White 1990)、Black-Karasinski模型等。

短期利率模型具有底下的特性，因此較適合於本專案的用途。在本節中，我們將對此類模型做簡介。

1. 短期利率模型可以完整描述利率期間結構的動態過程，因此利率期間結構的動態過程可由短期利率的動態來決定。亦即，我們可藉由短期利率的隨機情境來快速產生利率期間結構的隨機情境。
2. 此類模型的參數可由利率商品的價格校準 (Calibration) 得出，或由利率的歷史資料，利用統計方法來估計。
3. 此類模型對利率的基本商品(如：零息債券、零息債券選擇權等)

第三類利率模型為遠期利率 (Forward Rate) 模型，較為知名的有Heath, Jarrow, and Morton (1992, HJM)模型與Brace, Gatarek and Musiela (1997, BGM)的LIBOR 市場模型 (LIBOR Market Model)。

遠期利率模型亦可完整描述利率期間結構的動態，而且能提供較有彈性的利

率波動性結構 (Volatility Structure)。但此類利率模型利率期間結構之隨機境的產生以及各種商品的評價均較為耗時，因此較不適用於本專案。

以下針對短期利率模型做詳細的介紹。財工領域的短期利率模型皆定義在風險中立測度下。

假設在時間 T ，利率金融商品 f 的收益 (Pay-Off) 為 f_T 。由風險中立評價定理可知 f 在時間 t 的無套利價格為 $\hat{E}[e^{-\bar{r}(T-t)} f_T]$ ，其中 \bar{r} 為在時間點 t 到 T 中 r 的平均數， \hat{E} 為在風險中立測度下的期望值。

定義 $P(t, T)$ 為零息債券在時間 t 的價格，

$$P(t, T) = \hat{E}[e^{-\bar{r}(T-t)}] \quad (1)$$

定義 $R(t, T)$ 為時間 t 到 T 的連續複利率，則 $P(t, T) = e^{-R(t, T)(T-t)}$ ，移項整理可得

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln P(t, T) \quad (2)$$

因此，

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln \hat{E}[e^{-\bar{r}(T-t)}] \quad (3)$$

此式表示在任何時間點 t ，利率期間結構可由該時間點 r 的風險中立過程推得。這代表如果我們可以完整定義 r 的隨機過程，那麼我們便可完整定義利率期間結構與其之後的變動。短期利率模型主要分為兩大主流：均衡模型 (Equilibrium Model) 與無套利模型 (No-Arbitrage Model)；前者有 Vasicek (1997)、Rendleman and Barter (1980)、Cox-Ingersoll-Ross (1985)，後者有 Ho and Lee (1986)、

Black-Derman-Toy(BDT) (1990)、Hull and White (1990)、Black-Karasinski (1991)，以及Heath-Jarrow-Merton(HJM) (1992)。

(一) 均衡模型 (Equilibrium Models)

均衡利率模型通常包含經濟變數與短期利率的隨機過程，並藉此探索短期利率的隨機過程中所隱含的債券價格與選擇權價格。

在單因子均衡模型中，短期利率的隨機過程只包含一個不確定性的來源。短期利率在風險中立測度下，其一般式可由伊藤過程表示如下：

$$dr = m(r)dt + s(r)dz \quad (4)$$

其漂項 $m(r)$ 與標準差項 $s(r)$ 假設為 r 的函數，但與時間 t 無關。單因子均衡模型意含在極短的時間下所有的利率均會往同方向移動，但移動量並不相同。因此利率期間結構會隨著時間改變。

1、Vasicek 模型

Vasicek (1977)模型是一種均數迴歸 (Mean Reversion) 的單因子模型。在 Vasicek 模型之下，短期利率 r 的隨機過程為：

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dz \quad (5)$$

a :利率的均數迴歸參數，若 a 值越大，代表利率迴歸長期均數 b 的速度越快，亦稱利率反轉速度或反轉力道

b : 利率 r 的長期水準

σ : 利率變動的瞬間標準差

在 Vasicek 模型下，零息債券的價格為：

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)} \quad (6)$$

在此公式裡，

$$B(t, T) = \frac{1}{a}(1 - e^{-a(T-t)}) \quad (7)$$

$$A(t, T) = \exp\left[\frac{(B(t, T) - T + t)(a^2 b - \frac{\sigma^2}{2})}{a^2} - \frac{\sigma^2 B(t, T)^2}{4a}\right] \quad (8)$$

當 $a = 0$ 時，

$$B(t, T) = T - t, A(t, T) = \exp\left[\frac{\sigma^2 (T - t)^3}{6}\right] \quad (9)$$

由零息債券的價格可推得

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln A(t, T) + \frac{1}{T-t} B(t, T)r(t) \quad (10)$$

代表只要 a 、 b 、 σ 的參數決定了，則整條利率期間結構可以 $r(t)$ 的線性函數表

示。此模型可建構出利率期間結構曲線各種型態，如向上、向下趨勢或駝峰狀。

由於 r 為常態分配，所以利率可能為負。

2、CIR 模型

CIR 模型認為未來的事件、風險偏好、消費偏好、投資策略的選擇等等都會

影響未來的利率走勢。他們採用一般均衡理論的資產評價模型推導出內生的利率

期間結構與決定零息債券的價格，以及利用所推導的偏微分方程式來求解條件求償證券 (Contingent Claim) 的價格。Vasicek 模型的短期利率服從常態分配，可能造成利率呈現負值。CIR 將短期利率隨機過程之隨機項係數，設定成與短期利率平方根成正比，亦即

$$dr = a(b-r)dt + \sigma\sqrt{r}dz \quad (11)$$

此設定除了解決 Vasicek 模型中短期利率可能為負值的問題，另外也增加了當利率上升時，利率的波動度會隨著比例增加的經濟含意。

CIR 模型優點在於在他們的經濟模型下同時考量實質商品及金融市場。因此，生產因素及生產技術的隨機變動都會影響未來的利率走勢。缺點為不能準確描述利率期間結構。

在 CIR 模型下，零息債券的評價公式為：

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-B(t,T)r} \quad (12)$$

在此公式裡

$$B(t,T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\gamma + a)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \quad (13)$$

$$A(t,T) = \left[\frac{2\gamma e^{\frac{(a+\gamma)(T-t)}{2}}}{(\gamma + a)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right]^{\frac{2ab}{\sigma^2}} \quad (14)$$

其中 $\gamma = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}$ ，此模型可建構出利率期間結構曲線各種型態，如向上、向下趨勢或駝峰狀，此點與 Vasicek 模型一樣。 $R(t,T)$ 可以 $r(t)$ 的線性函數表示，這表示在時間 t 的利率期間結構可以由 $r(t)$ 來決定。

3、雙因子模型

由於單因子模型假設債券價格僅受單一因子(短期利率)影響，而債券收益通常可以表示為此單因子的線性組合，導致不同到期日之債券價格變化在某一時點為完全相關。因此，由單因子模型所估計出來的利率期間結構可能存在著相當的偏誤。所以有一些學者研究雙因子均衡模型的特性。例如 Brennan and Schwartz (1979)認為期初的長期利率隱含了對未來短期利率的預期，因此模型中的變數為短期利率 r 與長期利率 l ，其中 l 假設為在市場上交易之永續債券的殖利率。該模型具有利率不為負以及短期利率朝向長期利率回復的特性。

另一個例子是 Longstaff and Schwartz (1992)認為利率敏感證券的價值同時反應期初利率與波動性的水準。他們承襲 CIR 一般均衡模型的架構，將原本無法觀察到的變數(產出報酬與產出的變異)轉換成可觀察到的因子，亦即短期利率與短期利率的波動；此外，此兩個因子的隨機過程以及風險價格皆為內生決定。藉由該二因子模型，Longstaff and Schwartz (1992)推導出零息債券以及零息債券選擇權的價值。

(二)、無套利模型 (No-Arbitrage Models)

均衡模型的缺點在於其推導出來的利率期間結構未必與市場利率期間結構一致。而無套利模型是為了與目前市場的利率期間結構一致所設計出來的。均衡利率模型與無套利利率模型最大的差別為今日的利率期間結構為均衡模型的產

出 (Output)，然而在無套利模型下卻是輸入 (Input)。

均衡利率模型的漂浮項通常不是時間 t 的函數，而無套利模型的漂浮項通常是時間 t 的函數。因為在無套利利率模型中，期初利率期間結構的曲線控制了短期利率在未來的平均路徑。如果利率期間結構的曲線是向上趨勢，那麼短期利率就會有正的漂浮項；反之，如果利率期間結構的曲線是向下趨勢，則短期利率便會有負漂浮項。

1、Ho-Lee 模型

Ho and Lee (1986) 首先提出利率期間結構的無套利利率模型，他們使用短期利率的標準差、短期利率風險的市場價格為輸入變數，以二元樹推導出利率期間結構的動態變化。其連續時間模型為：

$$dr = \theta(t)dt + \sigma dz \quad (15)$$

σ : 短期利率的標準差，為常數

$\theta(t)$: 確保模型能與期初利率期間結構一致的時間函數。變數 $\theta(t)$ 定義為在時間點 t 時， r 移動的平均趨向，與 r 無關。 $\theta(t)$ 與利率期間結構關係如下：

$$\theta(t) = F_t(0, t) + \sigma^2 t \quad (16)$$

其中 $F(0, t)$ 為在時間 t 到期的遠期利率。這表示短期利率在未來的平均移動方向會近似於瞬時遠期利率曲線的圖形。Ho-Lee 模型對利率期間結構有較令人滿意的描述，但因無利率均反轉項，利率較易變成負值。

在 Ho-Lee 模型下，零息債券價格在時間點 t 的評價公式為：

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-r(t)(T-t)} \quad (17)$$

在此公式裡

$$\ln A(t, T) = \ln \frac{P(0, T)}{P(0, t)} + (T-t)F(0, t) - \frac{1}{2}\sigma^2 t(T-t)^2, \quad T \geq t \quad (18)$$

此公式定義在未來時間 t 零息債券的價格可由目前債券的價格與在時間 t 時之短期利率來求得。

2、Hull-White 模型

Hull and White (1990) 提出一種較概化的利率模型，該模型不但能準確描述現行的利率期間結構與波動度期間結構，其模型價格也能與利率衍生性商品的市場價格一致。他們提出一種 Vasicek 的延伸模型：

$$dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma dz \quad (19)$$

或

$$dr = a\left[\frac{\theta(t)}{a} - r\right]dt + \sigma dz \quad (20)$$

dr : 利率的瞬間變動， r 代表瞬間利率，或稱短期利率

a : 利率反轉速度

σ : 利率變動的瞬間標準差

$\theta(t)$: 確保模型能與期初利率期間結構一致的時間函數

且 $\frac{\theta(t)}{a}$ 代表隨時間變動的利率長期水平

其中 $\theta(t)$ 可從期初利率期間結構計算出來，如下：

$$\theta(t) = F_t(0, t) + aF(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at}) \quad (21)$$

因為此公式的最後一項極小，可忽略他不計。此公式隱含 r 隨機過程在時間 t 的飄浮項為 $F_t(0, t) + a[F(0, t) - r]$ ，代表平均而言， r 服從期初短期遠期利率的曲線，他以 a 的速度往該條利率曲線移動。

在 Hull-White 模型下，債券價格的評價公式為：

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)} \quad (22)$$

在此公式裡

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} \quad (23)$$

$$\ln A(t, T) = \ln \frac{P(0, T)}{P(0, t)} + B(t, T)F(0, t) - \frac{1}{4a^3}\sigma^2(e^{-aT} - e^{-at})^2(e^{2at} - 1) \quad (24)$$

此公式定義在未來時間 t 零息債券的價格可由目前債券的價格與在時間 t 時之短期利率來求得。

二、實證性論文

如前所述，均衡利率模型和無套利利率模型的研究重心略有不同。前者注重於透過適當的單因子或多因子擴散過程 (Diffusion Process) 描述短期利率的時間序列動態行為，然後再根據不同期限利率間的均衡關係推導出在不同時點的整條殖利率曲線。然而後者的重點則擺在準確得校準出每個時點上的利率期間結構，而忽略了利率期間結構的時間序列動態行為。這個差異也反映在這兩類模型

的實證研究上。

在均衡利率模型的實證研究中，通常假設短期利率為一單因子擴散過程：

$$dr_t = \mu(r_t, \theta)dt + \sigma(r_t, \theta)dW_t \quad (25)$$

其中 $\mu(r_t, \theta)$ 和 $\sigma(r_t, \theta)$ 分別是游移與擴散函數， dW_t 則是標準布朗寧運動。(25)

式是一般化的擴散過程，它包含了許多利率理論模型。例如，在 Vasicek 模型中

$\mu(r_t, \theta) = a(b - r_t)$ 和 $\sigma(r_t, \theta) = \sigma$ ，而在 CIR 模型中 $\mu(r_t, \theta) = a(b - r_t)$ 和

$\sigma(r_t, \theta) = \sigma\sqrt{r_t}$ 。換言之，Vasicek 模型假設短期利率擴散過程的游移項具有均數

迴歸的特性，而擴散項則一個固定的常數；雖然 CIR 模型假設相同的游移項，

但其擴散項卻是和當時的利率水準有關。由此可見，常見的利率理論模型之間的

差異主要在於假設不同的游移與擴散函數，而相關實證文獻的研究焦點也就在於

決定何種假設比較能解釋短期利率的動態行為。

(一) 短期利率動態行為的模型

1、Chan, Karolyi, Longstaff, and Sanders(以下簡稱 CKLS) (1992)利用 GMM 方法估計許多個理論模型的參數，並比較這些模型對短期利率歷史資料的解釋能力。他們的作法事先將下列的連續時間模型離散化後再進行參數的估計。

$$dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t \quad (26)$$

值得注意的是，(26)式總共包含了八種理論模型，其中有 Merton (1973)，Vasicek

(1977)，Cox, Ingersoll, and Ross (1985)，Brennan and Schwartz (1977)，以及 Dothan

(1978)等模型。他們的實證結果顯示： γ 值為 1.5 左右的模型最能解釋一個月期

美國國庫券殖利率的動態行為；換言之，考慮短率波動度對短率水準之敏感度的理論模型較能描述短率的時間序列動態行為。

2、Bali (1999)在 Black, Derman, and Toy (以下簡稱 BDT) (1990)利率模型的基礎下，進一步延伸 CKLS 的研究。他將 (25) 一般化為下面的 (27) 式：

$$dr_t = r_t \left(\alpha_{1,t} + \alpha_{2,t} \ln r_t + \frac{1}{2} \Psi_t^2 \right) dt + \Psi_t r_t dW_t \quad (27)$$

其中 $r_t \left(\alpha_{1,t} + \alpha_{2,t} \ln r_t + \frac{1}{2} \Psi_t^2 \right)$ 為短期利率的游移項，而 $\Psi_t^2 r_t^2$ 則代表短期利率的變異數。很顯然地，(27) 式比 (25) 式更一般化，其所涵蓋的模型更廣，共有十二種理論模型。Bali 發現：若想要成功捕捉短期利率的動態行為，理論模型中的游移項與擴散項都必須能隨著時間變動，而且條件是波動度也必須是利率水準和前一期的非預期性資訊的函數。

3、Chapman and Pearson (2001)深入分析 2001 年以前的實證研究並總結了幾點重要結論，這些結論同時突顯出利率理論模型的複雜程度與實證研究所面臨的不確定性和不一致性。他們認為利率具有均數迴歸的特性，但是不太明顯。雖然有些研究發現利率的游移項具有非線性的性質，這個結果仍有爭議性。就利率的波動度而言，假設固定波動度的模型皆無法解釋利率的動態行為，因此適當的利率模型，不管是理論模型或是實證模型，都必須考量波動度的隨機性，也就是 GARCH 效果。至於波動度是否會隨著利率水準的高低而變動，許多研究確實有

發現這樣的現象，但是 Chapman and Pearson 卻不確定該使用何種模型來解釋這個資料特性。事實上，GARCH 模型、二因子隨機波動度模型（Two-Factor Stochastic-Volatility Models）、狀態轉換模型（Regime-Switching Models）以及多因子模型（Multifactor Affine Models）已經被用來解釋這個現象，只不過到目前為止學術界對使用那種模型最好仍無定論。最後，由於美國聯邦準備銀行曾經在 1979-1982 年間改變其貨幣政策，導致這個期間的利率行為與其他期間的利率行為非常不同，因此未來的實證模型可能也必須考慮結構性變動（Structure Break）的可能性。

4、Hong, Li, and Zhao (2004)指出以往的實證研究重點在於利率模型的點估計上而忽略了對利率的整個機率密度函數（Probability Density Function）的估計。他們特別強調利率模型對機率密度函數的樣本外預測。他們總共估計了三十二個不同的利率模型並比較這些模型對機率密度函數的樣本外預測能力，結果發現：有考量條件式波動度和厚尾（Fat Tail）特性的利率模型有較佳的預測能力。更明確地說，他們發現 GARCH 模型改善了利率模型對條件式波動度與峰態的解釋能力，而狀態轉換與跳躍（Jumps）模型提高了對利率邊際機率密度函數的配適度。

到目前為止我們的討論重點在於如何決定解釋短期利率動態行為的模型上，而未嘗試去預測整個利率期間結構的動態行為。

(二) 最少參數模型

1、Hall, Anderson, and Granger (1992)與 Shea (1992)提出共整合模型

(Cointegration Model) 解釋不同期限利率水準間的互動關係。他們發現這些長短期利率間確實存在著共整合關係，而且根據這個關係所建立的偏誤修正 (Error Correction) 模型具有預測利率變動的能力。

2、基於這兩種方法有其各自的缺點 (Shea (1984))，Nelson and Siegel (1987)

建議利用下式來配適殖利率曲線：

$$R(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) [1 - \exp(-m/\tau)] / (m/\tau) - \beta_2 \exp(-m/\tau) \quad (28)$$

透過式中各參數的不同組合， $R(m)$ 可以產生常見的幾種殖利率曲線型態。雖然 Nelson and Siegel 的方法非常具有彈性，對各時點殖利率曲線的配適能力亦佳，但是這個方法也只能針對每個時點下的殖利率曲線進行配適，並無法產生樣本外的預測值。因此，Diebold and Li (2006) 將 Nelson-Siegel 模型修改為下式：

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) \quad (29)$$

其中 $y_t(\tau)$ 代表到期期間為 τ 的政府公債殖利率。同理，在特定的 λ_t 值下，我們可以根據殖利率的歷史資料估計 β_{1t} ， β_{2t} 和 β_{3t} 以獲得最佳的配適曲線。特別值得一提的是，(29) 式中的所有參數都是隨時間而變動的，所以假若我們能夠建立預測這些參數的模型，就有可能直接針對整條殖利率曲線進行樣本外的預測了。

Diebold and Li 的實際作法是先將 λ_t 固定在 0.0609 後，再配適每個時點上的殖利率曲線已取得 β_{1t} ， β_{2t} 和 β_{3t} 的估計值，最後再配適出這些 β 估計值的最適 AR(1) 模型。如此一來，我們就可以利用這些 AR(1) 模型來預測樣本外的 β_{1t} ， β_{2t} 和 β_{3t} 值，最後再根據這些預測值勾勒出整條殖利率曲線的樣本外預測值。Diebold and Li 發現他們的模型具有令人滿意的短期與長期樣本外預測能力。

三、保險業發展的利率相關模型

(一) AAA 的利率情境測試模型

1、1999 年美國監理官協會(NAIC)人壽 RBC 工作小組委託美國精算學院(American Academy of Actuaries; AAA)風險基礎資本額工作小組，發展一套利率模擬模型。此模型稱為利率情境測試模型(Interest Rate Scenario Testing Model)，此模型目的在於：模擬保險公司在不同利率環境下，公司內部所應該持有的最低資本需求，以確保未來利率走低的情形之下，公司依然能夠保有清償能力。

該模型主要應用於年金及躉繳型壽險商品，因該類商品較容易受到利率波動而影響到壽險公司的生存。故模型將考慮在不同利率走勢下，年金及躉繳型保單對保險公司未來盈餘(Surplus)造成之影響。其中年金產品包括遞延年金、保證收益分離帳戶、保證投資商品。另於 C3 風險之範圍限制中要求，利用此模擬方法計算出的 C3 風險數值介於原計算方式的 1/2 到 2 倍，以確保此測試模擬所計算之結果與原先的計算方式不致有太大變化。此外，本模型未將所有壽險商品併

入考量，而是將最可能導致利率風險之年金及躉繳型商品納入模型，其餘商品則先沿用先前之 RBC 風險係數。

該模型是模擬保險公司於未來 30 年內，不同利率走勢對盈餘之影響。模型基本假設為：

A、模擬期間為 30 年。

B、於模擬起始點輸入不同到期日的利率期間結構，用以模擬未來利率走勢。

C、利用年末資產適足分析現金流量測試模型(Year-end Asset Adequacy Analysis Cash Flow Testing)或是具有相同功能的模型求出模擬中所須未來三十年的資產和負債，再計算出年末盈餘 $S(t)$ 。

為建構利率模擬器 (Interest Rate Generator)，資料收集時間為 1951 至 1995 年之月收益率，並利用長期利率與長短期利率差等變數來模擬不同期間的利率，模型中考慮的變數如下：

A、長期利率 (20 年) 的自然對數 (ϕ_t)；

B、長期利率月變異數的自然對數 (θ_t)；

C、長短期利率差 (φ_t)；

D、長短期月利率差變異數的自然對數 (\mathcal{G}_t)。

除了 \mathcal{G}_t 之外，上述變數都假設服從均數迴歸隨機過程。其中 0.381% 是 1951 年至 1995 年的歷史平均月變動。 ω_t^θ 是服從標準常態分配的獨立隨機變數。

$$\theta_{t+1} = \theta_t - 2.40 - 0.347\theta_t + 0.59\omega_t^\theta \quad (30)$$

$$g_t = \ln(0.0038091)^2 \quad (31)$$

$$\phi_{t+\frac{1}{12}} = \phi_t - 0.0048(\phi_t - \ln(0.0655)) + 0.210(\phi_t + 0.0105) + e^{\frac{g_t}{2}} \omega_t^\phi \quad (32)$$

$$\phi_{t+\frac{1}{12}} = \phi_t - 0.042(\phi_t + 0.0105) - 0.00024(\phi_t - \ln(0.0655)) + e^{\frac{g_t}{2}} (0.16\omega_t^\phi + \sqrt{1-0.16^2}\omega_t^\varphi) \quad (33)$$

上式中的 ω_t^ϕ 與 ω_t^φ 是服從標準常態分配的獨立隨機變數。

在模型參數估計方面，利用迴歸模型估計出過去歷史利率期間結構的參數，迴歸模型如下：

$$\text{3-Month Coupon} = 1.1785 \times (\text{1-Year Coupon}) - 0.2616 \times (\text{20-Year Coupon}) + 0.0045 \quad (34)$$

$$\text{3-Month Forward} = \text{3-Month Coupon} \quad (35)$$

迴歸係數結果為：

迴歸係數			
Forward	3-Month Coupon	20-Year Forward	Constant
6-month	0.99276	0.11358	-0.00436
1-Year	0.86814	0.19985	-0.00316
2-Year	0.62614	0.48208	-0.00649
3-Year	0.55221	0.51409	-0.00415
5-Year	0.40933	0.62311	-0.00003
7-Year	0.32122	0.68682	0.00320
10-Year	0.30691	0.60731	0.01102
30-Year Forward = 20-Year Forward			

利用上述迴歸模型之結果，畫出利率期間結構。再從具有 200 條利率走勢的

隨機資料中選出 50 條利率情境以計算 C3-factor，為達保守估計在不同利率情境下之風險，所選出的 50 條利率走勢有較高的波動程度。接下來於每種利率情境下計算其 C3-factor。

2、AAA再度於2005年三月發表變額年金在利率風險下的風險基本額（C3 Phase II Risk-Based Capital for Variable Annuities：Pre-Packaged Scenarios）一文，目的在於：為變額年金隨機現金流量中的一般資產模擬10000個情境測試，提供給沒有自己內部情境測試模型的保險公司做為參考。該研究包含許多經濟變數的預測，並且所有模型都是使用月資料，例如：美國國庫券利率、債券指數報酬及股票市場報酬。其中美國國庫券利率的估計是依據隨機變數過程中的均數迴歸建構而成，而利率模型的估計方法與1999年的方法相同，故不贅述。其欲模擬的資產類別及資料期間歸納如下表：

Asset Class	Market Proxies	Historic Period
U.S. Treasury Yields	U.S. Treasury Yield Curves	1951.01 – 1995.12
Money Market	3 Month Treasury returns	1955.12 – 2003.12
U.S. ITGVT	U.S. Intermediate Term Government Bonds	1955.12 – 2003.12
U.S. LTCORP	U.S. Long Term Corporate Bonds	1955.12 – 2003.12
Fixed Income	65% ITGVT + 35% LTCORP	n/a
Balanced Allocation	60% Diversified Equity + 40% Fixed Income	n/a
Diversified Large Cap U.S. Equity	S&P500 Total Return Index	1955.12 – 2003.12
Diversified International Equity	MSCI-EAFE \$USD Total Return Index	1969.12 – 2003.12
Intermediate Risk Equity	U.S. Small Capitalization Index	1955.12 – 2003.12
Aggressive Equity	Emerging Markets, NASDAQ, Hang Seng	1984.12 – 2003.12

(二) CAS與SOA的利率相關模型

2004年美國產險精算協會(Casualty Actuarial Society；CAS)與美國精算學會

(Society of Actuaries ; SOA)一起發表利率模型及與利率相關的經濟變數模型

(Modeling of Economic Series Coordinated with Interest Rate Scenarios) 一文，該研究包含了許多經濟因素的估計，包括：通貨膨脹、實質利率、名目利率、股票報酬、股利報酬、不動產報酬及失業率。茲將利率模型相關的可通貨膨脹、實質利率及名目利率因素的估計方式簡介如下：

1、通貨膨脹

$$dq_t = \kappa_q (\mu_q - q_t) dt + \sigma_q dB_q \quad (36)$$

該研究假設通貨膨脹(q)在連續時間內服從Ornstein-Uhlenbeck (以下簡稱O-U) 過程，並且是單因子模型。模型中 q 代表短期通貨膨脹； κ 代表均數迴歸的速度； μ 代表長期平均利率； σ 代表變異參數，在時間不連續的模擬模型過程如下：

$$\Delta q_t = q_{t+1} - q_t = \kappa_q (\mu_q - q_t) \Delta t + \varepsilon_q \sigma_q \sqrt{\Delta t} \quad (37)$$

$$q_{t+1} = q_t + \kappa_q (\mu_q - q_t) \Delta t + \varepsilon_q \sigma_q \sqrt{\Delta t} \quad (38)$$

$$= \kappa_q \Delta t \times \mu_q + (1 - \kappa_q \Delta t) \times q_t + \varepsilon_q \sigma_q \sqrt{\Delta t} \quad (39)$$

年通貨膨脹指數 (q_t) 如下：

$$q_t = \ln \frac{CPI_t}{CPI_{t-1}} \quad (40)$$

其中 CPI_t 代表當年度的消費者物價指數； CPI_{t-1} 代表前一年度的消費者物價指數。此外，該研究為了測驗出不同經濟重要時期的參數敏感度，分別以(1)所有變數資料(1913年到2001年)及(2)二次大戰後的變數資料(1946年到2001年)，

預測出兩條年迴歸線。並且為了避免受到每月消費者物價指數波動的干擾，使用美國勞工局的年消費者物價指數為資料。該預測方法類似Vasicek(1977)提出的預測利率的方式，以下是通貨膨脹的參數預估值。

Time Period	κ_q	μ_q	σ_q
1913-2001	0.37	3.3%	4.0%
1946-2001	0.47	4.8%	3.0%

2、實質利率

$$dr_t = \kappa_r(l_t - r_t)dt + \sigma_r dB_r \quad (41)$$

$$dl_t = \kappa_l(\mu_l - r_t)dt + \sigma_l dB_l \quad (42)$$

實質利率並無法直接被觀察出來，它是藉由名目利率及通貨膨脹的差異被預估出來的。本研究以Vasicek兩因子利率結構模型預測實質利率(r)，該模型為Hull-White兩因子模型的簡單型。在Vasicek兩因子模型中，將短期利率(r)轉換為隨機變數長期利率(l)。為了估計模型參數，其不連續模型如下：

$$\Delta r_t = \kappa_1(l_t - r_t)\Delta t + \sigma_1 \varepsilon_{1t} \quad (43)$$

$$\Delta l_t = \kappa_2(\mu - l_t)\Delta t + \sigma_2 \varepsilon_{2t} \quad (44)$$

$$r_{t+1} - r_t = \kappa_1(l_t - r_t)\Delta t + \sigma_1 \varepsilon_{1t} = (\kappa_1 l_t + \kappa_1 r_t)\Delta t + \sigma_1 \varepsilon_{1t} \quad (45)$$

$$l_{t+1} - l_t = \kappa_2(\mu - l_t)\Delta t + \sigma_2 \varepsilon_{2t} = (\kappa_2 \mu - \kappa_2 l_t)\Delta t + \sigma_2 \varepsilon_{2t} \quad (46)$$

將上式整理如下：

$$r_{t+1} = r_t + (\kappa_1 l_t + \kappa_1 r_t)\Delta t + \sigma_1 \varepsilon_{1t} \quad (47)$$

$$= \kappa_1 \Delta t \times l_t + (1 - \kappa_1 \Delta t) \times r_t + \sigma_1 \varepsilon_{1t} \quad (48)$$

$$l_{t+1} = l_t + (\kappa_2 \mu - \kappa_2 l_t) \Delta t + \sigma_2 \varepsilon_{2t} \quad (49)$$

$$= \kappa_2 \Delta t \times \mu_t + (1 - \kappa_2 \Delta t) \times l_t + \sigma_2 \varepsilon_{2t} \quad (50)$$

由整理後式子可知，短期利率是由當期利率（ r_t ）與均數迴歸因子（ l_t ）加權平均而來；均數迴歸因子是由長期平均（ μ_t ）及當期回歸因子（ l_t ）加權平均得到的。

該模型使用1982年到2001年的聯邦準備金的月資料，由於該模型中短期利率倚賴長期利率，因此傳統的簡單迴歸方法並不適用，改以兩階段最小平方法估計。

$$\text{Stage1: } l_{t+1} = \beta_1 + B_2 l_t + \varepsilon'_{2t} \quad (51)$$

$$\text{Stage2: } \Delta r_{t+1} = \alpha_1 \left(\hat{l}_t - r_t \right) + \varepsilon'_{1t} \quad (52)$$

首先，要先找出長期利率的估計值（ \hat{l}_t ），其餘參數由迴歸結果帶入。1982

年到2001年實質利率的迴歸結果如下表：

κ_r	μ_r	σ_r	κ_l	σ_l
6.1	2.8%	10.0%	5.1	10.0%

3、名目利率

$$P(t, T) = A(t, T) e^{-rB(t, T)} \quad (53)$$

$$P^r(t, T) = A^r(t, T) e^{-rB_1(t, T) - l_1 B_2(t, T)} \quad (54)$$

$$P^i(t, T) = P^r(t, T) \times P^q(t, T) \quad (55)$$

當通貨膨脹及實質利率都被預估出來後，可以根據第(55)式求出名目利率。

第(55)式是由第(53)式及第(54)式合併而成，第(53)式是通貨膨脹的期間結構；第(54)式是實質利率的期間結構。Fisher(1930)認為名目利率不只補償給投資者的貨幣時間價值，也是補償由於通貨膨脹所減少的購買力。

然而，實質利率的參數估計過程嚴重的導致未來名目利率的範圍受限，例如：第1分位的20年期名目利率是5.9%，第99分位的20年期名目利率是8.2%。

下列情況將導致上述的名目利率分配不理想，例如：(1) 事後的實質利率預測法並不合適；(2) 月實質利率的測量包含了均數迴歸的誤差將導致過度的均數迴歸速度；(3) 實質利率的資料期間太短。因此，實質利率參數的選取允許名目利率更精準的反應歷史的變動，甚至大幅的降低均數迴歸的速度。下表中的參數為本模型選擇的基本設定值。

κ_r	μ_r	σ_r	κ_l	σ_l
1.0	2.8%	1.00%	0.1	1.65%

(三) Wilkie 的隨機多資產模型

Wilkie (1995) 提出的隨機多資產模型，是將原本的模型擴充發展得較完善。Wilkie 使用簡單自我迴歸模型及 GARCH 的概念，考慮總體經濟環境中金融資產間的關係，建構用於預測金融資產長期報酬率的模型。原有模型包含通貨膨脹、股利、股價報酬及長期利率，以英國 1919 年到 1982 年的年資料作為研究範圍。該研究將原有模型的變數擴充為通貨膨脹、股利、股利率、股價、長期利

率、短期利率、工資率、地價指數、指數型股票報酬與匯率，此外，也將年資料改為月資料，並且將研究期間由 1919 年到 1982 年改為 1923 年到 1994 年。

在此，僅討論與本研究相關的長期利率模型及短期利率模型，長期利率模型是以永續年金的利率作為研究資料， $C(t)$ 是指永續年金在 t 時點的利率。模型中考慮的變數如下：

$$C(t) = CW \times CM(t) + CMU \times \exp\{CN(t)\} \quad (56)$$

其中 CW 是 $C(t)$ 的轉換函數參數 (Transfer Function Parameter)、 $CM(t)$ 是前一個值的指數加權移動平均 (Exponentially Weighted Moving Average of Previous Values)、 CMU 是 $C(t)$ 的平均數 (Mean)。

$$CM(t) = CD \times I(t) + (1 - CD) \times CM(t-1) \quad (57)$$

其中 CD 是移動平均效果 (Moving Average Effect) 的轉換函數參數、 $I(t)$ 是在 t 時點的通貨膨脹 (Inflation)。

$$CN(t) = CA1 \times CN(t-1) + CA2 \times CN(t-2) + CA3 \times CN(t-3) + CY \times YE(t) + CE(t) \quad (58)$$

其中 $CA1$ 、 $CA2$ 及 $CA3$ 代表三個永續年金的自動迴歸參數 (Autoregressive Parameters)、 $YE(t)$ 是 $Y(t)$ 在 t 時點的殘差 (Residual)、 $Y(t)$ 是股利成長率 (Share Dividend Yields)、 $CE(t)$ 是 $C(t)$ 在 t 時點的殘差。

$$CE(t) = CSD \times CZ(t) \quad (59)$$

其中 CSD 是 $C(t)$ 的標準差 (Standard Deviation)、 CB 是 $C(t)$ 的移動平均參數 (Moving Average Parameters)。

$$CZ(t) \sim iidN(0,1) \quad (60)$$

其中 $CZ(t)$ 是 $C(t)$ 在 t 時點的標準化殘差。

永續年金利率的實質部分為 $CR(t)$

$$CR(t) = C(t) - CW \times CM(t) \quad (61)$$

$$\ln CR(t) = \ln CMU + CN(t) \quad (62)$$

根據原始模型（1919 年到 1982 年）的參數估計， $CW = 1.0$ ； $CD = 0.045$ ； $CMU = 3.5\%$ ； $CA1 = 1.20$ ； $CA2 = -0.48$ ； $CA3 = 0.20$ ； $CY = 0.06$ ； $CSD = 0.14$ 。
 $CR(t)$ 的對數模型是一個 $AR(3)$ 的模型，但建議改採 $AR(1)$ 模型代替，並省略 $CA2$ 及 $CA3$ 。利用 1923 年六月到 1994 年六月的資料重新估計參數，結果為： $CW = 1.0$ ； $CD = 0.045$ ； $CMU = 3.05\%$ ； $CA1 = 0.9$ ； $CY = 0.34$ ； $CSD = 0.185$ 。

短期利率模型以銀行利率 $B(t)$ 作為研究資料，由於短期利率與長期利率有密切的關連，可以透過估計利差（Spread）找出短期利率，或是估計長短期利率的對數差。模型中考慮的變數如下：

$$B(t) = C(t) \times \exp\{-BD(t)\} \quad (63)$$

其中 BD 是移動平均效果的轉換函數參數。且資料顯示原始模型是一個 $AR(1)$ 的模型，定義如下：

$$BD(t) = BMU + BA \times \{BD(t-1) - BMU\} + BE(t) \quad (64)$$

其中 BMU 是 $B(t)$ 的平均數、 BA 代表 $B(t)$ 的自動迴歸參數、 $BE(t)$ 是 $B(t)$ 在 t 時點的殘差。

$$BE(t) = BSD \times BZ(t) \quad (65)$$

其中 BSD 是 $B(t)$ 的標準差、 $BZ(t)$ 是 $B(t)$ 在 t 時點的標準化殘差。

$$BZ(t) \sim iidN(0,1) \quad (66)$$

$$\text{或做 } BD(t) \sim AR1(BMU, BA, BSD) \quad (67)$$

$$\ln B(t) = \ln C(t) - BMU - BN(t) \quad (68)$$

$$BN(t) \sim AR1(0, BA, BSD) \quad (69)$$

其中參數估計結果為： $BMU = 0.23$ ； $BA = 0.74$ ； $BSD = 0.18$ 。

第三節 國內文獻

國內文獻都屬於財務工程的實證性論文，本節分為短期利率動態行為的模型、最少參數 (Parsimonious) 模型及基礎樣條近似法三部分。本研究將各類文獻整理成表，詳見附錄一、附錄二及附錄三。

一、短期利率動態行為的模型

1、方世明 (1996) 研究一般化一因子及二因子利率隨機過程模型何者對台灣貨幣市場較具解釋能力。研究期間為1982年1月至1995年12月，使用30天、90天及180天商業本票及銀行承兌匯票月平均報酬率進行研究。實證結果顯示一般化一因子模型較考量波動性之二因子模型對台灣貨幣市場利率變動行為具有解釋能力，並發現利率隨隨機過程模型對真實市場利率變動之解釋能力隨著資料來源

天期增加而逐步降低。

2、林丙輝和葉仕國（1998）以混合資料計量方法配合狀態空間模型估計法，針對台灣債券市場和貨幣市場利率，進行利率期間結構模型的實證研究。研究資料以1986年9月至1995年12月的30天期、90天期、180天期的融資性商業本票利率，共112筆為月資料；以1990年1月4日至1995年7月31日，共1618筆初級市場融資性商業本票利率為日資料。研究結果發現：長期平均利率估計蠻符合直觀的要求，而利率變異性則與調整速度呈現反向關係，但Vasicek模型所得到之參數值比Extended Vasicek模型的結果穩定，債券市場所估計出的參數比貨幣市場所估計出的參數來得穩定。此外，以最大概似估計法產生的預測誤差比狀態空間模型估計法小。

3、林丙輝和葉仕國（1998）針對利率不連續變動進行研究，假設短期瞬間利率服從跳躍—擴散隨機過程，而該隨機過程為擁有均數迴歸性質之O—U過程與波式跳躍過程之混合模型，該模型綜合利率連續與跳躍行為之特性，並以實證資料驗證之。研究資料以1986年9月至1995年12月的30天期、90天期、180天期的融資性商業本票利率，共112筆為月資料；以1990年1月4日至1995年7月31日，共1618筆初級市場融資性商業本票利率為日資料。研究結果發現：台灣貨幣市場利率日資料才可偵測出利率之跳躍現象，驗證了觀測頻率越低的資料越無法偵測出跳躍現象之假說。此外，以單一天期利率資料所進行之實證結果，最能顯示出跳

躍擴散模型會比純粹擴散模型有較好的解釋能力。

4、張美菁 (2000)的研究方法主要是延伸Chan, Karolyi, Longstaff, & Sanders (1992)的利率期間結構的模型，在利率期間結構的漂移項及變異項分成對稱模型以及不對稱模型，進而深入探討變異項是否存在利率水準項效果。研究期間為1983年7月23日至2000年11月23日，以30天期初級市場商業本票為實證資料，共計903筆週資料，週資料是選每週最後一個交易日為主要的觀察值。實證結果發現利率期間結構漂移項部份納入不對稱考量的模型後，一般而言比利率期間結構漂移項對稱的模型配適好。另外，針對利率期間結構變異項，考量利率水準項效果部分加入GARCH模型考量後，實證結果反而是利率期間結構變異項沒有利率水準項效果，及變異項不對稱的模型配適得好。

5、康家瑛 (2001)考慮隨時間變動的期間貼水，以1990年3月至2001年2月的商業本票次級市場牌告利率買賣報價平均值的月底資料為研究標的，先利用Campbell & Shiller (1991)利差迴歸模型觀察出期間貼水會隨時間變動，再採用Heston (1992)期間貼水單一因子表示法將超額報酬引入，發現可減少原先模型可能遺漏的解釋變數之偏誤。實證結果如下：(1) 建立台灣票券市場期間貼水下限的觀念可觀察到期間貼水會隨時間變動而變化，而以落後期超額報酬作解釋變數時，各天期票券的期間貼水在GMM系統性估計下一致；(2) 採用一般動差法

時，系統性估計之J檢定的卡方值很小，代表用超額報酬單一因子衡量期間貼水並無不適當之處，說明超額報酬占期間貼水相當重要的地位，故加入在單一因子表示法下的超額報酬來衡量利差對長短期利率的預測能力將可減少原先模型可能遺漏解釋變數的偏誤；（3）以到期日較長票券之持有一期超額報酬作為期間貼水的衡量指標可以得到較佳的預測長期利率能力；（4）運用利差預測模型和期間貼水單一因子表示法後，不管是預測未來長期利率走勢或短期利率走勢，均接受理性預期理論，而預測未來短期利率走勢的能力較預測長期利率走勢能力佳。

6、林常青，洪茂蔚和管中閔 (2002)以狀態轉換模型對台灣短期利率進行實證，研究資料為1994年1月4日至1998年12月7日，共258筆週平均樣本點，短期利率為次級市場三十天期銀行承兌商業本票之賣出利率。結果發現，短期利率有回歸長期水準的現象，但在發生政經衝擊事件時，央行往往干預市場，使短期利率水準值快速收斂抵銷市場的衝擊，因此在高度波動的狀態下短期利率不會產生波動聚集的現象；而在市場穩定時，央行較少干預市場，因此相對平穩的低度波動期，短期利率有波動聚集的現象。故在兩種不同的狀態下，呈現不同的動態調整行為。

7、廖姻斐 (2002) 以台灣市場上各公司所發行的附買回權、附賣回權公司

債的日交易資料為研究對象，研究期間為1999年12月至2001年12月，應用BDT模型來對附買回權、附賣回權公司債價格作實證研究，同時也以兩種不同波動模型—CWMA和GARCH(1,1)分別帶入BDT模型進行評價並和市場交易價格作比較。由MSE和TIC檢定結果得知帶入CWMA波動值的BDT評價表現較GARCH(1,1)佳，但並不明顯、差距極小，且不論以何者波動模型進行BDT模型評價都有不錯的表現，其MSE值和TIC值都偏小，和市場價格差異不大，因此由BDT模型所評價的結果可作為一個良好的參考值。

8、李承欣 (2002)使用Gallant & Tauchen (1996)所提出的效率動差法(Efficient Method of Moment, EMM)來對利率模型做估計。研究期間為1994年1月5日至2003年3月13日止，固定每隔三個交易日抽取一次，共計841筆次級市場90天期融資性商業本票的利率。實證結果為利用效率動差法來對單因子及雙因子利率模型做估計，可以看出雙因子利率模型較能正確的描述利率的期間結構。其所估計之結果也可以應用到對利率敏感的衍生性金融商品之評價。

9、曲靜芳 (2002)探究台灣融資性商業本票市場之長短期利差與利率變化的互動關係，研究期間為1991年1月至2001年12月，共計132筆研究樣本，分成長期利率模型、短期利率模型及Campbell & Shiller(1991)BVAR模型三種進行實證。實證結果顯示，長期利率模型中，以利差預測未來長期利率變動的結果不理

想；短期利率模型中，利差能有效地預測出正確方向之未來短期利率平均變動，而BVAR模型中發現利差期間極短與極長期時，其理性預期理論不易成立，故推論較長期與較短期利差的變動較難準確預測出未來短期利變動的情況。

10、歐陽德耀 (2002)探討在政府貨幣政策所發出的跳動訊息下，對利率期間結構所產生的影響，並利用Duffie & Kan (1996) 所提出的仿射利率期間結構(Affine Term Structure)，加入跳躍過程下，利用一般化動差法，估計模型的參數，進而預測未來利率的走勢。研究期間為1994年11月24日至2001年2月1日，共1738筆央行重貼現率，及180天期融資性商業本票日資料。

11、陳庭祥 (2003) 將Black, Derman, & Toy (1990)的一因子BDT利率模型延伸為二因子BDT利率模型，並對折價債券之訂價績效加以評估。研究資料為30天期、90天期、180天期牌告利率，研究中使用之資料頻率為週資料，資料起點為1982年第2週，資料終點為2003年第4週，共1095筆資料。蒙地卡羅模擬的結果也顯示30天期、90天期零息債券 Diffusion Function加入Level Effect以及GARCH Effect對於利率模型之訂價績效有所改善。實證結果顯示出短期利率之drift存在強烈之非線性 (GARCH Model除外)。但在30天期、90天期、180天期商業本票利率卻顯示Level Model在預測利率變化之未來波動性優於Level-GARCH model。而在Level Effect及GARCH effect的衡量上卻又發現

GARCH Effect和波動性的聯結關係較佳，與最大概似估計法之結論相左。

12、莊志宏（2004）以1996年1月4日至2004年5月28日共2249筆隔夜拆款利率、10天期融資性商業本票、1個月期融資性商業本票、3個月期融資性商業本票以及6個月期融資性商業本票次級市場牌告平均利率資料，估計出參數，其中10天期融資性商業本票、1個月期融資性商業本票、3個月期融資性商業本票以及6個月期融資性商業本票次級市場牌告利率採用買價以及賣價之平均。結果發現國內貨幣市場利率存在顯著的利率水準效果以及GARCH效果，並且發現若在模型中只考慮利率水準效果，會造成過度強調前期利率水準對於波動度的影響。利用相對績效迴歸分析比較不同利率模型之模型表現，結果發現在擴散項函數中，分別考慮利率水準效果、GARCH效果以及同時考慮兩種效果之無套利模型表現均優於利率均衡模型。

13、曾琬雅（2004）以1996年1月4日至2003年6月30日的30天期、90天期、180天期的次級市場融資性商業本票牌告利率，共2017筆，及隔夜拆款利率共2015筆作為研究資料，進行利率模型的分析比較。在求算債券價格方面，針對Vasicek模型，利用蒙地卡羅模擬法與偏微分方程法在考慮風險的市場價格下分別求解，研究發現兩種方法得到的結果類似。在模擬短期利率方面，研究模型為均衡模型當中的Vasicek與CKLS模型，以及無套利模型當中的Hull-White與BDT模型，並

延伸Bali (2003)所提出的模型，於Hull-White (1990)模型與BDT (1990)模型的擴散函數當中皆分別納入GARCH與利率水準效果，再將此四大類共六種模型(Vasicek、CKLS、HW-GARCH、HW-level、BDT-GARCH與BDT-level)進行比較。進行參數估計時，藉由t統計量(t-statistics)發現國內的貨幣市場利率存在顯著的GARCH效果與利率水準效果；利用蒙地卡羅模擬法模擬出理論利率，並將理論利率運用普通最小平方法與TIC法與市場上的實際利率進行分析比較，研究結果發現在擴散函數當中納入GARCH效果或利率水準效果的無套利模型(Hull-White與BDT模型)表現較均衡模型(Vasicek與CKLS模型)為佳。

二、最少參數 (Parsimonious) 模型

1、賴曉璐 (1996) 利用Nelson & Siegel (1987) 的理論，將造成國內政府公債殖利率曲線變動的因子分解成：平行移動、斜率改變與曲度改變，並藉此找出影響政府公債殖利率曲線變動的主因，以選擇適當的免疫策略，並從衡量這三個因子的指標，推論出殖利率曲線的型態。研究資料為1994年6月至1996年5月公債每日殖利率及到期期限，選取原則為市場上所有已發行且為半年計息一次的公債。實證結果顯示：國內政府公債的殖利率曲線大部分是正斜率型態，只有21.20%是顯著帶有駝峰型的正斜率曲線。另外，影響政府公債殖利率曲線最重要的因子是平行移動因子與曲度變動因子，因此，在選擇免疫模型時，可應用Garbade (1985) 與Chambers, Carleton & McEnally (1988) 的存續期間向量法免疫。

2、馮士耀 (1999) 根據 Frishling & Yamamura (1996) 所提出的模型為基礎，結合 Adams & Deventer (1994) 模型，用以實證台灣附息公債市場，選八個公債，到期日為二十年內。然而最平滑曲線配適遠期利率曲線模型中，Adams & Deventer 模型所適用的範圍為零息債券的配適資料；Frishling & Yamamura 模型所適用的範圍為附息債券的配適資料。因此，將兩模型結合使用，即將由 Frishling & Yamamura 模型配適之離散型遠期利率曲線與 Adams & Deventer 模型相互結合運用，以擴大最大平滑度配適遠期利率曲線的適用範圍。由 Frishling & Yamamura 所得之遠期利率曲線，再利用直線插補法以及與 Adams & Deventer 模型結合運用的方法計算樣本外債券理論價格並與實際市場價格比較。在實證的過程中，即使在不同的配適準則下，分別以3種不同的數值方法（拉格蘭治乘數、牛頓法和共軛法）求算，都能得到一致的解，但是仍會產生負的遠期利率，因此必須將到期日過於接近的資料排除。

3、張千雲 (2000) 分別以基礎複合近似模型、牛頓-高斯法下的 Parsimonious 模型和線性規劃模型，估計台灣公債市場的利率期間結構，研究資料為 1995 年 12 月 29 日至 2000 年 11 月 23 日，到期日在 20 年以內的台灣政府發行公債，共 67 筆，公債附息頻率包括半年或一年。實證結果發現，此三種模型皆可以捕捉到市場上利率期間結構的形狀。就線性規劃模型的配適能力而言，根據平均方根誤差百分比，其平均值為 3.711%，最小值為 0.793%，相較於牛頓-高斯法下的

Parsimonious 模型，其平均方根誤差百分比的平均值為 1.13%，最小值只有 0.37%。此外，有 83.2%的觀察時點，模型的判定係數是大於 90%以上的，而在整個樣本期間內亦有 34.6%的觀察時點，平均方根誤差百分比是小於 1%，此一結果顯示，利用牛頓-高斯法下的 Parsimonious 模型來建構台灣市場的利率期間結構，表現優於線性規劃模型，且具有相當不錯的估計結果。

4、周建新、于鴻福、張千雲（2003）利用 Allen, Thomas & Zheng（2000）所提出之線性規劃模型為基礎，以連續平滑化修正，來估計台灣公債市場的利率期間結構。研究資料為 1995 年 12 月 29 日至 2000 年 11 月 23 日，到期日 15 年以內之公債，公債樣本數為 23 筆，公債付息頻率為半年，公債樣本為每月最後一個星期五之最高和最低殖利率報價之平均值；若無交易資料，則以最接近之交易日的資料代替。實證台灣公債市場發現，Nelson & Siegel (1987)的 Parsimonious 模型可捕捉市場利率期間結構形狀，且大部分觀察時點可得到不錯的配適能力及平滑曲線。

5、鍾韻琳（2003）以 Nelson-Siegel Model、Extend Nelson-Siegel Model 與 Nelson-Siegel-Svensson Model，在考慮流動性不足限制下，以流動性加權目標函數，配合 Modified Gauss-Newton 法建構台灣公債市場之利率期間結構。該研究配適之殖利率曲線為週殖利率曲線，研究期間為 1995 年 12 月 29 日至 2002 年 9

月 27 日，共 353 筆資料，公債樣本數 85 個，公債付息頻率為半年或一年，公債樣本為每週五之盤中平均殖利率報價，若該時點無交易資料，則以最近交易日報價代替。研究結果發現：(1) 在未考慮流動性不足限制下，三種模型的配適能力均高於 90% 以上，顯示此三種模型，在台灣公債市場配適能力的優越性；(2) Extend Nelson-Siegel Model 之配適能力，較傳統使用之 Nelson-Siegel Model 為佳，顯示多增加一個參數，可以更有效捕捉利率期間結構之變化；(3) 在考慮流動性不足限制下，模型之配適能力優於未考慮流動性不足限制下之效果。

三、基礎樣條近似法

1、林嘉生(1998)以我國公債市場資料 83 年 6 月 1 日至 86 年 6 月 30 日，共 38 張不同期別的債券，以每週三為估計時點，共 149 條週殖利率曲線。就存續期間調整法與曲線配適法進行比較，結果發現曲線配適法的配適結果優於存續期間調整法，且平均存續期間並不能取代實際到期期間。然後，選擇較佳的付息效果調整法，比較四個殖利率函數模型之配適能力。

2、謝承熹(2000)認為在國內公債市場發行期別數不多的情形下，無法使用 Bootstrapping 法求取利率期間結構，因此嘗試以分段函數及非線性最適化與線性最適化的計量方法，來配適台灣公債市場的利率期間結構。因此首先依據 Vasicek and Fong (1982) 的建議，假設折現函數為一個分段三次方指數函數，接著

依McCulloch (1971) 的節點選擇準則將利率期間結構分為數個子區段，並以 Downhill Simplex Method與最小平方法分別估計折現函數中的參數，進而轉換而得利率期間結構，且比較兩種估計方法的表現。研究資料為1995年6月21日至1999年12月29日台灣公債市場每週三的利率期間結構。研究發現線性最適化法的估計誤差較非線性最適化法小，且估計所需時間亦較短。因此，在降低估計誤差和估計時間的考量下，該研究建議在配適利率期間結構時，應以線性最適化法來配適較為適當。

3、張仲賢 (2003) 以基礎樣條近似法(Basis Spline Approximation)為基礎，利用Powell (1981) 所定義之基礎樣條函數，估計台灣公債市場的利率期間結構。研究資料為1995年12月29日至2002年9月27日，且到期日在30年內的台灣政府發行公債，共85筆，付息頻率包括半年或一年，公債樣本為每週星期五之最高和最低殖利率報價之平均值；若無交易資料，則以最接近之交易日的資料代替。實證結果發現B-Spline模型對於台灣公債市場債券的估算相當精確，其判定係數高達94.03%；而在考慮考慮台灣估債市場交易時流動性不足的因素，以權重修正B-Spline模型來估算的結果，不但有效解決判定係數在樣本即間中段較低的情形，更大幅提高判定係數達97.6%，在整個樣本期間中，有98.58%的觀察時點，模型的判定係數是大於90%以上，僅有5週的判定係數低於90%；而透過流動性加權的修正後，樣本期間內的所有觀察時點，其平均方根誤差百分比皆是小於

1%，顯見加入流動性加權因子修正後的B-Spline模型更具有高度配適能力。

4、胡德榮（2004）認為由於國內以B-Spline函數為基礎估計利率期間結構時，對於參數及節點的設定，未依債券到期日實際情形分段配適，故為配合參數設定的實際意義，乃將Exponential B-Spline 模型的樣本期間分成三個階段進行估算，分別設定不同的節點位置，以求獲得更精確的估算結果。此外，由於Diament模型必須先知道殖利率形狀才能應用適合的模型估計利率期間結構，否則會有無法收斂的情形，因此Mansi and Phillips 改善Diament 模型的缺點，提出可以捕捉不同形狀殖利率曲線的模型。因此，胡德榮以1995年12月29日至2003年9月26日，以到期日在30年以內的台灣政府公債為樣本，總計公債樣本數為95筆，公債付息頻率包括半年或一年，公債樣本為每週星期五之最高和最低殖利率報價之平均值，比較Exponential B-Spline 模型、Diament 模型和Mansi and Phillips 模型對台灣公債市場利率期間結構的配適能力優劣。；若無交易資料時，亦即市場仍未有新的資訊來反應價格，則以最接近之交易日的資料代替之。觀察時點以週為單位，每一週的債券樣本數均在25種以上。經實證後發現：(1)使用分段配適的確能有效提高Exponential B-Spline模型的配適能力；(2)在考慮流動性不足限制下，所有模型的配適能力均優於未考慮流動性不足之效果；(3)不論是否考慮流動性不足的情況下，皆以Exponential B-Spline模型的配適度最佳。

5、王竊梅（2004）以均衡理論模型（CIR模型）和實證近似模型（Cubic Spline、B-Spline）配適出臺灣公債市場之利率期間結構，再做實證分析比較那一個模型配適能力最佳。研究資料為2002年10月18日至2003年10月31日台灣政府附息公債，共77檔，資料頻率為週資料，選擇當週所有交易之債券價格，以週底為基準，若當週有交易而在週底未交易，則取距週底最近交易日之債券價格。所取債券價格為中華民國櫃檯買賣中心每日公佈之加權平均成交百元價，一年以下之利率，選取1日、10日、20日、30日、60日、90日、180日、270日之RP利率代替，為保持利率期間結構之穩定性，去除一年以下和二十年以上之債券。實證結果顯示，CIR模型所配適出之利率期間結構較不能符合市場殖利率曲線多變之形狀，但卻能解釋利率期間結構移動之經濟含義。至於實證近似模型，Cubic Spline和B-Spline較能配適實際觀察到之債券資料。整體而言，CIR模型配適績效最差，而B-Spline配適績效為最佳。

6、謝富堯（2005）利用 Subramanian (2001)的流動性加權目標函數，以B-Spline法配適台灣公債市場2003年11月至2004年12月每月最後一個交易日殖利率曲線。結果發現（1）依流動性加權目標函數所配適出的公債殖利率曲線，可有效使得流動性佳的債券獲致較低的流動性溢酬；（2）雖然在整體樣本的估計誤差上較大，但在估計流動性佳的債券時卻得到較低的估計誤差，此點反應的是市場上除部份流動性佳的債券外，其餘債券中會有著較大的流動性溢酬，而未

考慮流動性之殖利率曲線卻將此部分的流動性溢酬平均而合理化。故利用此殖利率曲線進行評價時，可得到較公平的價格；（3）若短、中、長期都有流動性佳的樣本債券下，考慮流動性溢酬之公債殖利率曲線在短期利率上較不易出現負數等不合理的情形。

第三章 資料來源

第一節 公平價值與風險利率模型資料來源

在計算公平價值與風險利率模型過程中涉及計算公平價值的風險中立模型與公平價值風險的真實測度模型。

在計算公平價值的風險中立模型過程中，我們使用 Hull-White 模型做為我們風險中立的模型，並且以次級市場 30 天期融資性商業本票 CP (CP2) 作為短期利率，並從民國 83 年 1 月 5 日到民國 95 年 1 月 6 日的 CP2 資料中估計參數 a 與 σ 。由於歷史資料是在真實測度 (P 測度) 上取得，但欲估計的參數是定義在風險中立測度 (Q 測度) 上，第四章我們會說明如何利用 Q 測度與 P 測度波動度 (Volatility) 相同的特性使用動差法(The Method of Moments)來估計 a 與 σ 。

在估計公平價值風險的真實測度模型過程中，我們需要進行台灣債市殖利率曲線的配適，資料來源為櫃檯買賣中心網站上的政府公債等殖電子交易系統所提供之有關台灣公債指數中各成分債券每日成交價格訊息。資料期間為民國九十四年一月三日到民國九十五年六月二十二日，共三百六十個交易日。由於台灣的公債都是付息債券，市場上缺乏零息債券作為利率資料，本研究參考其他國內文獻後決定根據這些成分債券的成交價格，直接進行殖利率曲線的配適與預測，詳細步驟及配適結果記錄在第四章。

第二節 資產適足性測試利率模型資料來源

測試資產適足性的利率模型是用來預測壽險公司將來 30 年或更長時間的資產適足性，所以需要較長時期的歷史利率資料做配適，在上一節中的用來估計公平價值風險的真實測度模型的公債資料期間太短，因此不適用。我們選擇 1982 年 3 月 12 日到 2006 年 1 月 6 日期間內的三十天期初級 CP2 利率週資料配適三十天期商業本票利率的動態模型；2002 年 1 月 18 日至 2005 年 3 月 25 日期間內的三十天、九十天、一百八十天、兩年期、五年期、十年期、十五年期以及二十年期的次級市場利率週資料配適短天期、長年期利差的動態模型。其中 CP2 的資料來源為台灣經濟新報資料庫內的台灣財經資料庫裡的 TEJ Profile 的貨幣市場利率；本研究將各資料的敘述性統計量及利率趨勢圖附於附錄四至附錄十二。

貨幣市場的主要交易工具是商業本票，早期為確保債權，主要流通的票券是有實質交易基礎的交易性商業本票（CP1），不過以交易作基礎的商業本票，金額往往不整齊、常有零頭，造成交易上的不便，因此在時間推進的發展結構中，逐漸產生變革，藉由銀行保證程序，發行的融資性商業本票（CP2）興起，逐漸在整數金額方便交易的優勢，以及銀行保證的信用作後盾下，躍升市場交易的主流，目前融資性商業本票交易約佔貨幣市場交易的九成以上。因此本研究選擇次級市場的融資性商業本票利率做為短期利率。

第四章 研究方法

財工領域的利率模型以評價利率金融商品為主要用途，此類模型皆為風險中立測度下的模型，可分為標準市場模型 (Standard Market Model)、短期利率 (Short Rate) 模型和遠期利率 (Forward Rate) 模型，其中短期利率模型較適用於本專案。因此本研究選取 Hull-White 模型做為我們風險中立的模型。接著我們採用 Diebold and Li (2006) 的方法來配適整條殖利率曲線，然後在 AR (1) 模型中加入檢定結構性變動的機制，以增進本模型的樣本外預測能力。最後再進行整體配適結果的有效性檢驗，檢驗結果證實該模型具有一定的樣本外預測能力。

就適用於資產適足性測試的利率模型而言，由於短天期利率與長年期利率呈現出迥異的相關結構，因此我們認為有必要針對這兩群利率估計不同的動態模型，最後我們決定將模型分成三大部分：三十天期商業本票利率的動態模型部分，我們決定估計由 Glosten, Jaganathan, and Runkle (1993) 和 Zakoian (1994) 同時提出的門檻 GARCH 模型 (Threshold GARCH Model)，並參考 Bali (2000b) 提出的 AGARCH 模型；短天期利差的動態模型部分，我們以 ARMA(p,q) 模型來解釋這些利差的動態行為；長年期利差的動態模型部分，我們將兩年期利率當作外生變數的狀況下，重新估計五年期、十年期、十五年期和二十年期利率的誤差修正模型。以上模型都通過了配適度檢定。

第一節 計算公平價值與風險的利率模型

一、計算公平價值的風險中立模型

(一) 公平價值的基礎概念

負債的公平價值 (Fair Value of Liabilities) 的決定是一個非常重要的議題。因為它的大小對監理決策與保險公司的風控機制皆有深遠的影響。過去對於負債的公平價值的決定依賴簡單、一致化的公式，因此無法代表負債的真正價值。目前歐美的趨勢是以金融市場上的商品價值來決定負債的公平價值。這個概念可以簡單描述如下：

在金融市場上取得適當的金融商品組合；這個金融商品組合 (投資組合) 的特性是它所產生的金流 (Cashflows) 與負債所需支付的金流誤差最小。這樣的投資組合稱為負債的複製組合 (Replicating Portfolio)。而複製組合的市價則稱為負債的公平價值的最佳估計 (Best Estimate)。

負債的公平價值的最佳估計事實上是會大於負債的經濟價值 (Economic Value of Liabilities)。為說明方便起見，假設複製組合與負債的金流完全相符，則

$$\text{複製組合價值} =$$
$$\text{負債的經濟價值} + \text{保險公司的倒閉選擇權} + \text{複製組合的流動性價值}$$

由以上等式可以簡單看出負債的經濟價值低於複製組合價值。但是由於保險公司

的倒閉選擇權與複製組合的流動性價值都不易估算，因此複製組合價值是用來衡量負債經濟價值的一個好指標。利用複製組合來衡量流動性差的商品，在衍生性金融商品市場上非常普遍（如 OTC Contract）。

由上述討論可知，負債的公平價值約等同於複製組合價值。因此，能否應用於計算複製組合價值，成為本節選取利率模型的主要依據。

依據風險中立評價理論 (Harrison and Kreps 1979; Harrison and Pliska 1981)，試算複製組合價值不需真正找出複製組合。只要找出決定金流大小的市場變數（如利率），以及它們在風險中立測度下的動態，取其金流折現期望值即可。

決定負債金流的市場變數很多，而且有些並非市場變數（如 Mortality）。利率是影響負債金流折現期望值最重要的變數，因此我們將在本節中深入探討。

事實上，我們可以對負債的風險成分做分類：

1. 可避險的 (Hedgeable)，如利率風險、權益風險、外匯風險等。
2. 不可避險的 (Non-Hedgeable)，如 Mortality 風險。

對於負債風險中可避險的部份，它的複製組合價值可由風險中立評價理論來決定。對於不可避險的部份，則需利用到其他技術。此外，不可避險的部份並非永遠無法規避。例如在過去，信用風險也被認為是不可規避的。然而，隨著 CDS、TRS 等信用衍生性商品在金融市場的活絡，信用風險的規避已非難事。

(二) 風險中立模型的選取

在文獻探討中，我們提到財工領域的利率模型以評價利率金融商品為主要用途。此類模型皆為風險中立測度下的模型，可分為標準市場模型 (Standard Market Model)、短期利率 (Short Rate) 模型和遠期利率 (Forward Rate) 模型。由文獻探討，我們得知在財工領域中，短期利率模型較適用於本專案。因此本節將從短期利率模型所涵蓋的模型中選取一種作為推薦。

短期利率模型中較為知名模型有：

1. Vasicek 模型
2. CIR 模型
3. Ho-Lee 模型
4. Hull-White 模型
5. Black-Karasinski 模型

Vasicek 模型與 CIR 模型為均衡模型，無法完全吻合現有的利率期間結構，因此不適用於評價利率金融商品。Ho-Lee 模型、Hull-White 模型與 Black-Karasinski 模型為無套利模型，適用於評價利率金融商品。然而 Ho-Lee 模型只能產生利率期間結構的平行位移，因此目前較少有人用此模型來評價利率金融商品。Hull-White 模型與 Black-Karasinski 模型是業界中較受歡迎的模型。Black-Karasinski 模型在 90 年代初期極受歡迎，因為它保證利率為正，較符合直覺。然而它的實用性在愈來愈複雜的利率衍生性商品 (如 MBS) 出現後產生應用

上的瓶頸。此類商品的收益 (Payoff) 方式複雜，而且通常與長期利率(Long Rate) 相關。利用蒙地卡羅法可產生 Black-Karasinski 模型的短期利率動態，但長期利率卻需利用複雜的數值方法由短期利率衍生而得。而且，所得到的長期利率也僅是近似值 (Approximation)。

由以上的討論可知，Hull-White 模型是我們所建議的模型。然而，Hull-White 模型並非完美，它可能出現利率為負值的現象，常受到質疑。Levin (2004)在實務的應用上，發現 Hull-White 模型可能產生的負值利率，對於複雜的利率商品的評價，影響很小。Levin (2004)對於 Hull-White 模型與 Black-Karasinski 模型的優缺點有較技術性的比較。

(三) Hull-White 模型的校準

底下我們討論 Hull-White 模型的校準：

Hull and White (1990) 提出一種模型不但能準確描述現行的利率期間結構與波動度期間結構，其模型價格也能與利率衍生性商品的市場價格一致。他們提出短期利率 r 服從：

$$dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma dz \quad (70)$$

或

$$dr = a\left[\frac{\theta(t)}{a} - r\right]dt + \sigma dz \quad (71)$$

其中

dr :利率的瞬間變動， r 代表瞬間利率，或稱短期利率

a :利率反轉速度

σ :利率變動的瞬間標準差

$$\theta(t) = F_t(0,t) + aF(0,t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at})$$

$\theta(t)/a$:隨時間變動的利率長期水平

$F(0, t)$:在時間 t 到期的遠期利率。

因為上述 $\theta(t)$ 公式的最後一項極小，可忽略不計。此公式隱含 r 隨機過程在時間 t 的飄浮項 (Drift Term) 為 $F_t(0,t) + a[F(0,t) - r]$ ，代表平均而言， r 服從期初短期遠期利率的曲線，並以 a 的速度往該條利率曲線移動。

在 Hull-White 模型下，債券價格的評價公式為：

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-B(t,T)r(t)} \quad (72)$$

在此公式裡

$$B(t,T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} \quad (73)$$

$$\ln A(t,T) = \ln \frac{P(0,T)}{P(0,t)} + B(t,T)F(0,t) - \frac{1}{4a^3}\sigma^2(e^{-at} - e^{-aT})^2(e^{2at} - 1) \quad (74)$$

此式表示在任何時間點 t ，長期利率 $[\ln P(t, T)] / (T-t)$ 是短期利率 $r(t)$ 的線性函數。

$\theta(t)$ 為確保模型能與期初利率期間結構一致的時間函數，由於 $\theta(t)$ 中的遠期利率可由市場上獲得實際值，且參數 a 與 σ 的值可由短期利率歷史資料估計而得，或由 Swaptions 等商品價格校準而得，所以 $\theta(t)$ 不需要較準。

本研究以短期利率的歷史資料來估計參數 a 與 σ 。由於歷史資料是在真實測度 (P 測度) 上取得，但欲估計的參數是定義在風險中立測度 (Q 測度) 上；因

此我們在估計方法的選取上，必須小心測度不同的問題。Q 測度與 P 測度的共同點是它們的波動度 (Volatility) 相同。利用此特性，我們將利用動差法 (The Method of Moments) 來估計 a 與 σ 。

當 Δt 很小，我們可以從 r 的 SDE 知道

$$r(t + \Delta t) - r(t) \approx \theta(t)\Delta t - ar(t)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}N(0,1) \quad (75)$$

，其中 $N(0,1)$ 代表標準常態隨機變數。因此，

$$\text{Var}(r(t + \Delta t) - r(t)) \approx \sigma^2 \Delta t \quad (76)$$

由於 $\text{Var}(r(t + \Delta t) - r(t))$ 可以利用 P 測度下的資料來估計：

$$S_{\Delta}^2 \equiv \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} ((r_{i+1} - r_i) - \bar{\Delta r})^2 \quad (77)$$

，其中 r_i 為測度 P 下的短期利率，而

$$\bar{\Delta r} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (r_{i+1} - r_i) = \frac{1}{n} (r_n - r_0) \quad (78)$$

，所以 σ^2 的一個合理估計為

$$\hat{\sigma}^2 = S_{\Delta}^2 / \Delta t \quad (79)$$

從民國 83 年 1 月 5 日到民國 95 年 1 月 6 日的 CP2 三十天期短期利率資料中，利用上述方法，我們估算得 $\sigma = 0.41$

估計參數 a ，我們需要另一個已知期望值的隨機變量。令 $s < t$ ，且 $r(s)$ 已知。依據 r 的 SDE，可以推得

$$r(t) \sim N(e^{-a(t-s)}r(s) + \int_s^t e^{-a(t-u)}\theta(u)du, \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a(t-s)}) \quad (80)$$

，所以，當 $s \ll t$ 時， $\text{Var}(r(t)) \approx \frac{\sigma^2}{2a}$ ，當然， $\text{Var}(r(t))$ 的一個簡單合理的估計為

$$S_r^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=k}^n (r_i - \bar{r})^2 \quad (81)$$

其中， $\bar{r} = \frac{1}{n-k+1} \sum_{i=k}^n r_i$ 且 $0 \ll k$ ，結合第(79)式，可得 a 的估計值為

$$\hat{a} = \frac{\hat{\sigma}^2}{2S_r^2} \quad (82)$$

從民國 83 年 1 月 5 日到民國 95 年 1 月 6 日的 CP2 三十天期短期利率資料中，我們取 k 由 2001/1/2 開始(為了讓 $0 \ll k$)。利用上述方法，我們估算得 $a = 0.07$ 。

Hull-White模型的模擬，可使用 Euler 近似法產生 (Glasserman 2004)。但此法會產生離散化誤差 (Discretization Error)。較佳的方法是善用Hull-White模型中短期利率為常態分配的特性。由於此法的討論相當具技術性。有興趣的讀者請參閱 (Glasserman 2004) 第109頁。

二、計算公平價值風險的真實測度模型

我們選擇櫃買中心民國九十四年一月三日到民國九十五年六月二十二日的成交價格作為殖利率曲線的配適資料，該資料雖然可獲得的資料期間較短，但是比 CP2 的利率更具代表性，且由於我們要估計的是短期的利率，所以可以捨棄 CP2 較長時間的利率資料，選用該組資料。

由第二章的實證性論文回顧可知，採用 Diebold and Li (2006)的方法來配適整條殖利率曲線，然後在 AR (1) 模型中加入檢定結構性變動的機制，以其增進本模型的樣本外預測能力。

(一) 殖利率曲線的配適

首先，我們說明如何在 Diebold and Li (2006)的架構下¹，進行台灣債市殖利率曲線的配適。進行模型配適的資料來源為台灣櫃臺買賣中心所提供之有關台灣公債指數中各成分債券每日成交價格訊息。由於櫃買中心自民國九十四年第一個營業日起才開始發佈每日的公債指數數值，因此本研究的資料期間為民國九十四年一月三日到民國九十五年六月二十二日，共三百六十個交易日。根據這些成分債券的成交價格，我們進行殖利率曲線的配適與預測。

詳細的步驟如下：

1. 根據每一個交易日的成分債券成交價格，我們利用 Nelson-Siegel 模型配適一條殖利率曲線。值得注意的是，這裡的 Nelson-Siegel 模型是採用經 Diebold and Li (2006)重新安排後的模型。該模型可表示如下：

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right). \quad (83)$$

由於資料期間涵蓋三百六十個交易日，因此我們一共估計了三百六十組參數值， $(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\lambda})$ 。

2. 得到參數估計值後，我們接著嘗試建構解釋這些參數動態行為的時間序列模型。

¹雖然 Hong, Li, and Zhao(2004)發現有考量條件式波動度和厚尾 (Fat Tail) 特性的利率模型有較佳的利率機率密度函數預測能力，也更明確地指出，GARCH 模型改善了利率模型對條件式波動度與峰態的解釋能力，且狀態轉換與跳躍 (Jumps) 模型提高了對利率邊際機率密度函數的配適度，但考量模型的複雜度以及實務運用的方便性，我們決定使用 Diebold and Li (2006)的模型來配適利率的動態行為。主要是因為這個模型具有相當大的彈性以解釋利率的動態行為，同時具備良好的樣本外預測能力，最重要的一點是實務界較能瞭解這個模型的特性並方便其應用於預測未來利率的走向。

3. 決定好全樣本模型後，我們根據這個模型進行樣本外預測，並評估模型的預測效果。

(二) 配適的結果

表 4.1 為在第一步驟中所估得之三百六十組參數估計值的敘述統計量。由各參數的平均數，標準誤，最大值與最小值可知，各參數的估計值皆呈現出狹幅震盪的現象。 $\hat{\beta}_1$ 的平均值為 2.34%，表示樣本期間內的長期利率都在這個水準上下狹幅震盪。 $\hat{\beta}_2$ 的估計值都是負值，平均數為-0.0097，表示長期利率通常比短期利率來的高。換言之，殖利率曲線是呈現正斜率的。代表中期因子的 $\hat{\beta}_3$ 則出現正負值都有的現象，表示在樣本期間內殖利率曲線有時會出現負曲度(curvature)的情形。最後， $\hat{\lambda}$ 的估計值則在 3.924 與 4.042 之間波動。

表 4.1.Diebold and Li 模型中各參數估計值的敘述性統計量

	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\lambda}$
平均數	0.023438	-0.0097	-0.0319	3.996374
標準誤	0.000136	0.000173	0.001434	0.001528
中間值	0.02362	-0.00874	-0.02893	4.004876
標準差	0.002579	0.00329	0.027218	0.028996
變異數	6.65E-06	1.08E-05	0.000741	0.000841
峰度	-0.90846	-0.85716	-1.09807	-0.57338
偏態	0.423542	-0.51183	-0.06328	-0.70828
範圍	0.009825	0.012104	0.11645	0.117949
最小值	0.019353	-0.0168	-0.08618	3.923945
最大值	0.029179	-0.0047	0.030266	4.041894
總和	8.437741	-3.49175	-11.4852	1438.695
個數	360	360	360	360

雖然上述的敘述統計量提供我們一些有關參數估計值在樣本期間內的平均特性，它們並無法適當的描繪各參數在這段期間內的動態行為，因此我們將各交易日參數估計值的時間序列彙整於圖 4.1。

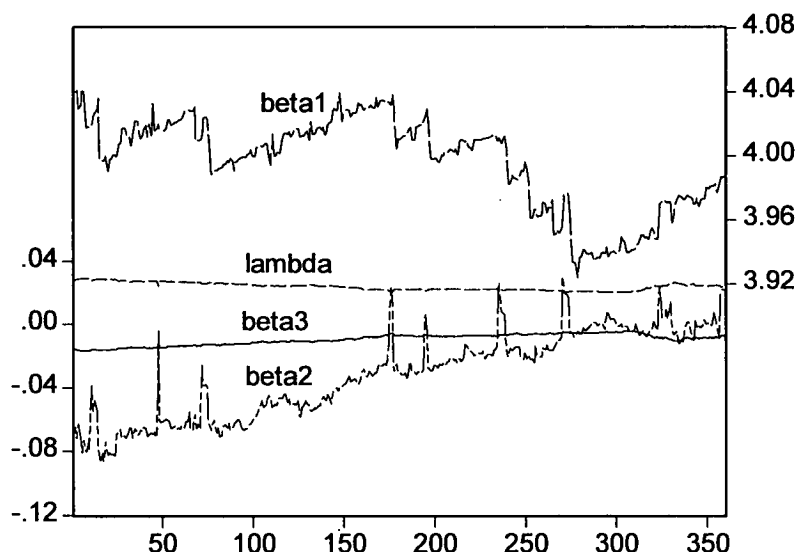


圖 4.1.各參數估計值的時間序列

由上圖可知， $\hat{\beta}_3$ 和 $\hat{\lambda}$ 表現得相當穩定，大概都在平均值上下狹幅波動，並無特別的趨勢，符合其敘述統計量所傳達的訊息。相對的， $\hat{\beta}_1$ 和 $\hat{\beta}_2$ 則顯示出某種趨勢，前者在樣本期間內有隨著時間而下降的趨勢，反映了近兩年來長期利率下降的現象；後者則是隨著時間而緩步上升。這些參數估計值的時間序列特性提供了我們接下來估計其最適時間序列模型一些相關訊息。

(三) 配適結果中參數的模型

首先，我們想確定這四個參數估計值的時間序列是恆定 (stationary) 序列，亦即並非含有單根。觀察它們的自我相關係數發現： $\hat{\beta}_1$ 和 $\hat{\beta}_2$ 的一階自我相關係數都大於 0.98，而且呈現緩慢下降的趨勢，表示這兩個參數估計值的時間序列有可能是非恆定的。類似的情形也發生在 $\hat{\beta}_3$ 和 $\hat{\lambda}$ 上，雖然它們的一階自我相關係數不如 $\hat{\beta}_1$ 和 $\hat{\beta}_2$ 來的高，但也有 0.94 以上的水準，而且也呈現出緩慢下降的趨勢，表示這兩個參數估計值的時間序列也有可能是非恆定的。雖然如此，我們還是必須進行單根檢定，以確認 $\hat{\beta}_1$ 、 $\hat{\beta}_2$ 、 $\hat{\beta}_3$ 和 $\hat{\lambda}$ 為非恆定時間序列。我們利用 ADF 單根檢定進行確認，在包含截距項以及同時包含截距項與時間趨勢項等兩種檢定模型下，ADF 檢定都在百分之五的顯著水準下無法拒絕存在單根的虛無假設。

在確認四個參數估計值為具有單根的時間序列後，我們進一步檢定它們之間具有共整合關係的可能性。Johansen (1988) 共整合檢定在百分之五的顯著水準下檢定出 $\hat{\beta}_1$ 、 $\hat{\beta}_2$ 、 $\hat{\beta}_3$ 和 $\hat{\lambda}$ 之間存在共整合關係，而且這個關係可以透過一個共整合向量來表達，此共整合向量為 $-0.00646 + \beta_{1,t-1} + 1.0961\beta_{2,t-1} - 0.04906\beta_{3,t-1} - 0.00198\lambda_{t-1}$ 。根據這個結果，我們進一步建構誤差修正模型 (error correction model) 解釋 $\hat{\beta}_1$ 、 $\hat{\beta}_2$ 、 $\hat{\beta}_3$ 和 $\hat{\lambda}$ 之間的動態互動關係，經由 SIC 標準所決定的最適模型如下：

$$\begin{bmatrix} \Delta\beta_{1,t} \\ \Delta\beta_{2,t} \\ \Delta\beta_{3,t} \\ \Delta\lambda_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.62 \times 10^{-5} \\ 2.40 \times 10^{-5} \\ 0.00031 \\ -0.00021 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.19326 \\ 0.14615 \\ 5.62133 \\ 1.31697 \end{bmatrix} \left[-0.00646 + \beta_{1,t-1} + 1.0961\beta_{2,t-1} - 0.04906\beta_{3,t-1} - 0.00198\lambda_{t-1} \right]$$

$$+ \begin{bmatrix} -0.29827 & -0.03085 & -0.00400 & -0.00090 \\ 0.28252 & 0.02975 & 0.00343 & 0.00102 \\ -0.98437 & -2.71198 & -0.06332 & 0.05665 \\ 3.74025 & 0.43656 & 0.33993 & -0.10878 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta_{1,t-1} \\ \Delta\beta_{2,t-1} \\ \Delta\beta_{3,t-1} \\ \Delta\lambda_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \\ \varepsilon_{4,t} \end{bmatrix}$$

$$\Delta\beta_{i,t} = \beta_{i,t} - \beta_{i,t-1}; \Delta\lambda_t = \lambda_t - \lambda_{t-1}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \\ \varepsilon_{4,t} \end{bmatrix} \equiv N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.61 \times 10^{-7} & -1.52 \times 10^{-7} & -2.43 \times 10^{-6} & -3.11 \times 10^{-7} \\ -1.52 \times 10^{-7} & 1.53 \times 10^{-7} & 2.15 \times 10^{-6} & 2.50 \times 10^{-7} \\ -2.43 \times 10^{-6} & 2.15 \times 10^{-6} & 6.45 \times 10^{-5} & 1.06 \times 10^{-5} \\ -3.11 \times 10^{-7} & 2.50 \times 10^{-7} & 1.06 \times 10^{-5} & 3.46 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \right) \quad (84)$$

(四) 整體配適結果的有效性檢驗

為了檢視模型的有效性，我們也針對上述的模型進行一期的樣本外預測能力的評估。我們的作法是先保留第一到第三百個觀察值，根據這三百個觀察值估計一個誤差修正模型，然後往前預測一期的參數值，再將這些預測值代入 Nelson-Siegel 模型畫出一條殖利率曲線。之後再加入第三百零一個觀察值，在估計模型並進行樣本外預測，最後又得到第三百零二期的殖利率曲線預測結果。我們重複同樣的步驟六十次，一直到最後一個觀測值為止。以下的圖 4.2、圖 4.3 和圖 4.4 三個圖便是預測結果的總結。由這六十條預測的殖利率曲線來看，樣本期間的最後六十天的殖利率曲線都呈現出凹性曲線 (concave) 的形狀，也就是長期利率一般都比短期利率來的高，而且長期利率大都維持在 2% 左右。整體而言，模型具有一定的樣本外預測能力，尚稱合理。之後，我們也會進行本模型的模擬分析，以產生一百條樣本外的殖利率曲線以供業界做為產品定價與風險控管的參考。

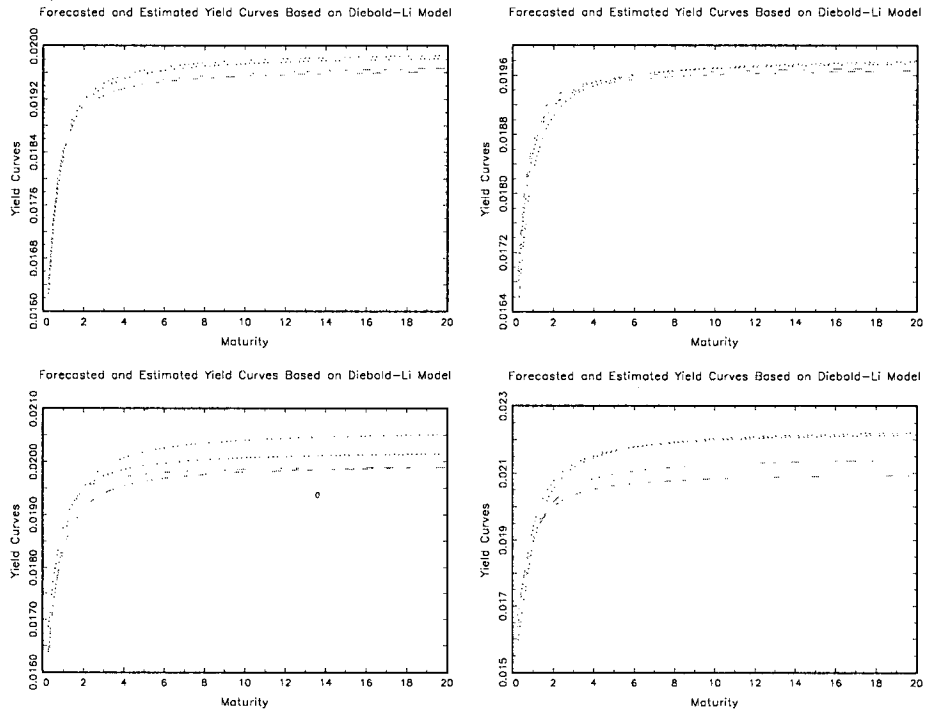


圖 4.2. Diebold and Li 模型的樣本外殖利率曲線預測值與實際觀測值之比較

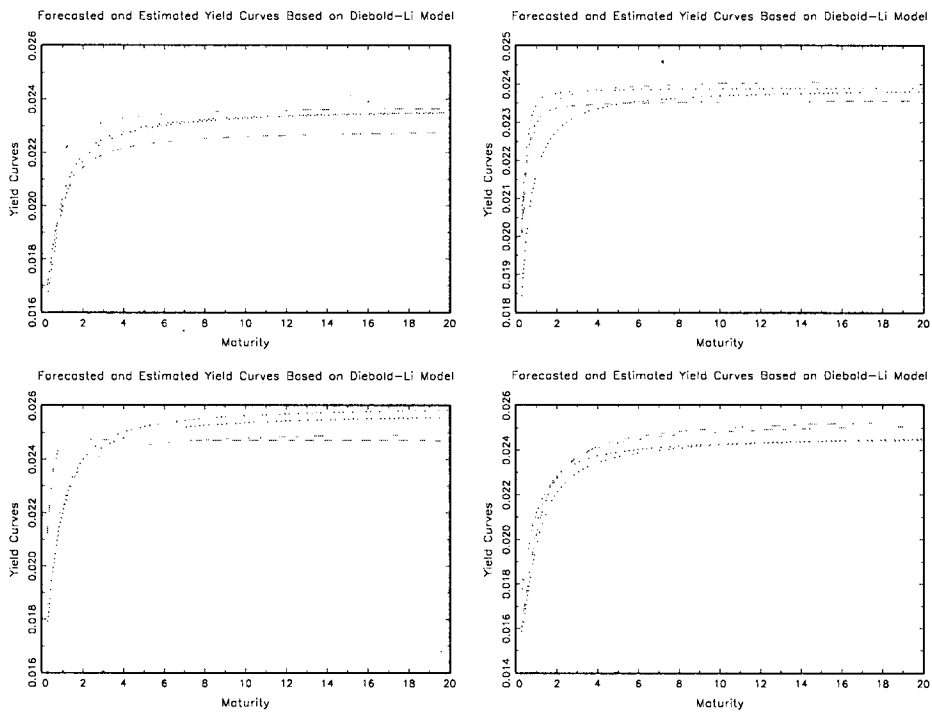


圖 4.3. Diebold and Li 模型的樣本外殖利率曲線預測值與實際觀測值之比較

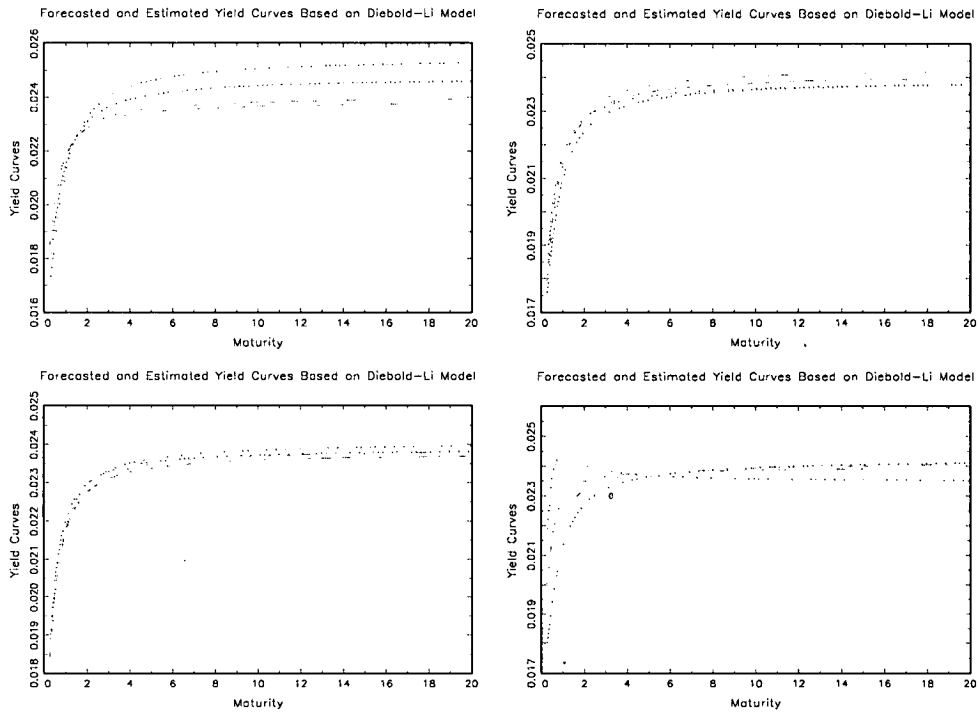


圖 4.4. Diebold and Li 模型的樣本外殖利率曲線預測值與實際觀測值之比較

第二節 適用於資產適足性測試的利率模型

測試資產適足性的利率模型是用來預測壽險公司將來 30 年或更長時間的資產適足性，所以需要較長時期的利率資料做配適，因此不適用上一節所使用的短期間公債資料，我們選擇 1982 年 3 月 12 日到 2006 年 1 月 6 日期間內的三十天期初級 CP2 利率週資料配適三十天期商業本票利率的動態模型；2002 年 1 月 18 日至 2005 年 3 月 25 日期間內的三十天、九十天、一百八十天、兩年期、五年期、十年期、十五年期以及二十年期的次級市場利率週資料配適短天期、長年期利差的動態模型。

一、模型的架構

經過對實際資料的整理與分析後，我們決定將這個模型分成三大部分：三十天期商業本票利率的動態模型、短天期利差的動態模型和長年期利差的動態模型。採取這個模型建構策略的主要原因是由於我們發現短天期利率與長年期利率呈現出迥異的相關結構，因此有必要針對這兩群利率估計不同的動態模型，以適切地描述其互動行為。

根據 2002 年 1 月 18 日至 2005 年 3 月 25 日期間內的三十天、九十天、一百八十天、兩年期、五年期、十年期、十五年期以及二十年期的次級市場利率週資料，我們估得其相關係數矩陣如下：

表 4.2.各天期利率的相關係數矩陣

	30天	90天	180天	2年期	5年期	10年期	15年期	20年期
30天	1.000000	0.969606	0.969567	0.891817	0.739850	0.681203	0.728714	0.792215
90天	0.969606	1.000000	0.998725	0.942800	0.801662	0.734596	0.778006	0.827153
180天	0.969567	0.998725	1.000000	0.940678	0.793074	0.722124	0.766324	0.820698
2年期	0.891817	0.942800	0.940678	1.000000	0.920463	0.850208	0.882048	0.905452
5年期	0.739850	0.801662	0.793074	0.920463	1.000000	0.971621	0.978013	0.954069
10年期	0.681203	0.734596	0.722124	0.850208	0.971621	1.000000	0.988795	0.943203
15年期	0.728714	0.778006	0.766324	0.882048	0.978013	0.988795	1.000000	0.970136
20年期	0.792215	0.827153	0.820698	0.905452	0.954069	0.943203	0.970136	1.000000

由表 4.2.可知，三十天期、九十天期、一百八十天期商業本票利率與兩年期公債利率之間的相關性頗高，往往達到 0.9 的水準。相對的，三十天期、九十天期、一百八十天期商業本票利率與五年以上較長年期利率之間的相關性就比較低

了，最高只不過在 0.8 左右。有趣的是，兩年期利率不但和短期利率之間存在密切關係，它同時和長年期利率也有相當高的關聯性。根據這個觀察，我們決定將兩年期利率當作關鍵變數以連結兩個模型，一個是關於短天期利率的模型，而另一個則是長年期利率模型。

除了上述的兩個模型之外，我們首先必須先估計三十天期商業本票利率的動態模型，然後再依照這個模型所模擬的三十天期商業本票利率時間序列來產生其他天期利率的模擬值。

二、短期利率模型

(一) 嘗試過的模型

在相關文獻已有許多關於短天期利率動態行為的模型，其中較重要的文章包括 Chan, Karolyi, Longstaff, and Sanders (1992)、Brenner, Harjes, and Kroner (1996)、Pagan, Hall, and Martin (1996)、Bali (1999)、Bali (2000a)、Bali (2000b)、Yan (2001)、Chapman and Pearson (2001)、Hong, Li, and Zhao (2004)、Christiansen (2005)等。經過仔細研讀並同時考量實務應用的方便性後，我們決定先嘗試估計 Brenner, Harjes, and Kroner [BHK] (1996)所建議的 TVP-LEVELS 模型與 AsymTVP 模型，同時也估計 Bali (2000b)所提出的 AGARCH 和 QGARCH 模型。

BHK 的 TVP-LEVELS 模型如下式：

$$r_t - r_{t-1} = \alpha + \beta r_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (85)$$

$$E(\varepsilon_t | I_{t-1}) = 0, \quad E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1}) \equiv \sigma_t^2 = \phi_t^2 r_{t-1}^{2\gamma}, \quad (86)$$

$$\phi_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + b \phi_{t-1}^2. \quad (87)$$

(85)式是有關短期利率水準的動態模型，該式表示當期的利率變動幅度會受到前一期利率水準的影響，一般而言兩者會成正比關係，亦即 $\beta > 0$ 。(86)式則是描述利率的條件式波動度 σ_t^2 的動態行為。它包含兩個部分，第一部份說明條件式波動度可能受到前一期利率水準的影響， $r_{t-1}^{2\gamma}$ ；文獻上的實證結果大多傾向接受此影響為正向的，亦即 $\gamma > 0$ 。最後，(87)則表示條件式波動度乃呈現 GARCH(1,1)的動態行為。AsymTVP 模型與 TVP-LEVELS 模型之間的差異只限於條件式波動度的動態行為。AsymTVP 模型假設利率條件式波動度可用下式表示：

$$\phi_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + a_2 \eta_{t-1}^2 + b \phi_{t-1}^2, \quad \eta_{t-1} = \min(\varepsilon_{t-1}, 0). \quad (88)$$

當 $a_2 > 0$ 時，(88)式認為市場有關利率的負面消息對利率波動度的影響程度比正面消息來的大。

三十天期商業本票利率的資料樣本期間為 1982 年 3 月 12 日到 2006 年 1 月 6 日，共有 1244 個三十天期商業本票初級市場利率的週觀測值。我們透過 BHK 所提供的 GAUSS 程式分別估計 TVP-LEVELS 模型與 AsymTVP 模型，但是經過嘗試許多組各參數的初始值後，我們發現雖然最適化過程都可以達到收斂的效

果，卻無法順利計算各參數估計值的標準誤²，因而無法判斷各參數估計值的統計顯著水準，所以我們最後決定放棄這兩個模型的估計。

接著我們也嘗試估計 Bali (2000b) 提出的 AGARCH 與 QGARCH 模型。

AGARCH 模型可表示如下：

$$r_t - r_{t-1} = (\alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \alpha_2 r_{t-1}^2 + \alpha_3 / r_{t-1}) + r_{t-1}^\gamma \varepsilon_t, \quad (89)$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} z_t \text{ and } z_t \sim N(0,1), \quad (90)$$

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 (\varepsilon_{t-1} + \tau)^2 + \beta_2 h_{t-1}. \quad (91)$$

在條件式波動度的動態行為方面，AGARCH 模型與 AsymTVP 模型相當類似，它們都假設負面消息和正面消息對利率波動度的影響程度不同，原則上前者的影響會比後者來得大，亦即 $\tau > 0$ 。但由(85)和(89)兩式可看出，AGARCH 模型的短期利率水準動態模型卻遠比 AsymTVP 模型來得複雜許多。AGARCH 模型假設短期利率的變動會受到前一期利率水準，前一期利率水準的平方以及倒數等三個因素所影響，因此 AGARCH 模型所假設的利率水準模型是一個相對複雜的非線性模型。參考 Bali 的實證結果可知，原則上 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 < 0, \alpha_3 > 0$ 。

QGARCH 模型對利率水準動態模型的假設與 AGARCH 模型相同，兩個模型的差異僅限於條件式波動模型。QGARCH 模型的條件式波動度模型如下式：

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 h_{t-1} + \gamma \varepsilon_{t-1}, \quad (92)$$

由(92)式可知，當 $\gamma > 0$ 時，有關利率水準的正面消息對利率波動度的影響會比負

² 雖然我們可以透過擷取最適化過程中所產生的 Hessian 矩陣和 Scores 矩陣來計算各參數估計值的標準誤，但由於參數數目頗多而且變數之間可能存在相當高的共線性，加上計算過程繁複，我們對此計算方法的精確度仍抱持懷疑態度。

面消息來得大；反之亦然。經由自行撰寫的 GAUSS 程式估計 AGARCH 與 QGARCH 模型時，我們面臨了估計 BHK 模型時的相同問題。換言之，最適化過程可順利收斂，但依然無法順利計算各參數估計值的標準誤，即使嘗試許多組初始值仍然無法解決這個問題，基於這個因素我們最後還是決定放棄估計 AGARCH 與 QGARCH 模型。

(二) 最後選取的模型

上述的模型估計經驗使得我們重新思考適合短期利率的動態模型。經參酌上述幾個模型的特點和相關文獻的發現以及考量實務的應用方便性後，我們決定嘗試估計由 Glosten, Jaganathan, and Runkle (1993)和 Zakoian (1994)同時提出的門檻 GARCH 模型 (Threshold GARCH Model)。在參考 AGARCH 模型的 (89) 式與門檻 GARCH 模型後，我們決定估計下列模型：

$$r_t - r_{t-1} = (\alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \alpha_2 r_{t-1}^2 + \alpha_3 / r_{t-1}) + \varepsilon_t, \quad (93)$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} z_t \text{ and } z_t \sim N(0,1), \quad (94)$$

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_3 \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1}^- + \beta_4 r_{t-1}, \quad (95)$$

其中當 $\varepsilon_t < 0$ 時， $I_t^- = 1$ ；否則， $I_t^- = 0$ 。如果 β_3 的估計值是大於零的話，表示有關利率的負面消息對利率波動度的影響比正面消息大。此外，我們也在 (95) 式中加入了前一期利率水準對波動度的影響³，通常 $\beta_4 > 0$ 。

³ 相關文獻普遍發現利率波動度與前一期利率水準呈現正比關係。換言之，當前一期的利率水準較高時，一般而言下一期的利率波動度也會變高。文獻中的模型習慣用 $r_{t-1}^{2\theta}$ 的方式來衡量此影響

使用三十天商業本票利率資料進行模型估計後，我們所估得的門檻 GARCH

模型如下：

$$r_t - r_{t-1} = \underbrace{-0.16335^{***}}_{(-2.798)} + \underbrace{0.04973^{***}}_{(3.055)} r_{t-1} - \underbrace{0.0048^{***}}_{(-3.598)} r_{t-1}^2 + \underbrace{0.15000^{***}}_{(2.711)} \frac{1}{r_{t-1}} + \varepsilon_t; \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \underbrace{-0.00042^{***}}_{(-6.297)} + \underbrace{0.89694^{***}}_{(173.210)} \sigma_{t-1}^2 + \underbrace{0.17431^{***}}_{(13.391)} \varepsilon_{t-1}^2 - \underbrace{0.14489^{***}}_{(-9.256)} \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1}^- + \underbrace{0.00035^{***}}_{(6.795)} r_{t-1}, \quad (96)$$

由(96)式可知，利率水準的變動是符合 Bali 所假設的非線性模型的，而且係數估計值的符號也符合預期。原則上，利率的變動程度會受到前一期利率水準的正面影響，但此影響程度會隨著利率的升高而逐漸下降。至於波動度模型方面，我們可發現 $\hat{\beta}_3 = -0.145 < 0$ ，亦即負面消息對利率波動度的影響是小於正面消息的。換言之，央行在不符合市場預期下而升息的話，利率的波動度變化的程度會比宣布降息時來得大。最後，我們發現 $\beta_4 = 0.0004 > 0$ ，亦即前一期的利率水準越高，下一期的利率條件式波動度也會越高，這個結果和相關文獻相吻合的。

(三) 模型配適度檢驗

估計完門檻 GARCH 模型後，我們進行了一些模型配適度的檢定。我們發現

在百分之五的統計水準下，Engle 的 R^2 檢定統計量無法拒絕殘差項不具有 ARCH

程度，但相關研究對於 θ 值得大小卻仍有爭論。許多早期的研究往往估得高於 0.5 許多的 θ 值，但也有一些研究發現其實 θ 值非常接近 1。為了將模型簡單化以提高實務應用性起見，我們決定假設 θ 值為 1。我們相信這樣的假設並不會影響模型的解釋能力，由實際估得的模型來看，這個假設可以成立。

性質的虛無假設，表示這個模型的配適能力通過考驗。我們也計算了條件波動度的樣本內預測值，結果呈現在圖 4.3。觀察該圖可發現：利率波動度也是呈現叢聚(clustering)的現象。當利率波動度變大(小)時，通常高(低)波動度會維持一段時間。

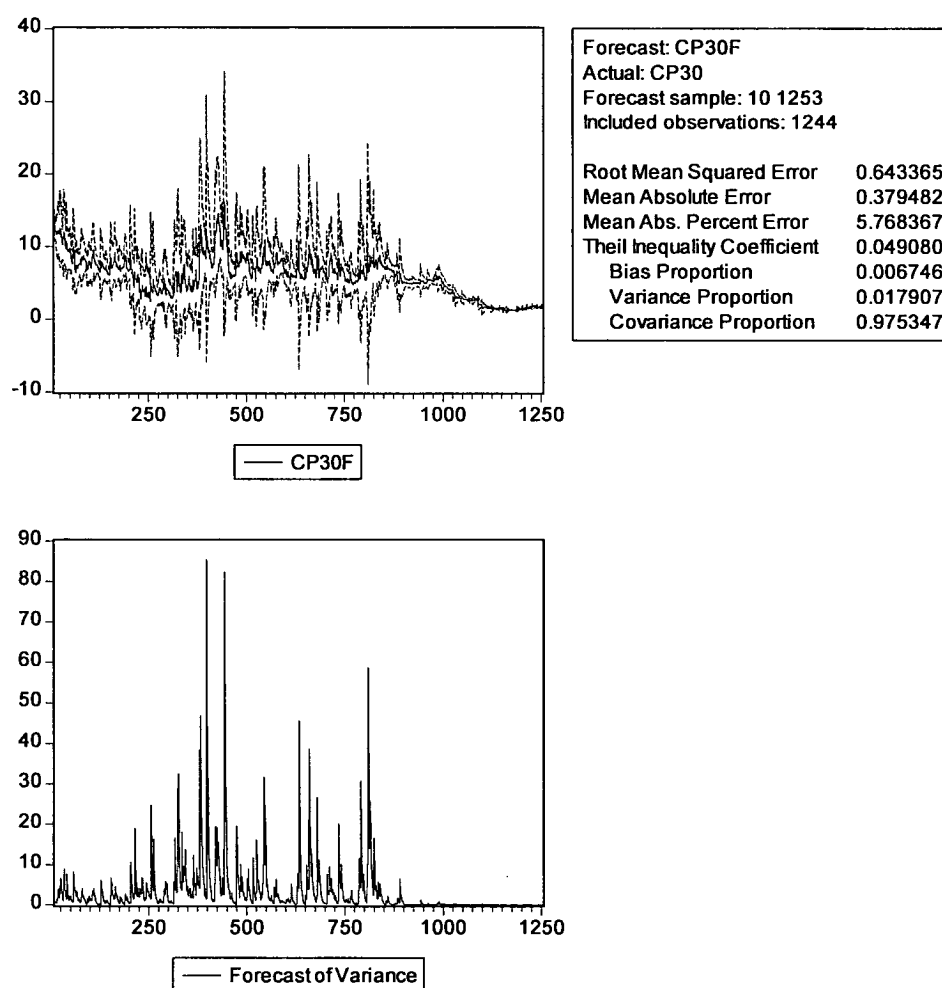


圖 4.3. 門檻 GARCH 模型條件式波動度樣本內預測值

圖 4.4. 則顯示門檻 GARCH 模型的利率水準樣本內預測值。圖中的 CP30F

代表根據門檻 GARCH 模型所產生的三十天商業本票利率水準的樣本內預測值，這些預測值乃由紅色線條顯示，而黑色線條則代表原始的觀測值。由紅黑兩條現呈現亦步亦趨的現象來判斷，門檻 GARCH 模型應該具有良好的資料配適能力，可供我們作為短期利率的基準模型（benchmark model）。

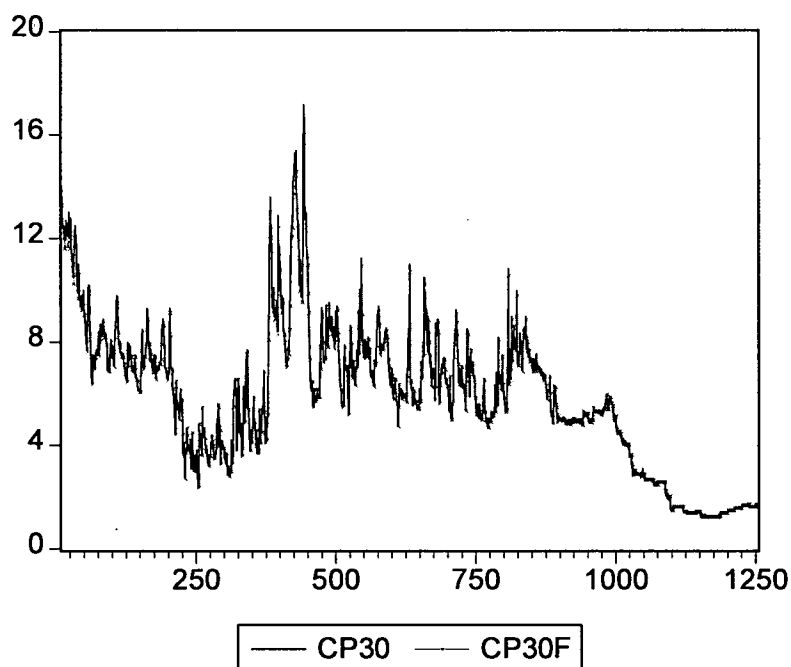


圖 4.4. 門檻 GARCH 模型的利率水準樣本內預測值

三、短天期利差模型

(一) 模型的建立

估計完三十天期商業本票利率模型之後，我們必須將此短期利率的動態行為與其他較長年期的利率水準連結起來。經過前述的相關性分析後，我們發現較短

天期的利率和較長年期的利率各自形成相關性較高的集團，有趣的是其中以兩年期的債券利率與這兩個集團的各天期利率有較高的相關性。因此，我們決定先測試這兩個集團的特性後，再決定適當的模型以進行後續的估計工作。

首先我們先針對三十天期、九十天期、一百八十天期以及兩年期利率進行單根檢定。根據 ADF 單根檢定的統計量，我們發現這四種利率的時間序列皆呈現具備單根的性质。由此結果，我們直覺地進一步檢定這些利率之間是否存在共整合關係，Johansen 共整合檢定的結果是否定的。因此，我們嘗試估計九十天期利率、一百八十天期利率與兩年期利率和三十天期利率之間利差的動態行為，因為我們發現：雖然四種利率都有單根性質，但它們的利差時間序列卻呈現恆定的現象。

根據測試結果，我們決定以 ARMA(p,q)模型來解釋這些利差的動態行為。

根據 2002 年 1 月 18 日至 2005 年 3 月 25 日期間內的三十天、九十天、一百八十天及兩年期的次級市場利率週資料，我們所估得的模型如下：

$$r_t^{90} - r_t^{30} = \underset{(106.987)}{0.992217^{***}} (r_{t-1}^{90} - r_{t-1}^{30}) + \varepsilon_t^{90}; \varepsilon_t^{90} = \underset{(-3.755)}{-0.282585^*} \varepsilon_{t-1}^{90} + \eta_t^{90}; \eta_t^{90} \sim N(-0.003886, 0.066381^2)$$

$$r_t^{180} - r_t^{30} = \underset{(98.581)}{0.990719^{***}} (r_{t-1}^{180} - r_{t-1}^{30}) + \varepsilon_t^{180}; \varepsilon_t^{180} = \underset{(-3.657)}{-0.276359^*} \varepsilon_{t-1}^{180} + \eta_t^{180}; \eta_t^{180} \sim N(-0.00422, 0.06753^2)$$

$$r_t^{2yr} - r_t^{30} = \underset{(54.40)}{0.969508^{***}} (r_{t-1}^{2yr} - r_{t-1}^{30}) + \varepsilon_t^{2yr}; \varepsilon_t^{2yr} = \underset{(-2.466)}{-0.195122^*} \varepsilon_{t-1}^{2yr} + \eta_t^{2yr}; \eta_t^{2yr} \sim N(-0.007995, 0.100247^2)$$

由上述的估計結果可知，九十天期與三十天期的利差以及一百八十天期與三

十天期的利差都可配適為 ARMA (1,1) 模型，而兩年期與三十天期的利差則可以 ARMA (1,0) 模型來配適。

(二) 模型配適度檢驗

我們也針對這些模型的配適度進行檢定，主要的重點在於檢定是否殘差項內仍遺留顯著的自我相關性以及 ARCH 特性。因為這些模型的調整後 R^2 都高於七成五，我們不難發現檢定殘差自我相關性的 Ljung-Box 檢定統計量都在百分之五的顯著水準下接受了無明顯自我相關性的虛無假設，同時 Engle 的 R^2 檢定也無法拒絕無殘留 ARCH 特性的虛無假設。總而言之，上述的三個模型都通過了模型配適度的檢定。

圖 4.5、圖 4.6 和圖 4.7 則呈現這些模型對九十天期、一百八十天期以及兩年期利率的樣本內預測值。由這些圖不難看出，這三個模型確實具備相當良好的資料配適能力。這個結果也增強了我們未來利用這些模型來模擬短期利率動態行為的信心。

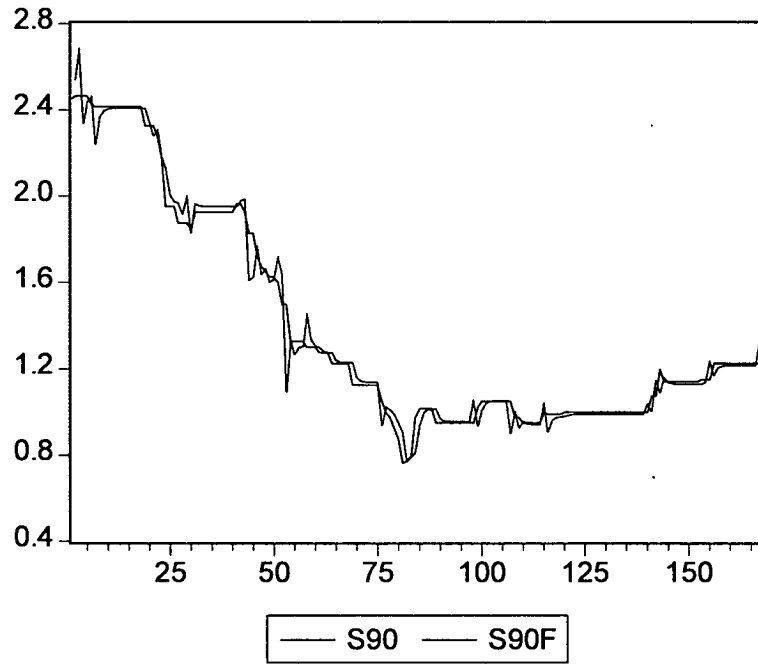


圖 4.5.九十天期商業本票利率 ARMA (1,1) 模型的樣本內預測值

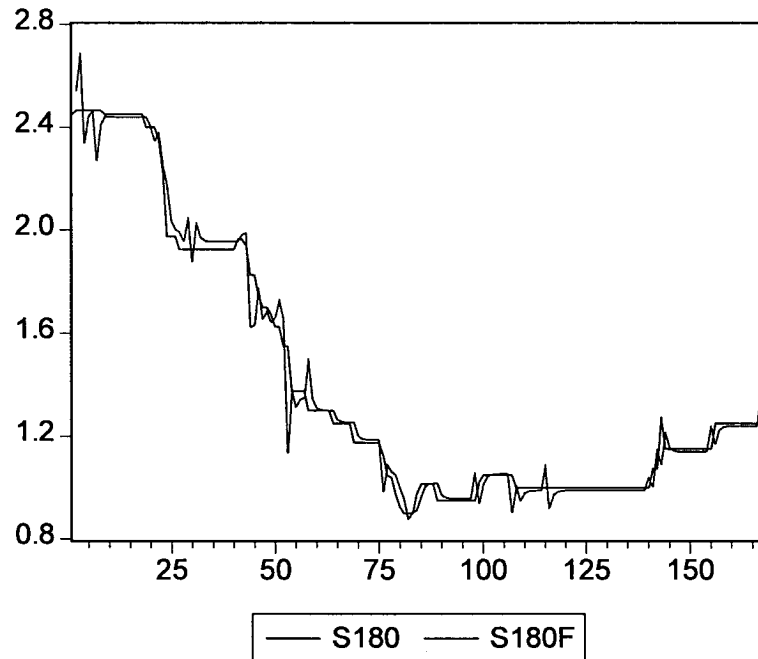


圖 4.6.一百八十天期商業本票利率 ARMA (1,1) 模型的樣本內預測值

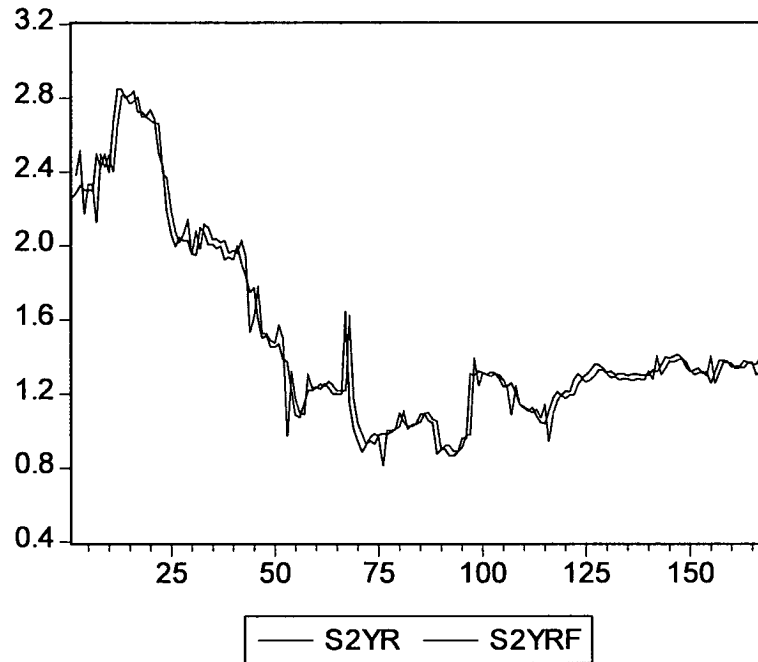


圖 4.7.兩年期商業本票利率 ARMA (0,1) 模型的樣本內預測值

四、長年期利差模型

(一) 初步的模型

關於較長年期利率集團的特性測試方面，我們發現兩年期、五年期、十年期、十五年期以及二十年期的次級市場利率皆具有單根性質，而且這些利率之間也存在著共整合關係，這個共整合關係可經由一個共整合向量來表示，該向量為 $2.06288 + r_t^{2yr} - 1.82650^{**} r_t^{5yr} - 6.02906^{***} r_t^{10yr} + 10.10843^{***} r_t^{15yr} - 4.21200^{***} r_t^{20yr}$ 。依照共整合檢定的結果，我們進一步估計這些利率的誤差修正模型 (Error Correction Model)，最後估得誤差修正模型如下 (將不顯著的係數令之為零後)：

$$\Delta r_t^{2yr} = \underset{(4.502)}{0.45685^{***}} \Delta r_{t-1}^{5yr} + \underset{(3.943)}{0.41748^{***}} \Delta r_{t-1}^{15yr} - \underset{(-6.679)}{0.54261^{***}} \Delta r_{t-1}^{20yr} + \xi_t^{2yr},$$

$$\Delta r_t^{5yr} = \underset{(2.648)}{0.20889^{***}} \Delta r_{t-1}^{2yr} + \xi_t^{5yr},$$

$$\Delta r_t^{10yr} = \underset{(2.195)}{0.21981^{***}} \Delta r_{t-1}^{2yr} + \underset{(2.008)}{0.29767^{**}} \Delta r_{t-1}^{15yr} + \xi_t^{10yr},$$

$$\Delta r_t^{15yr} = \underset{(-3.265)}{-0.03315^{***}} CV_{t-1} + \underset{(3.691)}{0.29598^{***}} \Delta r_{t-1}^{2yr} + \underset{(1.966)}{0.23442^{**}} \Delta r_{t-1}^{15yr} + \xi_t^{15yr},$$

$$\Delta r_t^{20yr} = \underset{(3.452)}{0.31854^{***}} \Delta r_{t-1}^{2yr} - \underset{(-2.532)}{0.26548^{***}} \Delta r_{t-1}^{20yr} + \xi_t^{20yr},$$

$$CV_{t-1} = 2.06288 + r_{t-1}^{2yr} - \underset{(-2.324)}{1.82650^{**}} r_{t-1}^{5yr} - \underset{(-5.092)}{6.02906^{***}} r_{t-1}^{10yr} + \underset{(6.376)}{10.10843^{***}} r_{t-1}^{15yr} - \underset{(-5.133)}{4.21200^{***}} r_{t-1}^{20yr},$$

$$\begin{bmatrix} \xi_t^{2yr} \\ \xi_t^{5yr} \\ \xi_t^{10yr} \\ \xi_t^{15yr} \\ \xi_t^{20yr} \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.00503 & 0.00172 & 0.00135 & 0.00146 & 0.00189 \\ 0.00172 & 0.00612 & 0.00510 & 0.00421 & 0.00361 \\ 0.00135 & 0.00510 & 0.00986 & 0.00581 & 0.00475 \\ 0.00146 & 0.00421 & 0.00581 & 0.00632 & 0.00444 \\ 0.00189 & 0.00361 & 0.00475 & 0.00444 & 0.00838 \end{bmatrix} \right)$$

這個誤差修正模型也通過了殘差項自我相關性的檢定，表示它具備不錯的資料配適能力。我們提供了誤差修正模型的衝擊反應分析於圖 4.8。衝擊反應分析在測度每一個自變數對於自身以及其他自變數發生相當於一個標準差大小的正的衝擊時，其反應的程度隨著時間而改變的狀況。如果其中幾個自變數對整個模型而言是重要的話，那麼其他變數對它的衝擊就會產生較明顯的反應。

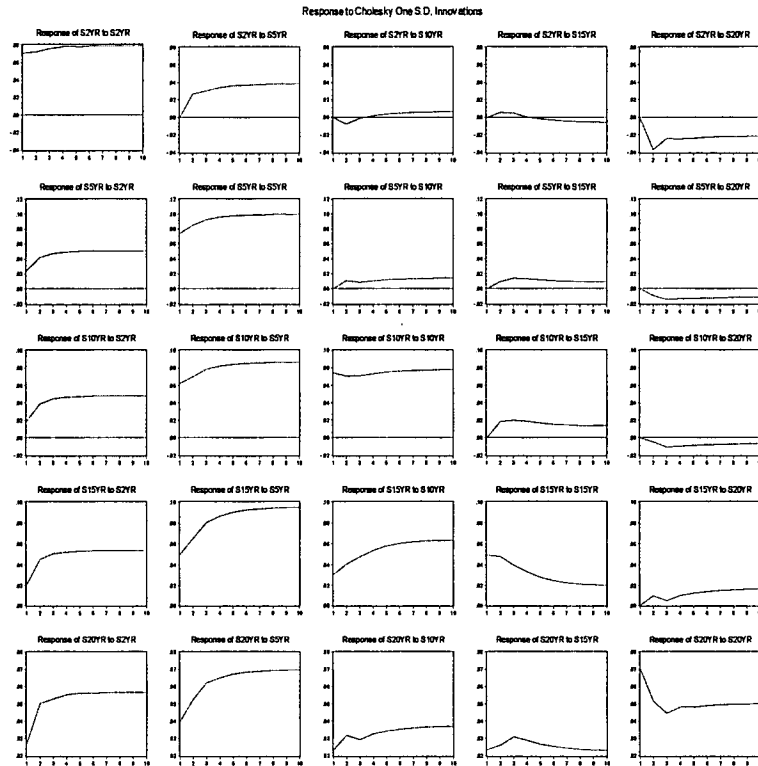


圖 4.8. 誤差修正模型的衝擊反應分析

由圖 4.8. 的第一行和第二行可看出，當兩年期利率以及五年期利率發生一個標準差的正面衝擊時（可能是好消息），其本身與其他年期的利率皆呈現正面且非常顯著的迅速反應。同理由第三欄可觀察到，當十年期利率發生一個標準差的正面衝擊時（可能是好消息），其本身與十五年期的利率皆呈現正面且非常顯著的迅速反應，而兩年期、五年期和二十年期的利率則為發生明顯的反應。至於十五年期與二十年期的衝擊分析則顯示它們對其他利率的影響並不大。上述分析指出，就較長年期的利率而言，兩年期、五年期以及十年期等三種利率較十五年期與二十年期來得重要許多。

(二) 修正後的模型

由於在短天期利差模型中已經產生兩年期利率，而長年期利差初步模型也有兩年期利率，為了避免模型內的不一致性，我們最後決定將兩年期利率當作外生變數的狀況下，重新估計五年期、十年期、十五年期和二十年期利率的誤差修正模型，最後估得的模型如下：

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t^{5yr} \\ \Delta r_t^{10yr} \\ \Delta r_t^{15yr} \\ \Delta r_t^{20yr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.013242^{***} \\ 0 \end{bmatrix} CV_{t-1} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25927^* & 0 \\ 0 & 0 & 0.23483^{**} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.26730^{***} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_{t-1}^{5yr} \\ \Delta r_{t-1}^{10yr} \\ \Delta r_{t-1}^{15yr} \\ \Delta r_{t-1}^{20yr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.21177^{***} \\ 0.21619^{**} \\ 0.27967^{***} \\ 0.31974^{***} \end{bmatrix} \Delta r_{t-1}^{2yr} + \begin{bmatrix} \zeta_t^{5yr} \\ \zeta_t^{10yr} \\ \zeta_t^{15yr} \\ \zeta_t^{20yr} \end{bmatrix}$$

$$CV_{t-1} = -3.76238 + r_{t-1}^{5yr} + 15.82547^{***} r_{t-1}^{10yr} - 33.96763^{***} r_{t-1}^{15yr} + 8.54844^{***} r_{t-1}^{20yr},$$

(6.022) (1.728) (1.931) (-2.543) (2.704) (2.184) (3.488) (3.490)

$$\begin{bmatrix} \zeta_t^{5yr} \\ \zeta_t^{10yr} \\ \zeta_t^{15yr} \\ \zeta_t^{20yr} \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.00612 & 0.00508 & 0.00420 & 0.00361 \\ 0.00508 & 0.00978 & 0.00588 & 0.00475 \\ 0.00420 & 0.00588 & 0.00642 & 0.00443 \\ 0.00361 & 0.00475 & 0.00443 & 0.00838 \end{bmatrix} \right)$$

(三) 模型配適度檢驗

這個誤差修正模型也通過了殘差項自我相關性的檢定，表示它也具備不錯的資料配適能力。除此之外，我們也提供了上述誤差修正模型的衝擊反應分析於圖

4.9。

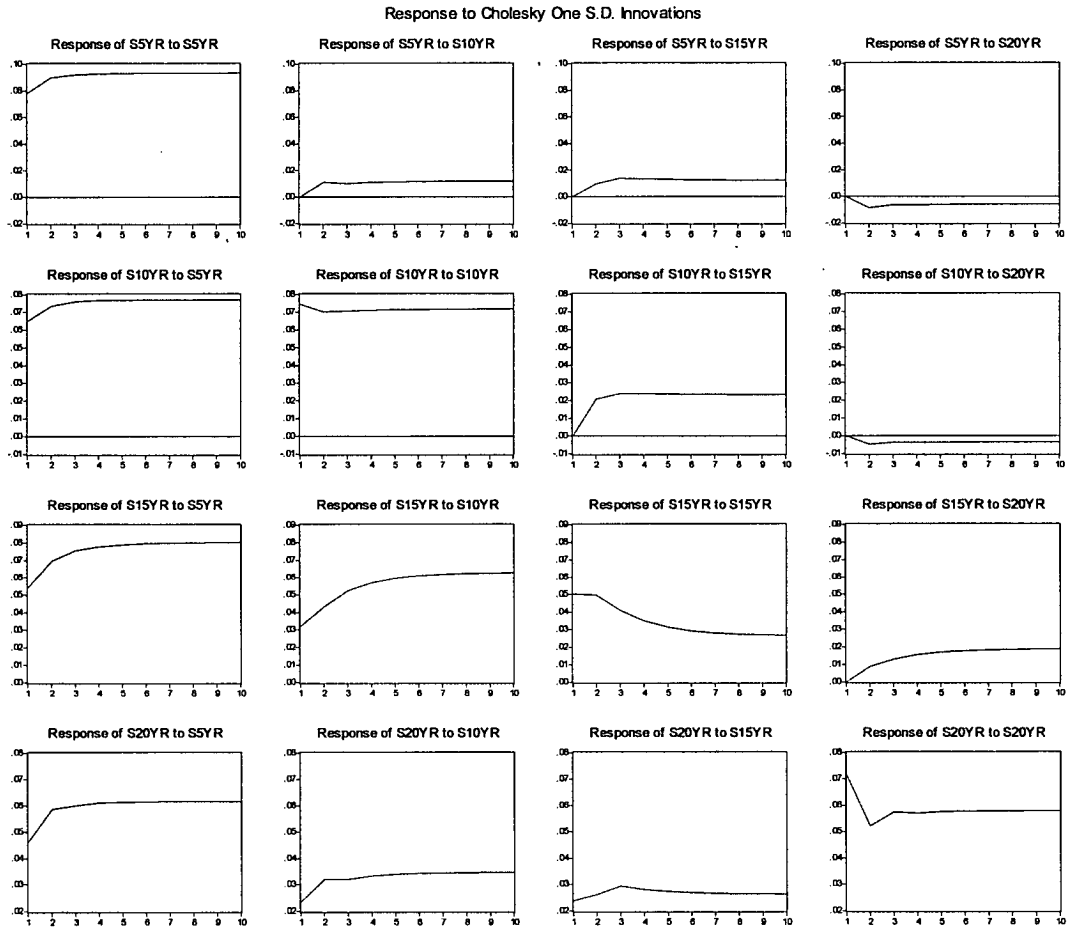


圖 4.9. 誤差修正模型的衝擊反應分析

由圖 4.9. 可發現五年期與十年期利率仍然居於相對重要的地位，因為其它天期利率會針對它們的衝擊產生較明顯的反應。相對的，十五年期與二十年期的衝擊並未造成其他天期利率的顯著影響。此外，由模型中兩年期利率之係數的顯著程度來判斷，我們原先決定以兩年期利率為關鍵變數來連結短天期利率模型與長年期利率模型的策略是正確的。

第五章 模型程式與介面操作說明

第一節 計算公平價值與風險的利率模型

一、模型程式功能說明

計算公平價值與風險的利率模型分成三個模型：計算公平價值的風險中立模型、計算公平價值風險的真實測度模型、計算公平價值風險的風險中立測度模型，以下說明三個模型個別的功能。

計算公平價值的風險中立模型程式主要是利用 Hull-White 模型，模擬出未來 100 年風險中立的利率期間結構。程式的輸入為期初的利率期間結構，程式的輸出為未來 100 年風險中立利率期間結構的情境。

計算公平價值風險的真實測度模型程式主要是在真實測度下模擬未來短期內 1 個月、3 個月、6 個月、1 年利率期間結構的可能情境。此模型的輸入為 30 天、90 天、180 天、360 天及欲模擬的情境次數，輸出為不同情境下未來每一天的利率期間結構。

計算公平價值風險的風險中立測度模型程式以計算公平價值風險的真實測度模型程式輸出為其輸入，利用 Hull-White 模型，模擬未來 100 年風險中立利率期間結構的可能情境。所以程式的輸出為，在每一個情境下，未來 100 年的利率期間結構。

二、模型程式介面操作說明

(一) 計算公平價值的風險中立模型

模型所需輸入的參數是期初之利率期間結構，如圖 5.1.所示。

1 Month Interest Rate	0.8102
3 Month Interest Rate	0.2658
6 Month Interest Rate	0.3845
1 Year Interest Rate	1.1391
2 Year Interest Rate	1.9962
3 Year Interest Rate	2.3293
5 Year Interest Rate	2.5975
10 Year Interest Rate	2.7988
15 Year Interest Rate	2.6658
20 Year Interest Rate	2.6994
30 Year Interest Rate	2.9329

輸出至文字檔
 輸出至Excel檔
 顯示圖片

模擬

圖 5.1. 計算公平價值的風險中立模型程式輸入畫面

輸入期初利率期間結構後，選擇輸出格式並按"模擬"鍵，程式將產生一萬條未來 100 年風險中立利率期間結構的情境。輸出格式包含文字檔、Excel 檔以及 3D 圖形。

文字檔與 Excel 檔會出現在放置程式的資料夾裡。對文字檔格式而言，每一情境會對應到一個文字檔，如"rate8.txt"為第八次利率期間結構的情境，文字檔開啟後如圖 5.2.所示，其中第一行是年數，總共模擬了 100 年，而每一列代表的

是該年的利率期間結構。

Years	1-Month	3-Month	6-Month	1-Year	2-Year	3-Year	5-Year	10-Year	15-Year
0	0.8102%	0.2858%	0.3845%	1.1391%	1.9942%	2.3293%	2.5975%	2.7988%	2.8658%
1	0.1000%	0.1000%	0.1000%	0.4658%	1.1880%	1.4657%	1.6893%	1.8570%	1.9129%
2	0.5549%	0.1000%	0.1000%	0.6894%	1.9693%	2.4726%	2.8784%	3.1827%	3.2842%
3	0.6315%	0.1000%	0.1000%	0.7702%	1.7597%	2.1459%	2.4570%	2.6903%	2.7681%
4	0.5039%	0.1000%	0.1234%	0.8689%	1.7089%	2.0351%	2.2978%	2.4948%	2.5605%
5	0.9130%	0.3138%	0.3906%	1.1814%	2.0957%	2.4523%	2.7396%	2.9551%	3.0270%
6	0.4366%	0.1360%	0.2886%	0.9184%	1.5949%	1.8553%	2.0650%	2.2222%	2.2747%
7	1.1380%	0.5059%	0.5824%	1.4089%	2.3681%	2.7426%	3.0443%	3.2707%	3.3461%
8	0.4529%	0.2853%	0.4619%	1.0010%	1.5544%	1.7657%	1.9358%	2.0633%	2.1059%
9	0.1000%	0.1000%	0.1000%	0.3830%	1.2512%	1.5860%	1.8556%	2.0578%	2.1252%
10	0.2374%	0.1000%	0.1000%	0.4184%	1.8398%	2.3964%	2.8448%	3.1813%	3.2934%
11	0.5225%	0.1000%	0.1000%	0.5600%	1.7007%	2.2716%	2.6590%	2.9496%	3.0465%
12	0.9666%	0.2631%	0.3201%	1.1693%	2.1569%	2.5413%	2.8509%	3.0832%	3.1606%
13	2.1017%	1.6612%	1.7420%	2.3632%	3.0619%	3.3322%	3.5499%	3.7131%	3.7675%
14	1.7976%	2.2557%	2.5219%	2.6012%	2.5616%	2.5394%	2.5213%	2.5078%	2.5032%
15	1.6700%	2.1641%	2.5026%	2.6916%	2.7440%	2.7555%	2.7644%	2.7711%	2.7733%
16	2.4926%	2.6280%	2.8453%	3.1531%	3.4083%	3.5019%	3.5771%	3.6335%	3.6523%
17	2.9869%	3.5040%	3.7397%	3.6965%	3.5275%	3.4559%	3.3981%	3.3547%	3.3402%
18	3.7556%	4.7142%	5.0258%	4.6904%	4.1397%	3.9181%	3.7394%	3.6054%	3.5608%
19	4.8702%	6.3210%	6.6810%	5.9565%	4.9311%	4.5255%	4.1989%	3.9539%	3.8722%
20	5.9563%	8.1205%	8.5588%	7.2931%	5.6080%	4.9474%	4.4157%	4.0168%	3.8838%
21	5.6380%	8.8019%	9.4308%	7.5934%	5.1780%	4.2359%	3.4778%	2.9092%	2.7196%
22	5.8276%	8.9006%	9.5884%	7.9302%	5.6726%	4.7861%	4.0725%	3.5372%	3.3588%
23	5.2701%	8.3459%	9.0098%	7.3151%	5.0372%	4.1453%	3.4274%	2.8890%	2.7095%
24	5.0630%	7.7746%	8.4205%	7.0283%	5.0934%	4.3312%	3.7175%	3.2572%	3.1037%
25	5.3560%	7.8057%	8.3722%	7.0779%	5.2942%	4.5921%	4.0267%	3.6026%	3.4613%
26	6.2346%	8.7441%	9.2681%	7.8425%	5.9371%	5.1908%	4.5901%	4.1395%	3.9893%
27	6.8991%	10.0172%	10.5878%	8.6834%	6.2220%	5.2642%	4.4935%	3.9155%	3.7228%
28	7.2544%	10.9241%	11.5854%	9.3310%	6.4297%	5.3820%	4.3946%	3.7140%	3.4872%
29	6.7650%	10.8527%	11.6164%	9.1693%	6.0056%	4.7759%	3.7867%	3.0448%	2.7974%
30	7.1678%	10.8504%	11.5820%	9.4342%	6.6061%	5.5020%	4.6135%	3.9471%	3.7249%
31	7.5739%	11.3016%	11.9499%	9.6223%	6.6500%	5.4963%	4.5683%	3.8722%	3.6402%
32	8.2563%	12.2617%	12.9304%	10.3811%	7.1503%	5.8981%	4.8909%	4.1354%	3.8836%
33	8.8957%	13.3838%	14.0771%	11.1403%	7.4772%	6.0627%	4.9252%	4.0719%	3.7875%
34	10.9598%	15.6678%	16.3074%	13.0743%	9.1145%	7.5903%	6.3648%	5.4456%	5.1393%
35	12.6963%	18.6173%	19.2077%	14.8604%	9.7586%	7.8156%	6.2546%	5.0837%	4.6934%
36	14.5877%	21.7273%	22.3880%	17.1143%	10.9962%	8.6743%	6.8093%	5.4104%	4.9441%

圖 5.2. 計算公平價值的風險中立模型文字檔輸出畫面

對 Excel 檔格式而言，每一情境對應到的都是一個 sheet，如 "sheet8" 為第八次利率期間結構的情境，而每一 sheet 都如圖 5.3. 所示，其各行列數值代表意義與文字檔格式說明相同。3D 圖形輸出如圖 5.4.，X 軸代表到期期間，單位為年、Y 軸為模擬年數、Z 軸為利率，單位為(%)。

Microsoft Excel - rate.xls

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 插入(I) 格式(O) 工具(T) 資料(D) 視窗(W) 說明(H) Adobe PDF(P)

新加坡明報 - 12 - B / 11 匯豐銀行 \$ % 利率 100%

匯豐銀行 渣打銀行 荷蘭銀行 德意志銀行 日本銀行 法國銀行 英國銀行 荷蘭銀行 日本銀行 匯豐銀行

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Years		1-Month	3-Month	6-Month	1-Year	2-Year	3-Year	5-Year	10-Year	15-Year	20-Year	30-Year
2													
3	0		0.81	0.29	0.38	1.14	2.00	2.33	2.60	2.80	2.87	2.90	2.93
4	1		0.49	0.00	0.10	0.82	1.63	1.95	2.20	2.39	2.46	2.49	2.52
5	2		1.63	0.91	0.94	1.75	2.71	3.08	3.38	3.61	3.69	3.72	3.76
6	3		3.02	2.81	2.85	3.17	3.52	3.66	3.77	3.85	3.88	3.89	3.90
7	4		3.62	4.52	4.77	4.37	3.77	3.53	3.34	3.20	3.15	3.12	3.10
8	5		4.35	5.88	6.28	5.53	4.46	4.04	3.69	3.44	3.35	3.31	3.27
9	6		4.21	6.31	6.82	5.74	4.23	3.63	3.16	2.80	2.68	2.62	2.56
10	7		4.08	6.13	6.67	5.70	4.30	3.74	3.29	2.96	2.85	2.79	2.73
11	8		3.22	5.22	5.76	4.87	3.55	3.03	2.61	2.30	2.19	2.14	2.09
12	9		2.14	3.66	4.19	3.73	2.91	2.58	2.32	2.12	2.05	2.02	1.98
13	10		1.13	1.90	2.32	2.39	2.26	2.19	2.14	2.10	2.09	2.08	2.08
14	11		0.86	0.78	1.01	1.58	2.14	2.36	2.53	2.66	2.70	2.72	2.74
15	12		0.65	0.23	0.37	1.08	1.86	2.16	2.41	2.59	2.65	2.68	2.71
16	13		0.96	0.40	0.50	1.28	2.17	2.51	2.79	2.99	3.06	3.10	3.13
17	14		2.27	1.75	1.79	2.43	3.17	3.45	3.68	3.85	3.91	3.94	3.97
18	15		3.71	3.94	4.06	4.08	4.04	4.02	4.01	4.00	3.99	3.99	3.99
19	16		4.65	6.03	6.35	5.61	4.59	4.19	3.87	3.63	3.55	3.51	3.47
20	17		6.20	8.26	8.67	7.46	5.85	5.22	4.72	4.34	4.21	4.15	4.08
21	18		6.35	9.50	10.04	8.06	5.54	4.57	3.79	3.20	3.00	2.90	2.81
22	19		7.67	10.96	11.55	9.53	6.92	5.91	5.09	4.48	4.28	4.18	4.07
23	20		0.70	13.51	14.00	11.35	8.11	6.86	5.86	5.11	4.86	4.73	4.61

NUM

圖 5.3. 計算公平價值的風險中立模型 Excel 檔輸出畫面

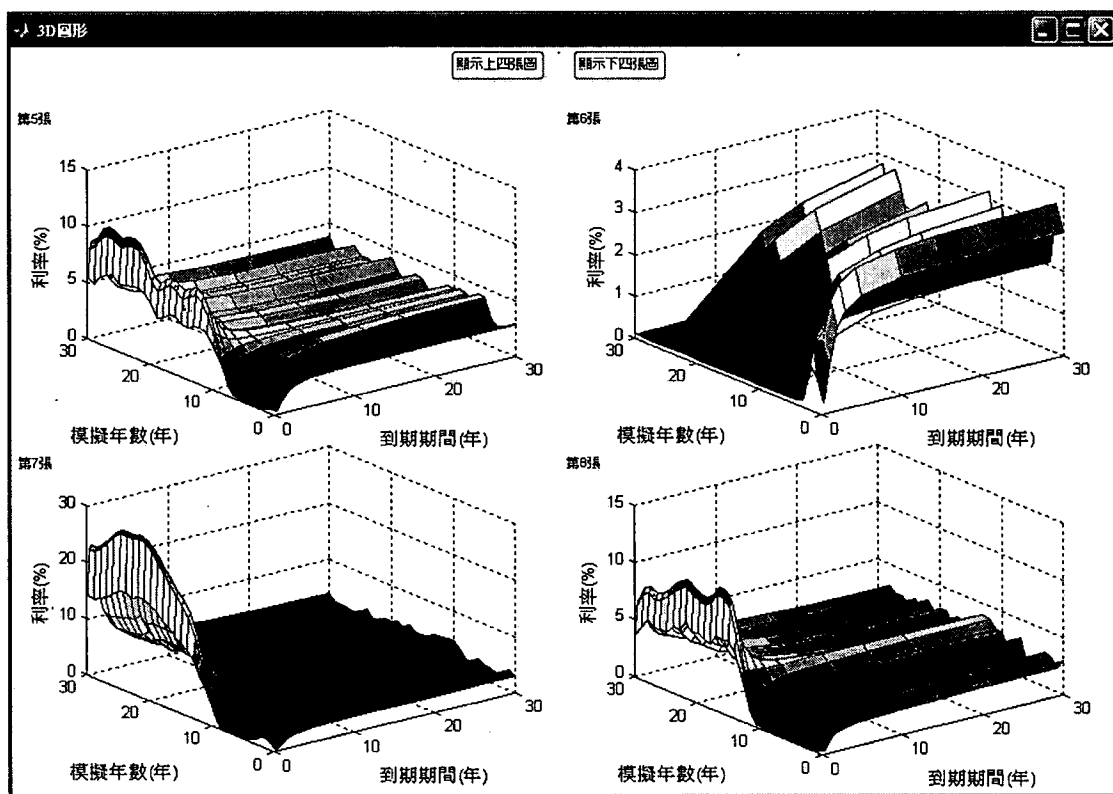


圖 5.4. 計算公平價值的風險中立模型圖形輸出畫面

(二) 計算公平價值風險的真實測度模型

模型所需輸入的參數為欲模擬的情境次數及個別輸入 30 天、90 天、180 天、360 天來模擬，圖 5.5.以輸入 30 天為例。

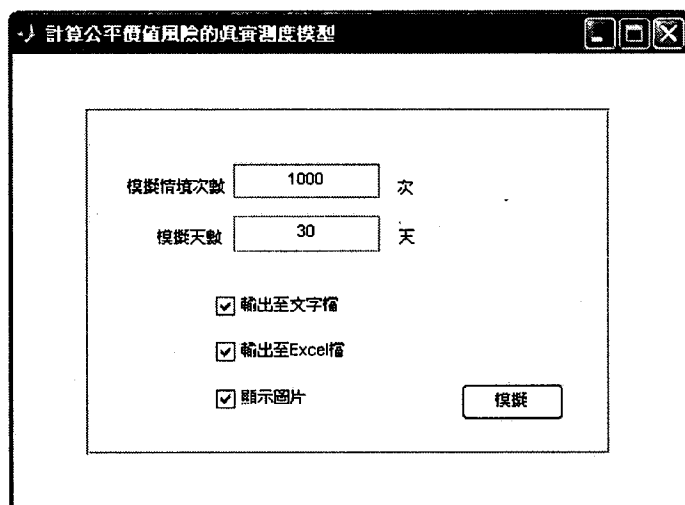


圖 5.5. 計算公平價值風險的真實測度模型程式輸入畫面

輸入 1000 次與 30 天後，選擇輸出格式並按"模擬"鍵，程式將產生 1000 條真實測度下未來 1 個月利率期間結構的情境，欲模擬 3 個月、6 個月、1 年利率期間結構的變化，只需更改模擬天數並重複上述步驟。輸出格式包含文字檔、Excel 檔以及 3D 圖形。輸出格式如同計算公平價值的風險中立模型的格式輸出說明，但不同的是，模型間隔為一天，故輸出格式以日為單位(圖 5.6.)(圖 5.7.)(圖 5.8.)，且此模型模擬情境次數可以自由設定。

rate10.tbl - 記事本

檔案(F) 編輯(E) 格式(O) 檢視(V) 說明(I)

Days	1-Month	3-Month	6-Month	1-Year	2-Year	3-Year	5-Year	10-Year	15-Year
0	0.8102%	0.2858%	0.3845%	1.1391%	1.9962%	2.3293%	2.5975%	2.7988%	2.8658%
1	0.4794%	0.2053%	0.3460%	0.9232%	1.5426%	1.7809%	1.9728%	2.1168%	2.1648%
2	0.7018%	0.0872%	0.1603%	0.9605%	1.8893%	2.2518%	2.5439%	2.7630%	2.8361%
3	2.1268%	1.3755%	1.3439%	2.0623%	2.9417%	3.2867%	3.5647%	3.7732%	3.8427%
4	4.3645%	4.3126%	4.3176%	4.3811%	4.4538%	4.4820%	4.5047%	4.5217%	4.5274%
5	5.4739%	7.1346%	7.4089%	6.3063%	4.8863%	4.3312%	3.8844%	3.5492%	3.4375%
6	7.3022%	9.9459%	10.3996%	8.6952%	6.4975%	5.6399%	4.9496%	4.4319%	4.2593%
7	8.0834%	11.9551%	12.5232%	9.9098%	6.6577%	5.4004%	4.3891%	3.6306%	3.3778%
8	8.3761%	12.9081%	13.6259%	10.6723%	6.9621%	5.5262%	4.3713%	3.5051%	3.2163%
9	7.5173%	12.4502%	13.2735%	10.1647%	6.2441%	4.7281%	3.5088%	2.5943%	2.2895%
10	7.1810%	11.5059%	12.3325%	9.7587%	6.4041%	5.0972%	4.0456%	3.2569%	2.9939%
11	7.0526%	10.9315%	11.6391%	9.2753%	6.2279%	5.0433%	4.0902%	3.3753%	3.1370%
12	5.6974%	9.6452%	10.4064%	8.0784%	5.0436%	3.8620%	2.9114%	2.1983%	1.9606%
13	5.0016%	8.1731%	8.9225%	7.2719%	4.9786%	4.0744%	3.3462%	2.8000%	2.6179%
14	4.9417%	7.3702%	7.9394%	6.6586%	4.8794%	4.1772%	3.6117%	3.1875%	3.0461%
15	5.4973%	7.6843%	8.1516%	6.9085%	5.2257%	4.5036%	4.0304%	3.6305%	3.4922%
16	5.5303%	8.2482%	8.7915%	7.1942%	5.0773%	4.2485%	3.5814%	3.0810%	2.9142%
17	6.9322%	9.6215%	10.1460%	8.5294%	6.3920%	5.5545%	4.8803%	4.3746%	4.2060%
18	7.0681%	10.6543%	11.2324%	9.8049%	5.9679%	4.8297%	3.9142%	3.2275%	2.9986%
19	7.5900%	11.4546%	12.1489%	9.7572%	6.6726%	5.4721%	4.5062%	3.7817%	3.5401%
20	8.5864%	12.6484%	13.2950%	10.6494%	7.3207%	6.0318%	4.9951%	4.2175%	3.9583%
21	9.4067%	14.0233%	14.6834%	11.5684%	7.7263%	6.2454%	5.0546%	4.1615%	3.8638%
22	10.3090%	15.5106%	16.2167%	12.6595%	8.3130%	6.6417%	5.2981%	4.2904%	3.9544%
23	10.9924%	16.8125%	17.5587%	13.5281%	8.6532%	6.7830%	5.2813%	4.1543%	3.7787%
24	10.7365%	17.1439%	17.9837%	13.6003%	8.2988%	6.2674%	4.6346%	3.4100%	3.0018%
25	10.2475%	16.6229%	17.5354%	13.3065%	8.1829%	6.1465%	4.5497%	3.3520%	2.9528%
26	9.0421%	15.1685%	16.1167%	12.1648%	7.2669%	5.3812%	3.8652%	2.7281%	2.3401%
27	8.0799%	13.3847%	14.3246%	11.0632%	6.8955%	5.2793%	3.9792%	3.0040%	2.6790%
28	7.2969%	11.8021%	12.7033%	9.9289%	6.3405%	4.9442%	3.8206%	2.9782%	2.6973%
29	6.1352%	10.2433%	11.0598%	8.6594%	5.4954%	4.2596%	3.2651%	2.5191%	2.2705%
30	5.0032%	8.4644%	9.2547%	7.4009%	4.8532%	3.8502%	3.0425%	2.4367%	2.2348%
31	3.9889%	6.6551%	7.3409%	6.0486%	4.1910%	3.4542%	2.8606%	2.4154%	2.2669%
32	3.3144%	5.1961%	5.7501%	4.9615%	3.7462%	3.2589%	2.8660%	2.5713%	2.4730%
33	2.8585%	4.2291%	4.6842%	4.2119%	3.4185%	3.0974%	2.8384%	2.6441%	2.5793%
34	3.2730%	4.2312%	4.5780%	4.3055%	3.8037%	3.5987%	3.4334%	3.3094%	3.2680%
35	3.4714%	4.6428%	4.9917%	4.5131%	3.7721%	3.4752%	3.2360%	3.0564%	2.9966%
36	3.2091%	4.6827%	5.1146%	4.4969%	3.5486%	3.1689%	2.8628%	2.6332%	2.5566%

圖 5.6. 計算公平價值風險的真實測度模型文字檔輸出畫面

Microsoft Excel - rate.xls

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 格式(O) 工具(T) 資料(W) 視窗(W) 說明(I) Adobe PDF(P)

新細明體 12 100%

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Days		1-Month	3-Month	6-Month	1-Year	2-Year	3-Year	5-Year	10-Year	15-Year	20-Year	30-Year
2													
3	0		0.81	0.29	0.38	1.14	2.00	2.33	2.60	2.80	2.87	2.90	2.93
4	1		0.15	-0.33	-0.23	0.45	1.21	1.50	1.74	1.92	1.98	2.01	2.04
5	2		2.38	1.29	1.19	2.12	3.30	3.77	4.14	4.43	4.52	4.57	4.61
6	3		4.03	4.08	4.08	4.03	3.96	3.94	3.92	3.91	3.90	3.90	3.90
7	4		3.96	5.70	6.07	5.08	3.75	3.23	2.81	2.49	2.39	2.34	2.28
8	5		3.84	5.92	6.45	5.44	4.01	3.44	2.98	2.63	2.52	2.46	2.40
9	6		4.12	5.86	6.31	5.48	4.29	3.81	3.43	3.15	3.06	3.01	2.96
10	7		4.27	6.03	6.44	5.54	4.28	3.79	3.39	3.09	2.99	2.94	2.89
11	8		3.87	5.83	6.30	5.29	3.89	3.33	2.88	2.55	2.44	2.38	2.32
12	9		4.21	5.90	6.34	5.52	4.34	3.87	3.49	3.21	3.11	3.06	3.02
13	10		3.67	5.59	6.04	5.05	3.67	3.12	2.68	2.35	2.24	2.19	2.13
14	11		3.50	5.18	5.65	4.90	3.80	3.36	3.01	2.74	2.65	2.61	2.56
15	12		4.76	6.05	6.37	5.74	4.84	4.48	4.19	3.98	3.90	3.87	3.83
16	13		5.85	7.76	8.09	6.86	5.28	4.67	4.17	3.80	3.68	3.61	3.55
17	14		6.59	9.44	9.91	8.07	5.74	4.83	4.10	3.55	3.37	3.28	3.19
18	15		6.90	10.42	11.01	8.76	5.91	4.80	3.91	3.24	3.02	2.90	2.79
19	16		7.15	10.89	11.53	9.17	6.17	5.01	4.07	3.37	3.14	3.02	2.90
20	17		7.96	11.73	12.34	9.90	6.82	5.63	4.67	3.95	3.71	3.59	3.47
21	18		9.01	13.16	13.73	10.89	7.41	6.06	4.98	4.17	3.90	3.77	3.63
22	19		9.49	14.43	15.07	11.66	7.52	5.93	4.65	3.70	3.38	3.22	3.06
23	20		11.21	16.38	17.02	13.38	8.08	7.30	5.05	4.03	4.50	4.42	4.25

圖 5.7. 計算公平價值風險的真實測度模型 Excel 檔輸出畫面

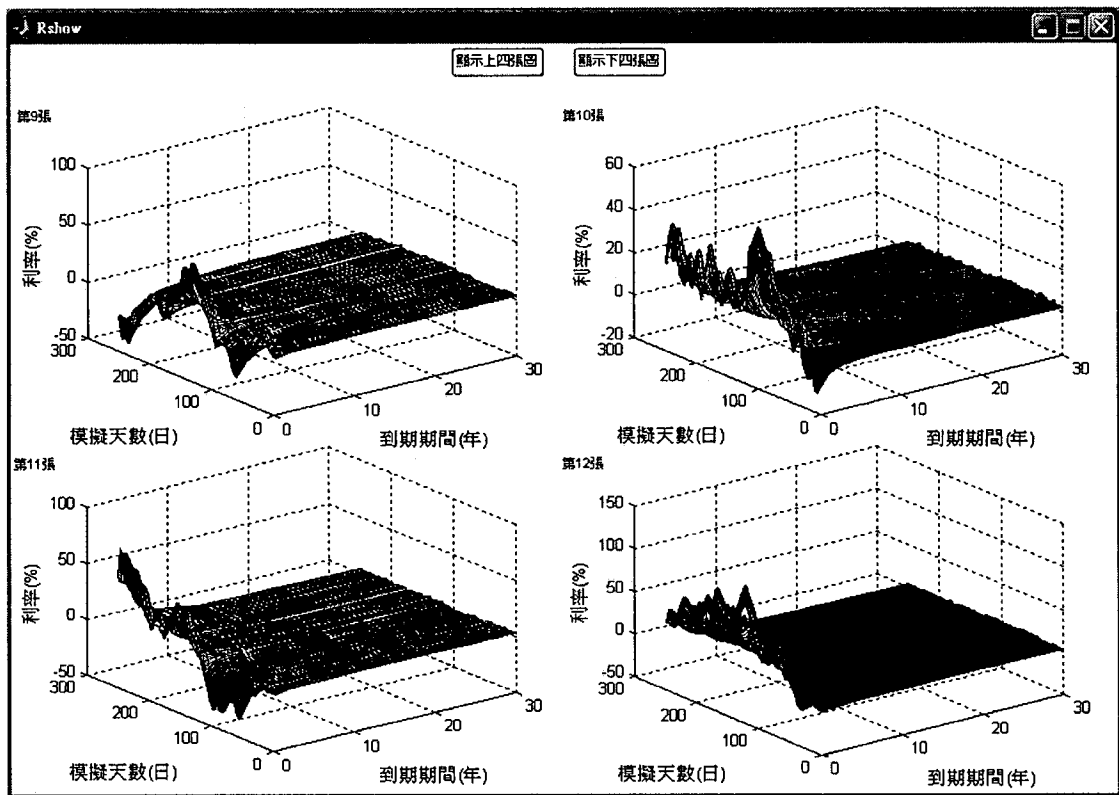


圖 5.8. 計算公平價值風險的真實測度模型圖形輸出畫面

(三) 計算公平價值風險的風險中立測度模型

模型所需的輸入參數是計算公平價值風險的真實測度模型產生之 1 個月、3 個月、6 個月、1 年期末各 1000 條利率期間結構的情境，使用者不需要再輸入其他參數。

模型再針對每一情境產生 1000 條未來 100 年風險中立利率期間結構。輸出格式包含文字檔、Excel 檔以及 3D 圖形。輸出格式如同計算公平價值的風險中立模型的格式輸出說明，但不同的是，此模型模擬情境次數為 1000 次，而計算公平價值的風險中立模型模擬 10000 次，故此模型會針對每一情境產生 1000 個文字檔。

第二節 適用資產適足性測試的利率模型

一、模型程式功能說明

適用資產適足性測試的利率模型主要模擬出未來 30 年真實測度下利率期間結構的情境。模型的輸入為期初之殖利率曲線，其中短天期(1 個月、3 個月、6 個月)所需填入的為融資性商業本票的利率(CP2 rate)與長天期(2 年、5 年、10 年、15 年、20 年)所需填入的為含息債券的殖利率(YTM)。

二、模型程式介面操作說明

模型所需輸入的參數是期初之利率期間結構，如圖 5.9。

1 Month Interest Rate	0.8102
3 Month Interest Rate	0.2858
6 Month Interest Rate	0.3845
2 Year Interest Rate	1.9962
5 Year Interest Rate	2.5975
10 Year Interest Rate	2.7988
15 Year Interest Rate	2.8658
20 Year Interest Rate	2.8994

輸出至文字檔
 輸出至Excel檔
 顯示圖片

模擬

圖 5.9. 適用資產適足性測試的利率模型程式輸入畫面

輸入期初利率期間結構後，選擇輸出格式並按"模擬"鍵，程式將產生一萬條未來 30 年利率期間結構的情境，輸出格式包含文字檔、Excel 檔以及 3D 圖形。輸出格式如同**計算公平價值的風險中立模型**的格式輸出說明，但不同的是，此模型輸出格式為總共有 30 年而**計算公平價值的風險中立模型**輸出格式為 100 年。

第六章 建議

本研究計畫開發了兩套適用於台灣壽險業的利率模型。第一套是用來計算準備金的公平價值與風險，第二套則適用於資產適足性測試。雖然這兩套模型都已經通過計量經濟學上的一些測試，使用前仍應該再做一些測試與微調。更明確地說，需要有人去比對這些模型模擬出來的利率分配和歷史的分配特性有多大的差異，再根據差異的大小決定是否要調整模型的參數，甚或重新估計模型。美國 AAA 的作法，就是手動調整模型的參數，直到模擬出來的結果能符合歷史利率分配的某些特性（例如某些百分位數的值(Percentile)、利率反轉的次數等）為止。模擬出負利率時該如何處理，也是需要考量的問題。

做完如上的確認與調整後，就可以考慮利用第二套模型產生一些情境，代入 2007 年開始要做的適足性測試。但是要利用隨機模型產生少數幾組（例如 7、12、50、200 組等）「有代表性」的情境，必須先確認「代表性」的定義並引進一些相關的抽樣技術。舉例來說，我們是希望所選取的 50 組情境，能夠正確地反映出平均值還是比較極端的百分位數？不同的目標所需要用到的技術是不一樣的。

使用第二套模型時，有一點研究限制需要注意的，就是我們的原始資料不全然是無風險利率，也不全然是所謂的 Spot rate。我們的短率來自於商業本票的初級市場，還是有一點信用風險。而我們的政府公債的利率，都是用殖利率。因此，我們模擬出來的利率期間結構，跟一般所謂的無風險利率的期間結構是有差異的。因為殖利率所產生的誤差，可能要等公債市場的資料更加完整後，重新估計

模型才能克服。可是短率有信用風險的問題，應該是無解了，因為大概找不到比 CP2 更適合的指標了。

另一方面，確認與調整後的第一組模型，可以試著應用於利變型年金等類商品的定價。利變型商品以及其他有相當投資成分的保險商品，都蠻適合用風險中立模型來做評價，因為這些商品和金融市場的投資工具頗類似。而且如果這些商品又帶有保證成分的話，幾乎就只能用財工的方法來估計隱含選擇權的價值了。第一組的模型不只可以估計出公平價值，還可進一步估計這些商品的風險。這些結果將具有相當與即時的參考價值。

不過，第一組模型中的實際測度模型很快就需要更新資料的內容，並重新估計模型。因為目前模型所採用的歷史期間，只有一年半。因此一年後就會有原資料量三分之二的新資料出現，模型勢必得重新估計。建議每年都更新這個實際測度的模型。

至於第二組模型的更新時程，短率的模型由於所使用的歷史期間已經有 20 年左右，大概 5 年後更新即可。但是兩個利差模型需要有較高的更新頻率，因為目前所使用的資料期間只有短短數年。具體建議是三年後就應該更新資料並重新估計模型。

更長遠地來看，必須要再思考風險中立模型的適用範圍。我們目前是採用 Hull-White 模型作為計算公平價值的風險中立模型，然而壽險商品種類眾多，是否每張保單的特性都適用 Hull-White 模型做定價，是需要仔細思考的問題。此

外，目前的評價方式只有考慮一個風險因子-利率。未來還需思考如何在多個狀態變數下進行評價。例如連結型與分紅保單，就至少還多了資產報酬率的狀態變數。此外，解約行為會不會有可能也是一個狀態變數，也是需要被考慮的。

最後，資產適足性測試還需要好幾個其他資產報酬率的實際測度模型，例如股票與不動產等。而國內壽險業的國外投資已經達到相當的比重，因此也可能需要建立匯率以及國外資產報酬率的模型。

文獻參考

中文部分

1. 方世明，「動態短期利率期間結構模型—台灣票券市場之實證研究」，政治大學財務管理所，1996。
2. 王窈梅，「配適利率期間結構之台灣實證研究」，淡江大學財務金融所，2004。
3. 曲靜芳，「利差與利率變化行為之分析」，淡江大學財務金融所，2002。
4. 李承欣，「連續時間隨機利率模型之估計」，臺灣大學經濟研究所，2002。
5. 林嘉生，「台灣公債市場殖利率曲線之估計」，臺灣大學財務金融所，1998。
6. 林丙輝、葉仕國，「台灣地區利率期間結構模型之實證探索」，證券市場發展季刊，第十卷，第四期，1998，第 55-88 頁。
7. 林丙輝、葉仕國，「台灣金融市場跳躍—擴散利率模型之實證研究」，中國財務學報，第六卷，第一期，1998，第 77-106 頁。
8. 林常青、洪茂蔚、管中閔，「台灣短期利率的動態行為：狀態轉換模型的應用」，經濟論文，第三十卷，第一期，2002，第 29-55 頁。
9. 周建新、于鴻福、張千雲，「以線性規劃法估計台灣公債市場利率期間結構之實證研究」，管理科學研究，第一卷，第一期，2003，第 31-47 頁。
10. 胡德榮，「台灣公債市場利率期間結構之估計」，高雄科技大學財務管理系，2004。
11. 馮士耀，「配適最平滑之遠期利率曲線」，台灣大學商學所，1999。

12. 康家瑛，「台灣票券市場隨時間變動期間貼水之實證研究」，淡江大學財務金融所，2001。
13. 莊志宏，「利率模型之實證與商品評價」，輔仁大學金融研究所，2004。
14. 曾琬雅，「隨機利率模型之應用與實證－運用蒙地卡羅模擬法」，輔仁大學金融研究所，2004。
15. 陳庭祥，「二因子無套利率模型之實證分析」，淡江大學財務金融所，2003。
16. 張千雲，「利率期間結構估計模型之實證研究」，高雄科技大學財務管理所，2000。
17. 張美菁，「短期利率隨機變動模型之實證研究」，高雄科技大學金融營運所，2000。
18. 張仲賢，「修正 B-Spline 模型與利率期間結構之估計」，高雄科技大學財務管理系，2003。
19. 廖姻斐，「應用 BDT 模型評價或有請求權債券－台灣債券市場之實證研究」，淡江大學財務金融所，2002。
20. 歐陽德權，「跳躍過程下利率期間結構之估計與預測」，政治大學金融研究所，2002。
21. 賴曉璐，「政府公債殖利率曲線形狀與免疫策略的選擇」，臺灣大學財務金融所，1997。
22. 鍾韻琳，「流動性不足限制下利率期間結構之估計」，高雄科技大學財務管理

系，2003。

23. 謝富堯，「考慮流動性之公債殖利率曲線」，輔仁大學金融研究所，2005。
24. 謝承熹，「以分段三次方指數函數配適台灣公債市場之利率期限結構：線性最適化與非線性最適化之比較」，財務金融學刊，第8卷，第2期，2000，第25-47頁。

英文部分

1. Adams, K. J., and D. R. Van Deventer, 1994, Fitting Yield Curves and Forward Rate Curves with Maximum Smoothness, *The Journal of Fixed Income*, 4, 1, 52-62.
2. Ahlgrim, C. K., S. P. D'Arcy and R. G. Gorvett, 2004, Modeling of Economic Series Coordinated with Interest Rate Scenarios, Casualty Actuarial Society and the Society of Actuaries, <http://www.casact.org> and <http://www.soa.org> .
3. Albizzati, M., and H., Geman, 1994, Interest rate risk management and valuation of the surrender option in life insurance policies, *Journal of Risk and Insurance*, 61, 4, 616-637.
4. Allen, D. E., L. C. Thomas and H. Zheng, 2000, Stripping Coupons with Linear Programming, *The Journal of Fixed Income*, 10, 2, 80-87.
5. Bacinello, A. R., 2001, Fair pricing of life insurance participating contracts with a minimum interest rate guaranteed, *Astin Bulletin*, 31, 2, 275-297.
6. Bacinello, A. R., 2003a, Pricing guaranteed life insurance participating policies with annual premiums and surrender option, *North American Actuarial Journal*, 7, 3, 1-17.
7. Bacinello, A. R., 2003b, Fair valuation of a guaranteed life insurance participating contract embedding a surrender option, *Journal of Risk and Insurance*, 70, 3,

461-487.

8. Bali, T. G., 1999, An Empirical Comparison of Continuous Time Models of the Short Term Interest Rate, *Journal of Futures Markets*, 19, 7, 777-797.
9. Bali, T.G., 2000a, Testing the Empirical Performance of Stochastic Volatility Models of the Short-Term Interest Rate, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35, 2, 191-215.
10. Bali, T.G., 2000b, Modeling the Conditional Mean and Variance of the Short Rate Using Diffusion, GARCH, and Moving Average Models, *Journal of Futures Markets*, 20, 8, 717-751.
11. Bali, T. G., 2003, Modeling the Stochastic Behavior of Short-Term Interest Rates : Pricing Implications for Discount Bonds, *Journal of Banking & Finance*, 27, 2, 201-228.
12. Ballotta, L., 2005, A Lévy process-based framework for the fair valuation of participating life insurance contracts, *Insurance: Mathematics and Economics*, 37, 2, 173-196.
13. Ballotta, L., S. Haberman, and N. Wang, 2006, Guarantees in with-profit and unitized with-profit life insurance contracts: fair valuation problem in presence of the default option, *Journal of Risk and Insurance*, 73, 1, 97-121.
14. Basel Committee on Banking Supervision, 2005, International Convergence of

Capital Measurement and Capital Standards, Bank for International Settlement.

15. Beekman, J. A., and C. P. Fuelling, 1990, Interest and mortality randomness in some annuities, *Insurance: Mathematics and Economics*, 9, 2-3, 185-196.
16. Beekman, J. A., and C. P. Fuelling, 1991, Extra randomness in certain annuity models, *Insurance: Mathematics and Economics*, 10, 4, 275-287.
17. Beekman, J. A., and C. P. Fuelling, 1993, One approach to dual randomness in life insurance, *Scandinavian Actuarial Journal*, 76, 2, 173-182.
18. Bellhouse, D. R., and H. H. Panjer, 1981, Stochastic modeling of interest rates with applications to life contingencies – part II, *Journal of Risk and Insurance*, 47, 3, 628-637.
19. Bernarda, C., O. L. Courtoisb, and F. Quittard-Pinon, 2005, Market value of life insurance contracts under stochastic interest rates and default risk, *Insurance: Mathematics and Economics*, 36, 3, 499-516.
20. Black, F., E. Derman, and W. Toy, 1990, A One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options, *Financial Analysts Journal*, 46, 1, 33-39.
21. Black, F. and P. Karasinski, 1991, Bond and Option Pricing when Short Rates are Lognormal, *Financial Analysts Journal*, 47, 4, 52-59.
22. Bowers, N. L., H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones, and C. J. Nesbitt, 1986,

- Actuarial Mathematics, Society of Actuaries, Illinois.
23. Bowers, N. L., H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones, and C. J. Nesbitt, 1997, Actuarial Mathematics, 2nd edition, Society of Actuaries, Illinois.
24. Brace A., D. Gatarek, and M. Musiela, 1997, The Market Model of Interest Rate Dynamics, *Mathematical Finance*, 7, 2, 127-155.
25. Brennan, M. J. and E. S. Schwartz, 1977, Savings Bonds, Retractable Bonds, and Callable Bonds, *Journal of Financial Economics*, 5, 1, 67-88.
26. Brennan, M. J. and E. S. Schwartz, 1979, A Continuous Time Approach to The Pricing of Bonds, *Journal of Banking and Finance*, 3, 2, 133-155.
27. Brennan, M. J. and E. S. Schwartz, 1982, An Equilibrium Model of Bond Pricing and a Test of Market Efficiency, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 21, 3, 301-329.
28. Brenner, R. J., R. H. Harjes, and K. F. Kroner, 1996, Another Look at Models of the Short-Term Interest, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 31, 1, 85-107.
29. Briys, E., and F. de Varenne, 1994, Life insurance in a contingent claim framework: Pricing and regulatory implications, *Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*, 19, 1, 53-72.
30. Briys, E., and F. de Varenne, 1997, On the risk of insurance liabilities: debunking

- some common pitfalls, *Journal of Risk and Insurance*, 64, 4, 673-694.
31. Brown, R. A., 1999, Phase I Report of the American Academy of Actuaries' C-3 Subgroup of the Life Risk Based Capital Task Force to the National Association of Insurance Commissioners' Risk Based Capital Work Group, American Academy of Actuaries, <http://www.actuary.org> .
32. Campbell, J. Y. and R. J. Shiller, 1987, Cointegration and tests of present value models, *Journal of Political Economy*, 95, 5, 1062-88.
33. Campbell, J. Y. and R. J. Shiller, 1991, Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View, *Review of Economic Studies*, 58, 195, 495-514.
34. Chambers, D. R., W. T. Carleton, and R. W. McEnally, 1988, Immunizing Default-Free Bond Portfolios with a Duration Vector, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23, 1, 89-104.
35. Chan, K. C., G. A. Karolyi, F. A. Longstaff, and A. B. Sanders, 1992, An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate, *Journal of Finance*, 47, 3, 1209-1227.
36. Chapman, D. A., and N. D. Pearson, 2001, Recent Advances in Estimating Term-Structure Models, *Financial Analysts Journal*, 57, 4, 77-91.
37. Christiansen, C., 2005, Multivariate Term Structure Models with Level and Heteroskedasticity Effects, *Journal of Banking & Finance*, 29, 5, 1037-1057.

38. Cox, J. C., J. E. Ingersoll, and S. A. Ross, 1985, A Theory of the Term Structure of Interest Rates, *Econometrica*, 53, 2, 385-407.
39. De Schepper, A., and M. Goovaerts, 1992, Some further results on annuities certain with random interest, *Insurance: Mathematics and Economics*, 11, 4, 283-290.
40. Diebold, F. X., and C. Li, 2006, Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields, *Journal of Econometrics*, 130, 22, 337-364.
41. Dothan, U. L., 1978, On the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Financial Economics*, 6, 1, 59-69.
42. Duffie, D., and R. Kan, 1996, A yield-factor model of interest rates, *Mathematical Finance*, 6, 4, 379-406.
43. Frishling V. and J. Yamamura, 1996, Fitting A Smooth Forward Rate Curve to Coupon Instruments, *The Journal of Fixed Income* , 6, 2, 97-103.
44. Gallant, A. R. and G. Tauchen, 1996a, Which Moments to Match, *Econometric Theory*, 12, 4, 657-681.
45. Gallant, A. R. and G. Tauchen, 1996b, Specification Analysis of Continuous Time Models in Finance, in P. E. Rossi (ed) , *Modeling Stock Market Volatility: Bridging the Gap to Continuous Time*, 357-384, Academic, New York.
46. Garbade, K. D., 1996, Bond Convexity and Its Implications for Immunization,

Fixed Income Analytics, MIT.

47. Glasserman, P., 2004, *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer, New York.
48. Glosten, L. R., R. Jaganathan, and D. Runkle, 1993, On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Normal Excess Return on Stocks, *Journal of Finance*, 48, 5, 1779-1801.
49. Gorski, M. L. and R. A. Brown, 2005, C3 Phase II Risk-Based Capital for Variable Annuities: Pre-Packaged Scenarios, American Academy of Actuaries, <http://www.actuary.org> .
50. Grosen, A., and P. L. Jorgensen, 1997, Valuation of early exercisable interest rate guarantees, *Journal of Risk and Insurance*, 64, 3, 481-503.
51. Grosen, A., and P. L. Jorgensen, 2000, Fair valuation of life insurance liabilities: the impact of interest guarantees, surrender options, and bonus policies, *Insurance: Mathematics and Economics*, 26, 1, 37-57.
52. Grosen, A., and P. L. Jorgensen, 2002, Life insurance liabilities at market value: An analysis of insolvency risk, bonus policy, and regulatory intervention rules in a barrier option framework, *Journal of Risk and Insurance*, 69, 1, 63-91.
53. Hall, A. D., H. M. Anderson, and C. W. J. Granger, 1992, A Cointegration Analysis of Treasury Bill Yields, *Review of Economics and Statistics*, 74, 1,

116-126.

54. Hancock, J., P. Huber, and P. Koch, 2001, The economics of insurance, *Swiss Re.*
55. Harrison, J. M. and D. M. Kreps, 1979, Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets, *Journal of Economics Theory*, 20, 3, 381-408.
56. Harrison, J. M. and S. R. Pliska, 1981, Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading, *Stochastic Processes and Their Applications*, 11, 2, 215-260.
57. Heath, D., R. Jarrow, and A. Merton, 1992, Bond Pricing and the Term Structure of the Interest Rates: A New Methodology, *Econometrica*, 60, 1, 77-105.
58. Heston, S., 1992, Testing continuous time models of the term structure of interest rates, Working paper, School of Organization and Management, Yale University.
59. Ho, T. S. Y. and S. B. Lee, 1986, Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims, *Journal of Finance*, 41, 5, 1011-1029.
60. Hong, Y., H. Li, and F. Zhao, 2004, Out-of-Sample Performance of Discrete-Time Spot Interest Rate Models, *Journal of Business and Economic Statistics*, 22, 4, 457-473.
61. Hull, J., 2006, Options, Futures, and Other Derivatives, 6th. Edition, Prentice Hall, New York.
62. Hull, J. and A. White, 1990, Pricing Interest Rate Derivative Securities, *The*

Review of Financial Studies, 3, 4, 573-592.

63. Jesen, B., P. L. Jorgensen, and A. Grosen, 2001, A finite difference approach to the valuation of path dependent life insurance liabilities, *Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*, 26, 1, 57-84.
64. Johansen, S., 1988, Statistical analysis of cointegration vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 2-3, 231-254.
65. Levin, A., 2004, Interest Rate Model Selection, *The Journal of Portfolio Management*, 30, 2, 74-86.
66. Longstaff, F. A., and E. S. Schwartz, 1992, Interest Rate Volatility and the Term Structure : A Two Factor General Equilibrium Model, *Journal of Finance*, 47, 4, 1259-282.
67. Marceau, E., and P. Gaillardetz, 1999, On life insurance reserves in a stochastic mortality and interest rates environment, *Insurance: Mathematics and Economics*, 25, 3, 261-280.
68. McCulloch, J. H., 1971, Measuring the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Business*, 44, 1, 19-31.
69. Merton, R., 1973, Theory of Rational Option Pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 1, 141-183.
70. Miltersen, K. R., and S. A. Persson, 1999, Pricing rate of return guarantees in a

- Heath–Jarrow–Morton framework, *Insurance: Mathematics and Economics*, 25, 3, 307-325.
71. Miltersen, K. R., and S. A. Persson, 2003, Guaranteed investment contracts: distributed and undistributed excess return, *Scand. Actuarial Journal*, 23, 4, 257-279.
72. Nelson, C. R., and A. F. Siegel, 1987, Parsimonious Modeling of Yield Curves, *Journal of Business*, 60, 4, 473-489.
73. Pagan, A. R., A. D. Hall, and V. Martin, 1996, Modeling the Term Structure, in G. S. Maddala and C. R. Rao (eds.), *Handbook of Statistics*, 14, 91-118, North-Holland, Amsterdam.
74. Panjer, H. H., and D. R. Bellhouse, 1980, Stochastic modeling of interest rates with applications to life contingencies, *Journal of Risk and Insurance*, 47, 3, 91-110.
75. Panjer, H. H., 1998, *Financial economics : with applications to investments, insurance, and pensions*, 2nd. Edition, The Actuarial Foundation, Schaumburg.
76. Parker, G., 1994a, Moments of the present value of a portfolio of policies, *Scandinavian Actuarial Journal*, 1, 53-67.
77. Parker, G., 1994b, Stochastic analysis of a portfolio of endowment insurance policies, *Scandinavian Actuarial Journal*, 2, 119-130.

78. Parker, G., 1994c, Limiting distribution of the present value of a portfolio, *ASTIN Bulletin*, 24, 1, 47-60.
79. Parker, G., 1996, A portfolio of endowment policies and its limiting distribution, *ASTIN Bulletin*, 26, 1, 25-33.
80. Parker, G., 1997, Stochastic analysis of the interaction between investment and insurance risks, *North American Actuarial Journal*, 1, 2, 55-84.
81. Persson, S. A., and K. K. Aase, 1997, Valuation of the minimum guaranteed return embedded in life insurance products, *Journal of Risk and Insurance*, 64, 4, 599-617.
82. Powell, M. J. D., 1981, *Approximation Theory and Methods*, Cambridge University.
83. Rebonato, R., 1998, *Interest Rate Option Models*, 2nd. Edition, John Wiley and Sons, New York.
84. Rendleman R., and B. Bartter, 1980, The Pricing of Options on Debt Securities, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15, 1, 11-24.
85. Shea, G. S., 1984, Pitfalls in Smoothing Interest Rate Term Structure Data: Equilibrium Models and Spline Approximations, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19, 3, 253-269.
86. Shea, G. S., 1992, Benchmarking the Expectations Hypothesis of the Interest-Rate

- Term Structure: An Analysis of Cointegration Vectors, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, 347-366.
87. Siu, T. K., 2005, Fair valuation of participating policies with surrender options and regime switching, *Insurance: Mathematics and Economics*, 37, 3, 533-552.
88. Subramanian, K. V., 2001, Term Structure Estimation in Illiquid Markets, *Journal of Fixed Income*, 11, 2, 77-86.
89. Tanskanen, A. J., and J. Lukkarinen, 2003, Fair valuation of path-dependent participating life insurance contracts, *Insurance: Mathematics and Economics*, 33, 3, 595-609.
90. Tsai, C., W. Kuo, and W. Chen, 2002, Early surrender and the distribution of policy reserves, *Insurance: Mathematics and Economics*, 31, 3, 429-445.
91. Vasicek, O. A., 1977, An Equilibrium Characterization of the Term Structure, *Journal of Financial Economics*, 5, 2, 177-188.
92. Vasicek, O. A., and H. G. Fong, 1982, Term Structure Modeling Using Exponential Splines, *Journal of Finance*, 37, 2, 339-348.
93. Wilkie, A. D., 1995, More on a Stochastic Asset Model for Actuarial Use, *British Actuarial Journal*, 1, 5, 777-964.
94. Yan, H., 2001, Dynamic Models of the Term Structure, *Financial Analysts Journal*, 57, 4, 60-76.

95. Zakoian, J. M., 1994, Threshold Heteroskedastic Models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, 5, 931-94.

【附錄一】國內碩博士論文及期刊文獻回顧---短期利率動態行為的模型				資料來源	
年度	作者	學校	指導老師	題目	
1996	方世明	政治大學財務管理系	林炯堃	動態短期利率期限結構模型—台灣票券市場之實證研究	71年1月至84年12月間30、90、180天商業本票及銀行承兌匯票月平均報酬率為資料。 【TEJ】72年7月23日至89年11月23日，30天期初級市場商業本票資料，共計903筆週資料，週資料是選每週最後一個交易日為主要的觀察值。
2000	張美菁	雄科技大學金融營運	葉仕國	短期利率隨機變動模型之實證研究	【中興票券公司刊載於工商時報、經濟日報之牌告利率】以月底當日買入利率與賣出利率之平均值為樣本資料。採用30天、60天、90天、120天、150天和180天期的利率，79年3月起，至民國90年2月止，共132筆月資料。
2001	康家瑛	淡江大學財務金融系	莊武仁	台灣票券市場隨時間變動期間貼水之實證研究	【TEJ】88年1月至90年12月每日交易之中央政府公債和各公司所交易的附買回、附賣回公司債的日交易資料。中央政府公債共14866筆，包括745天，而附買回、附賣回公司債樣本包括了17家發行公司，共826筆。至於地方政府發行的債券違約風險不同。
2002	廖姻斐	淡江大學財務金融系	林允永	應用BDT模型評價或有請求權債券—台灣債券市場之實證研究	【TEJ】民國83年1月5日至92年3月13日止，固定每隔3個交易日抽取一次，共計841筆次級市場90天期融資性商業本票的利率。
2002	李承欣	臺灣大學經濟研究所	洪茂蔚 林建甫	連續時間隨機利率模型之估計	【中興票券公司所匯集之市場牌告利率之資料庫】80年1月至90年12月以CP2次級市場利率為研究對象，共132筆，以月底當日買入及賣出利率的平均值為研究樣本（月底資料），共取到期日30天、60天、90天、120天、150天、180天、270天、360天之資料，依模型需要任取兩組配對視為相對長短期利率。
2002	歐陽德權	淡江大學財務金融研究所	廖四郎	跳躍過程下利率期間結構之估計與預測	83年11月24日至90年2月1日，共1738筆央行重貼現率，及180天期CP2的日資料。

2003	陳庭祥	淡江大學財務金融所	莊武仁	二因子無套利率模型之實證分析	【中興票券公司所匯集之市場牌告利率之資料庫】30天期、90天期、180天期牌告利率，研究中使用的資料頻率為週資料，資料起始點為71年第2週，資料終點為92年第4週，共1095筆資料。
2004	莊志宏	輔仁大學金融研究所	李泰明	利率模型之實證與商品評價	【TEJ】隔夜拆款利率、十天期融資性商業本票、一個月期融資性商業本票、三個月期融資性商業本票以及六個月期融資性商業本票次級市場牌告平均利率。樣本資料期間自85年1月4日至93年12月31日，共2399筆資料，以85年1月4日至93年5月28日共2249筆資料估計出參數，其中十天期融資性商業本票、一個月期融資性商業本票、三個月期融資性商業本票以及六個月期融資性商業本票次級市場牌告利率採用買價以及賣價之平均。
2004	曾琬雅	輔仁大學金融研究所	李泰明	隨機利率模型之應用與實證——運用蒙地卡羅模擬法	【TEJ】85年1月4日至92年6月30日的30天期、90天期、180天期的次級市場CP2牌告利率，共2017筆，並以研究期間內的隔夜拆款利率做為即期利率，共2015筆。
年度	作者	期刊名稱	題目	資料來源	
1998	林丙輝 葉仕國	證券市場發展季刊	台灣地區利率期限結構模型之實證探索	【央行金融統計月報的貨幣市場利率、工商時報資料庫】月資料：由於CP利率自75年9月後的計算方式才趨於一致，因此蒐集75年9月至84年12月的30天期、90天期、180天期的CP2利率，共112筆月資料；日資料：79年1月4日至84年7月31日，共1618筆初級市場CP2利率。	
1998	林丙輝 葉仕國	中國財務學報	台灣金融市場跳躍—擴散利率模型之實證研究	【央行金融統計月報的貨幣市場利率、工商時報資料庫】月資料：由於CP利率自75年9月後的計算方式才趨於一致，因此蒐集75年9月至84年12月的30天期、90天期、180天期的CP2利率，共112筆月資料；日資料：79年1月4日至84年7月31日，共1618筆初級市場CP2利率。	
2002	林常青 洪茂蔚 管中閔	經濟論文	台灣短期利率的動態行為：狀態轉換模型的應用	【TEJ】83年1月4日至87年12月7日，共258筆週平均樣本點，短期利率為次級市場三十天期銀行承兌商業本票之賣出利率（CPS30），由於次級市場商業本票之市場規模較大且其交易量也遠超過其他短期票券交易量，故其利率當較能反映市場短期利率的情況。	

【附錄二】國內碩博士論文及期刊文獻回顧—最少參數 (Parsimonious) 模型					
年度	作者	學校	指導老師	題目	資料來源
1997	賴曉璐	臺灣大學財務金融所	李賢源	政府公債殖利率曲線形狀與免疫策略的選擇	【大華證券公司公債交易資料庫】83年6月至85年5月公債每日殖利率及到期期限，選取原則為市場上所有已發行且為半年計息一次的公債。
1999	馮士耀	台灣大學商學所	李賢源 蔣明晃	配適最平滑之遠期利率曲線	【大華證券】選八個公債，到期日為二十年內。
2000	張千雲	高雄科技大學財務管理系	周建新	利率期限結構估計模型之實證研究	【TEJ】84年12月29日至89年11月23日，到期日在20年以內的台灣政府發行公債，共67筆，公債付息頻率包括半年或一年。
2003	鍾韻琳	高雄科技大學財務管理系	周建新 于鴻福	流動性不足限制下利率期限結構之估計	【TEJ】本文配適之殖利率曲線為週殖利率曲線，84年12月29日至91年9月27日，共353筆資料，公債樣本數85個，公債付息頻率為半年或一年，公債樣本為每週五之盤中平均殖利率報價，若該時點無交易資料，則以最近交易日報價代替。
年度	作者	期刊名稱		題目	資料來源
2003	周建新 于鴻福 張千雲	管理科學研究		以線性規畫法估計台灣公債市場利率期限結構之實證研究	【TEJ】84年12月29日至89年11月23日，到期日15年以內之公債，公債樣本數為23筆，公債付息頻率為半年，公債樣本為每月最後一個星期五之最高和最低殖利率報價之平均值；若無交易資料，則以最接近之交易日的資料代替。當公債近到期日時，殖利率會異常波動，為了避免極端值的影響，距到期日在6個月以內，此一樣本就予以刪除。因為公債付息頻率為半年，故樣本日設定為每年的3月15日、9月15日。

【附錄三】國內碩博士論文及期刊文獻回顧---基礎樣條近似法

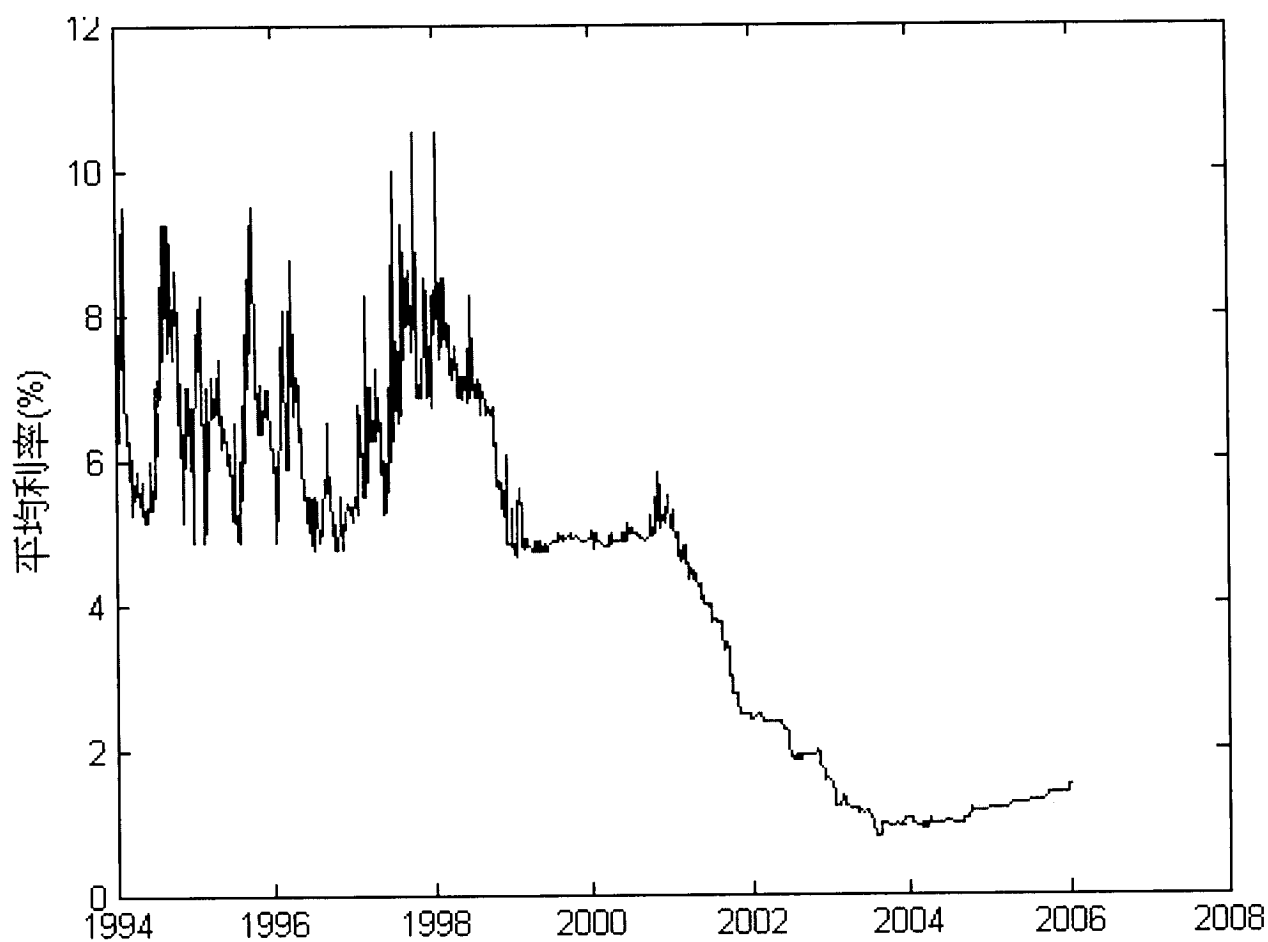
年度	作者	學校	指導老師	題目	資料來源
1998	林嘉生	臺灣大學財務金融所	李賢源	台灣公債市場殖利率曲線之估計	83年6月1日至86年6月30日共三年，共38張不同期別的債券，以每週三為估計時點，理由是為了減少雜訊，期間共149條週殖利率曲線。
2003	張仲賢	高雄科技大學財務管理系	周建新 于鴻福	修正B-Spline模型與利率期限結構之估計	【TEJ】84年12月29日至91年9月27日，且到期日在30年內的台灣政府發行公債，共85筆，付息頻率包括半年或一年，公債樣本為每週星期五之最高和最低殖利率報價之平均值；若無交易資料，則以最接近之交易日的資料代替。
2004	胡德榮	高雄科技大學財務管理系	周建新 于鴻福	台灣公債市場利率期限結構之估計	【TEJ】為84年12月29日至92年9月26日，以到期日在30年以內的台灣政府公債為樣本，總計公債樣本數為95筆，公債付息頻率包括半年或一年，公債樣本為每週星期五之最高和最低殖利率報價之平均值；若無交易資料時，亦即市場仍未有新的資訊來反應價格，則以最接近之交易日的資料代替之。觀察時點以週為單位，每一週的債券樣本數均在25種以上。
2004	王窈梅	淡江大學財務金融所	林允永	最適利率期限結構之台灣實證研究	【五崧財務科技公司、中華民國櫃檯買賣中心】91年10月18日至92年10月31日台灣政府附息公債，共77檔，資料頻率為週資料，選擇當週所有交易之債券價格，以週底為基準，若當週有交易而在週底未交易，則取距週底最近交易日之債券價格。所取債券價格為中華民國櫃檯買賣中心每日公佈之加權平均成交百元價，一年以下之利率，選取1日、10日、20日、30日、60日、90日、180日、270日之RP利率代替，為保持利率期間結構之穩定性，去除一年以下和二十年以上之債券。
2005	謝富堯	輔仁大學金融研究所	林蒼祥	考慮流動性之公債殖利率曲線	【中華民國證券櫃檯買賣中心】債券等殖成交系統成交行情表，其中百元價格依平均價格，成交金額依行情表中金額，成交張數則依成交面額並依每張面額為5000萬元來換算成交張數。92年11月至93年12月間，市場上交易的公債期別數共有77檔。

年度	作者	期刊名稱	題目	資料來源
2000	謝承熹	財務金融學刊	以分段三次方指數函數配適台灣公債市場之利率期限結構：線性最適化與非線性最適化之比較	【大華證券】以84/6/21至88/12/29為資料期間，求取每週三，共225天的利率期限結構。

【附錄四】30 天期次級市場 CP2 平均利率

Descriptive Statistics

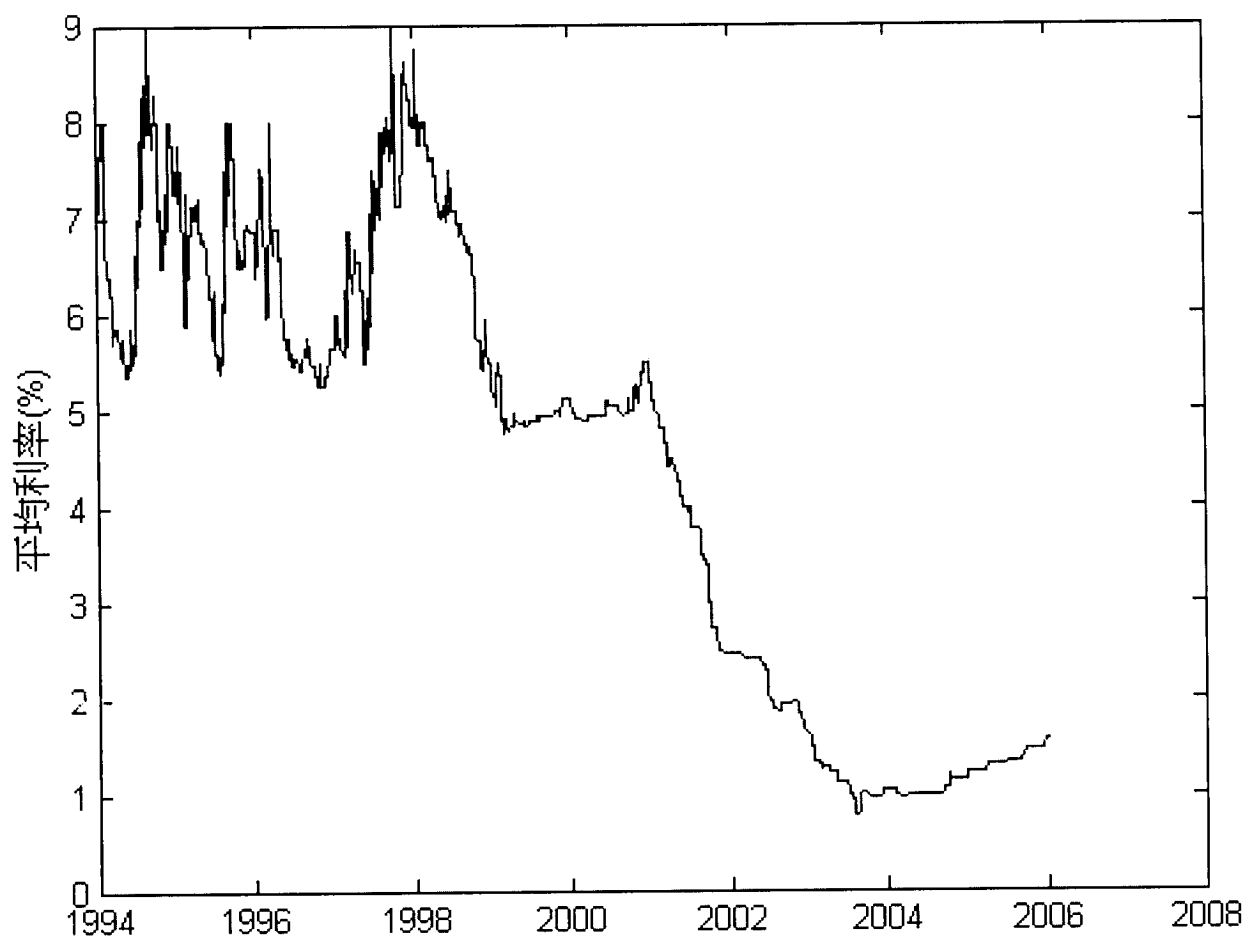
	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
三十天期	3239	9.74	.77	10.50	4.4434	2.37765



【附錄五】90天期次級市場CP2平均利率

Descriptive Statistics

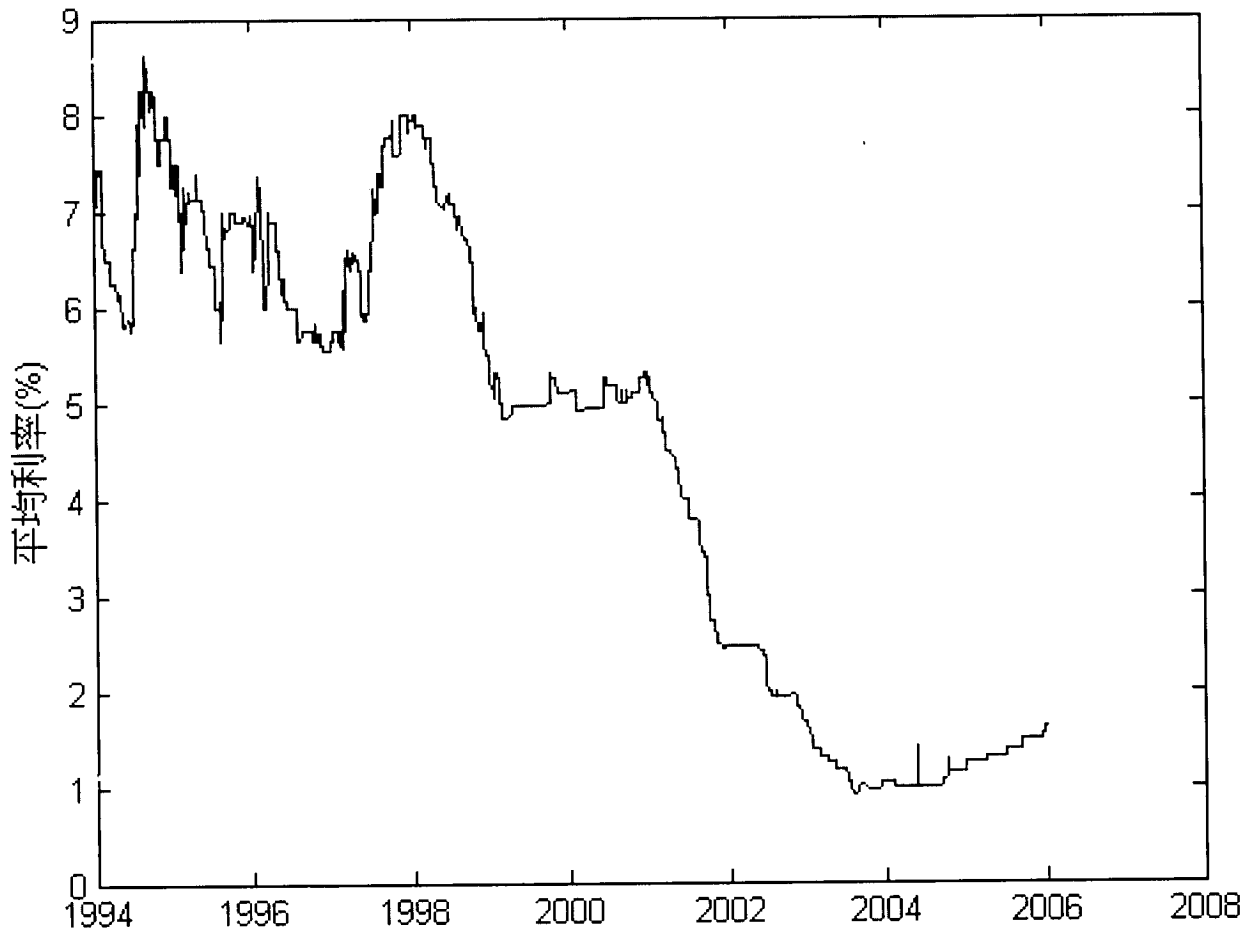
	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
九十天期	3239	8.24	.77	9.00	4.5164	2.37294



【附錄六】180天期次級市場CP2平均利率

Descriptive Statistics

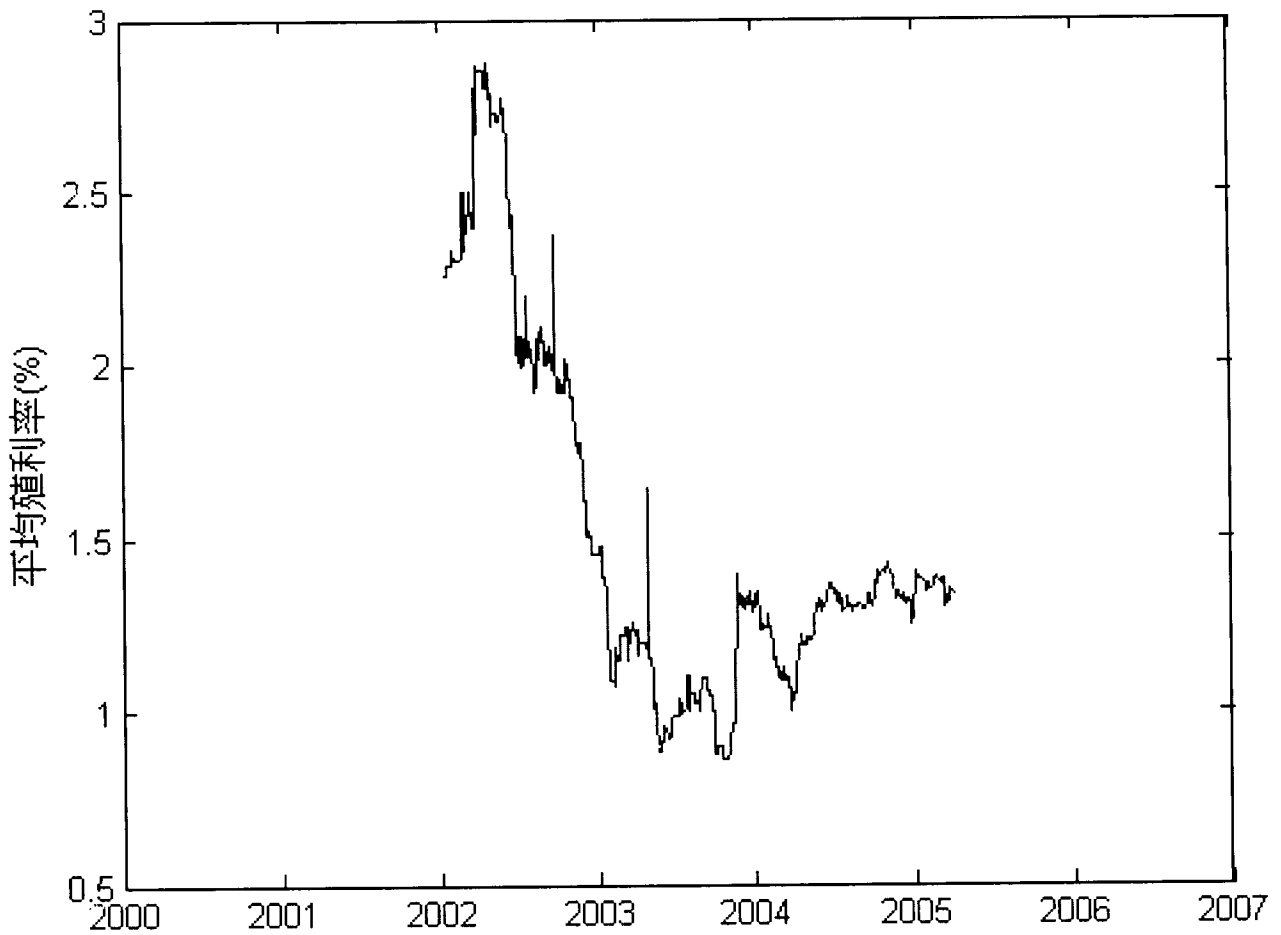
	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
一百八十	3239	7.73	.90	8.63	4.5709	2.38250



【附錄七】二年到期的公債平均殖利率

Descriptive Statistics

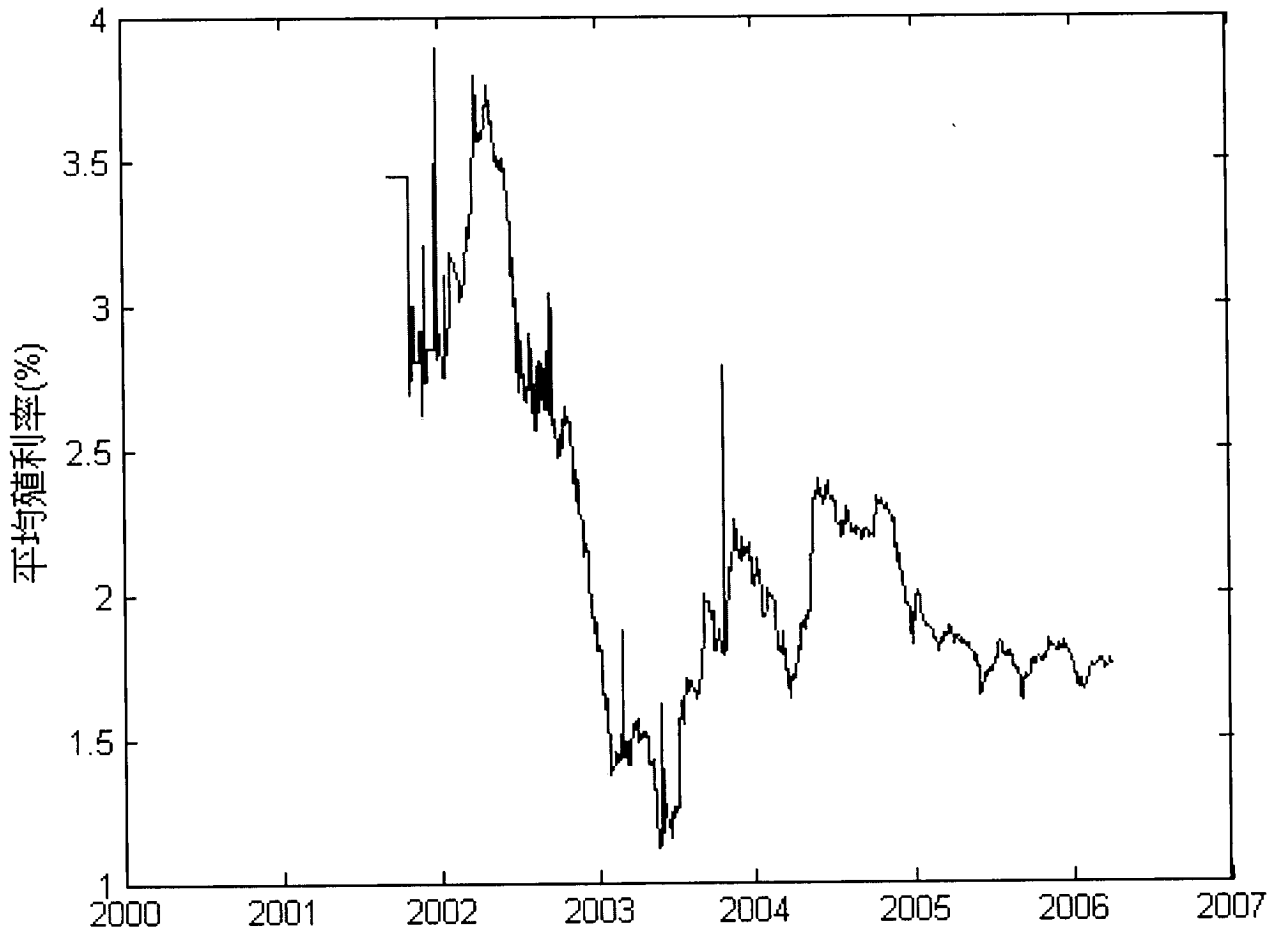
	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
二年期	803	2.01	.87	2.87	1.5041	.51901



【附錄八】五年到期的公債平均殖利率

Descriptive Statistics

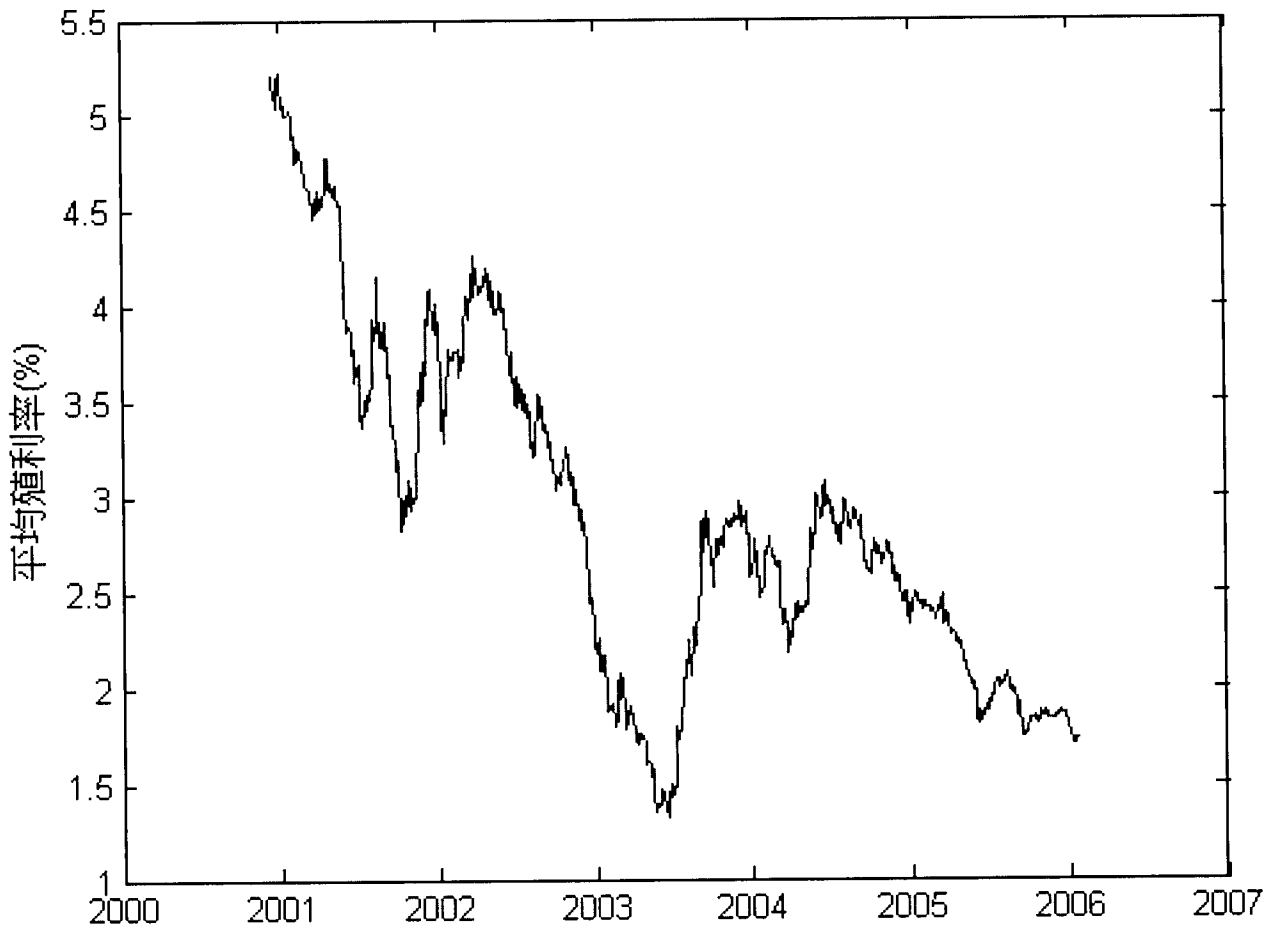
	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
五年期	1147	2.77	1.12	3.89	2.1653	.60492



【附錄九】十年到期的公債平均殖利率

Descriptive Statistics

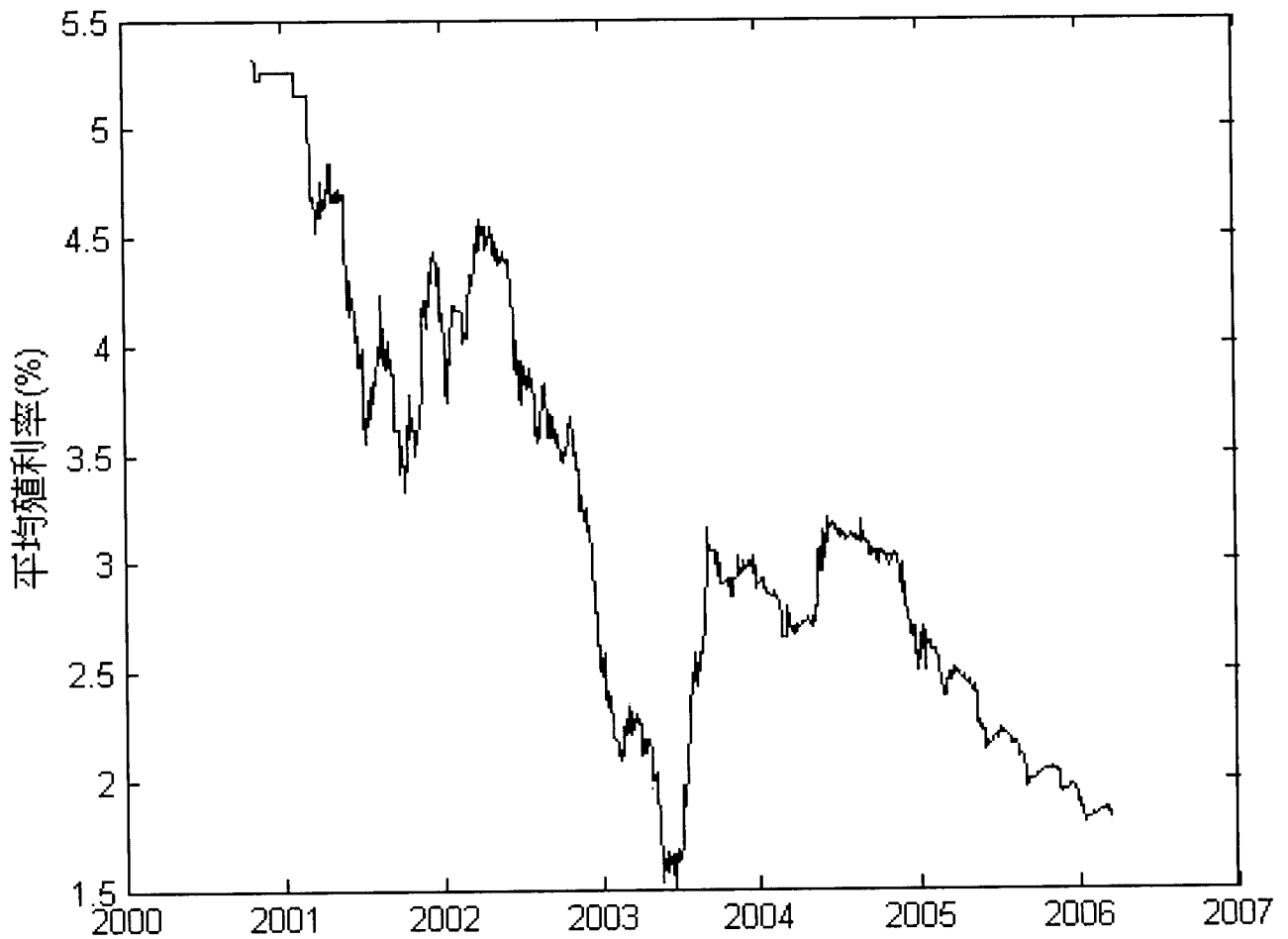
	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
十年期	1350	3.89	1.33	5.22	2.8304	.91592



【附錄十】十五年到期的公債平均殖利率

Descriptive Statistics

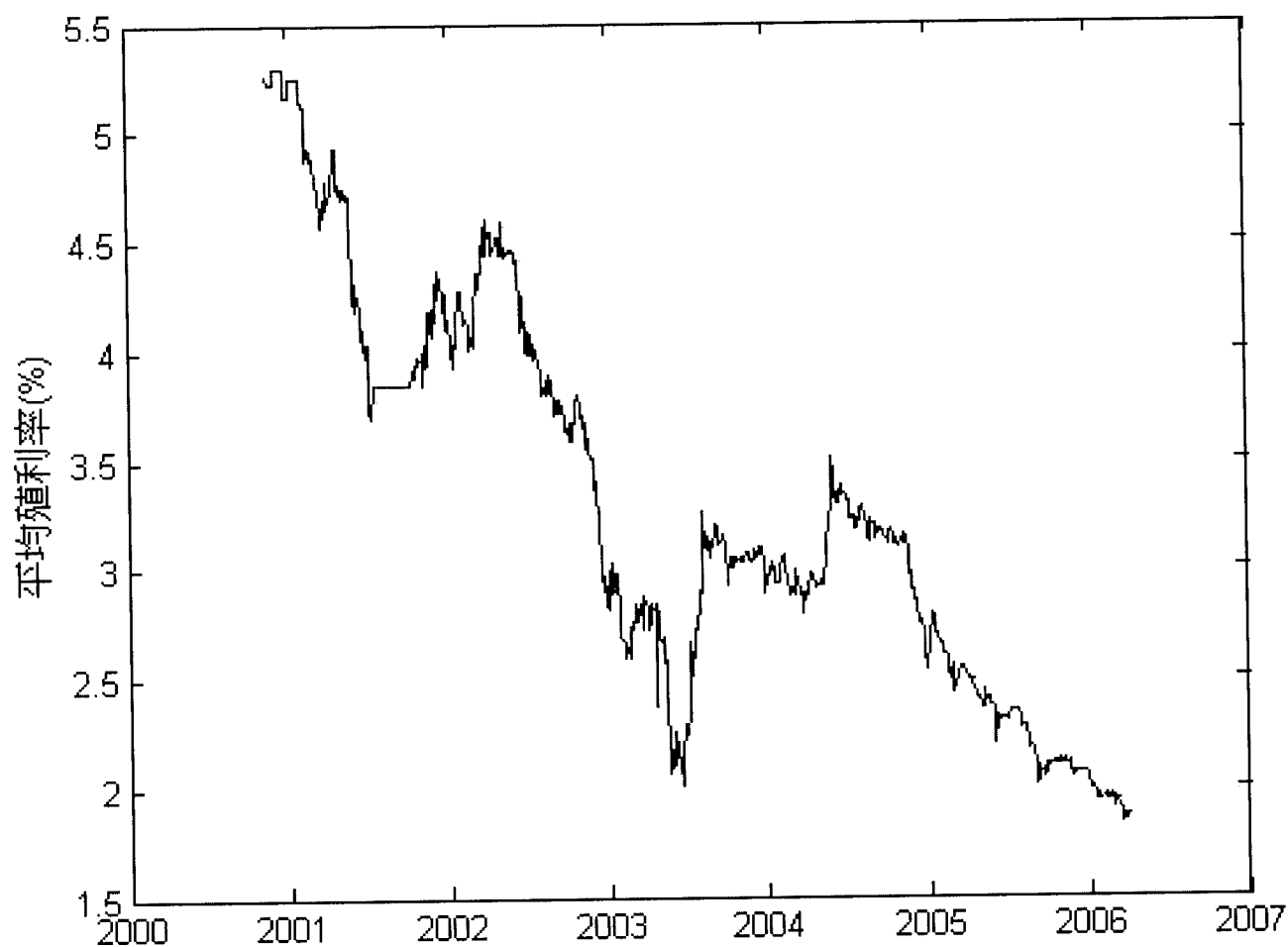
	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
十五年期	1351	3.81	1.51	5.32	3.1656	.98559



【附錄十一】二十年到期的公債平均殖利率

Descriptive Statistics

	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
二十年期	1349	3.46	1.83	5.29	3.2859	.89742



【附錄十二】30天期初級市場CP2平均利率

Descriptive Statistics

	N	Range	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
初級30	6747	16.78	1.05	17.83	6.1506	2.87389

